

نمونه سوال امتحانی درس جبر و احتمال (هماهنگ کشوری - خرداد 86) - رشته: ریاضی و فیزیک - مدت امتحان: 135 دقیقه

۱	۱- با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید که حاصل ضرب سه عدد زوج متوالی مضرب ۸ است.
۱/۵	۲- برای هر عدد طبیعی n با استفاده از اصل استقراء ثابت کنید: $(n-1) \cdot 5^n - 16$ بر عدد ۱۶ بخش پذیر است.
۱	۳- می دانیم $\sqrt{5}$ گنگ است. با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید عدد $\sqrt{2+\sqrt{5}}$ نیز گنگ است.
۱	۴- به روش بازگشتی ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$
۱	۵- درون یک مربع به ضلع واحد ۱۰ نقطه انتخاب می کنیم ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از ده نقطه کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.
۱/۵	۶- اگر $A = \{x^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ ، $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ الف) عضوهای مجموعه $A^c - B^c$ را مشخص کنید. ب) $A^c - B^c$ چند زیر مجموعه دارد؟
۱	۷- به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (B \cap C \cap D) = (A - B) \cup (A - C) \cup (A - D)$
۱	۸- تمام افرازیهای مجموعه $A = \{a, b, c\}$ را بنویسید.
۲	۹- رابطه R در $Z^2 - \{(0, 0)\}$ به صورت مقابل تعریف شده است: الف) نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(3, -1)]$ را تعیین کنید.
۲	۱۰- یک سکه را ۳ بار می اندازیم. مطلوبست تعیین: الف) فضای نمونه ای. ب) پیشامد A که در آن لااقل ۲ بار رو بیاید. ج) پیشامد B که در آن هر سه بار سکه به یک طرف ظاهر شود. د) پیشامد $A \Delta B$
۱/۷۵	۱۱- از بین ۴ کارمند، ۲ تکنسین و ۳ کارگر، کمیته ای ۵ نفره تشکیل می دهیم. مطلوب است احتمال آنکه: الف) در کمیته ، کارگری وجود نداشته باشد. ب) در کمیته ، حداکثر یک کارمند وجود داشته باشد.
۱/۵	۱۲- از مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال اینکه عدد انتخابی بر ۲ یا بر ۷ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است؟
۱/۲۵	۱۳- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ و $P\{a, b, c\} = \frac{1}{4}$ و $P\{a, b, d\} = \frac{2}{3}$ آنگاه $P\{a, b\}$ را بدست آورید.
۱/۵	۱۴- فرض کنیم دو قطعه چوب داریم که طولهای آنها به ترتیب ۱ و ۰/۵ متر باشد. قطعه بزرگتر را با اژه دو قسمت می کنیم که در نتیجه سه قطعه چوب حاصل می شود. احتمال اینکه سه قطعه چوب ، تشکیل یک مثلث بدهند چقدر است؟
۱	۱۵- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، ثابت کنید: $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$
۲۰	جمع