

نمونه سوال امتحانی درس جبر و احتمال (هماهنگ کشوری - خرداد 85) - رشته: ریاضی و فیزیک - مدت امتحان: 135 دقیقه

۱/۷۵	۱- با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید: $\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n} \quad (n \in \mathbb{N})$
۰/۷۵	۲- اگر a, b, c سه عدد گنگ باشند، آیا abc^2 یک عدد گنگ است؟ چرا؟
۱	۳- با استفاده از استدلال استنتاجی، نشان دهید مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضربی از ۶ است.
۱	۴- اگر n عددی صحیح و n^2 فرد باشد، نشان دهید n نیز فرد است. (برهان خلف)
۱	۵- ۱۰۰ عدد طبیعی متمایز داریم. نشان دهید اگر این ۱۰۰ عدد را بر ۱۵ تقسیم کنیم، حداقل ۷ عدد دارای باقیمانده‌ی یکسانی بر ۱۵ هستند.
۲	۶- با استفاده از جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: الف) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = A$ ب) اگر ACB آنگاه $B'CA'$
۱/۵	۷- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 4, 5\}$ باشند، عضوهای $A \times B - B^2$ را مشخص و روی محور مختصات رسم کنید.
۲	۸- رابطه‌ی R روی $Z \times Z$ به صورت $a^2 - d^2 = c^2 - b^2 \Leftrightarrow (a, b)R(c, d)$ تعریف شده است. الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم‌ارزی است. ب) کلاس هم‌ارزی $[(2, 3)]$ را مشخص کنید.
۲	۹- یک سکه‌ی سالم را ۳ بار می‌اندازیم. مطلوب است: الف) فضای نمونه‌ای این تجربه‌ی تصادفی. ب) پیشامد A آن که حداقل دو بار رو بیاید. ج) پیشامد B آن که فقط ۲ بار پشت بیاید. د) پیشامد $A \cap B'$ را مشخص کنید.
۱	۱۰- در یک کلاس ۳۲ نفر دانش‌آموز در ۴ ردیف روی نیمکت نشسته‌اند. به طور تصادفی ۲ نفر از دانش‌آموزان را انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که: الف) هر دو از ردیف اول باشند. ب) یکی از ردیف اول و یکی از ردیف دوم باشد.
۱/۷۵	۱۱- عددی به تصادف از فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب می‌کنیم. مطلوب است احتمال این که عدد انتخاب شده فرد یا کمتر از ۶ باشد.
۱/۷۵	۱۲- سه دانش‌آموز A, B و C با هم مسابقه دو میدانی می‌دهند. احتمال برنده شدن A و C یکسان ولی احتمال برنده شدن هر کدام سه برابر احتمال برنده شدن B است. احتمال آن که C یا B برنده شوند چقدر است؟
۱/۵	۱۳- نقطه‌ای به تصادف داخل مربعی به ضلع ۲ در نظر می‌گیریم. مطلوب است احتمال این که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس مربع کوچکتر از $\frac{1}{2}$ باشد.
۱	۱۴- اگر $P(A) = 0/3$ ، $P(B) = 0/4$ و $P(A \cup B) = 0/7$ باشد، مطلوب است: $P(A' \cap B)$
۲۰	جمع