بسمه تعالی

روش المان محدود

روش آنالیزالمان محدود یک ابزارقوی و مدرن محاسبه ای است. به منظور حل مسائل مهندسی سازه‌ای بسیار پیچیده خصوصا در صنعت هواپیما سازی، این روش در طول ۱۵ سال گذشته در سراسر جهان کاربرد بسیار وسیعی داشته است. این روش اکنون در زمینه های دیگری همچون آنالیز حرارتی، مکانیک سیالات و الکترومغناطیس هم مورد قبول واقع شده است. در این روش به علت وجود حجم محاسبات بالا کامپیوتر دیجیتالی مورد نیاز است.

سازه ها ممکن است شکلهای بسیار پیچیده ای به خود گرفته و از مواد مختلفی استفاده کنند. اغلب یک سازه خودش متشکل از مواد مختلفی است، به همین علت روشهای تحلیلی برای حل آنها یا وجود ندارد و یا بسیار مشکل خواهد بود از این رو روشهای حل عددی مانند المان محدود مورد استفاده قرار می گیرد.

ایده اصلی در روش المان محدود تقسیم کردن سازه، جسم ویا ناحیه تحت آنالیز به تعداد زیادی المانهای محدود و یا به صورت ساده تر المان است. این المانها ممکن است یک، دو و یا سه بعدی باشند. یک نوع کلاسیک و محبوب المان برای حالت دو بعدی همان المان مثلثی است. وقتی یک سازه دوبعدی (و یا یک دستگاه انتقال حرارت و غیره) به صدها و یا گاهی شاید هزارها عدد از این المانهای مثلثی که همپوشانی ندارند تقسیم می شود، مشاهده می شود که هر شکل هندسی صفحه ای قابل دسترسی است. گره های این نوع المان به صورت مناسبی در راسهای مثلث قرار گرفته اند.

استفاده از روش المان محدود در یک مساله نیاز به انجام یک سری مراحل خاص به صورت دقیق دارد. به عبارت دیگر الگوریتم خاصی بر روی مسئله باید پیاده شود که مراحل آن به صورت زیر می باشد:

۱- المان بندی مسئله مورد نظر

در این مرحله بسته به نوع مسئله (یک بعدی، دوبعدی و یا سه بعدی)المان مناسب انتخاب شده و جسم یا ناحیه و یا سازه مورد نظر المان بندی می شود. منظور از المان بندی جسم، تقسیم کردن جسم یا ناحیه مورد نظر به تعداد محدودی قسمتهای کوچکتر است.

۲- انتخاب تابع جابه جایی (متغیر میدانی) مناسب

کمیتی که می خواهیم بعد از انجام روش المان محدود بر روی مسئله مقدار آن در گره ها محاسبه شده و مشخص شود، در این قسمت انتخاب می شود. به عنوان مثال در مسئله مکانیک جامدات متغیر میدانی، جابه جایی و در مکانیک سیالات، سرعت است. کمیتهای دیگری در مسئله که علاقه مند به محاسبه آنها باشیم به وسیله روابطی به متغیر میدانی مربوط شده و مقادیر آن در گره ها و از آنجا در کل جسم بدست می آیند. به عنوان مثال در مسئله مکانیک جامدات بعد از بدست آمدن جابه جایی ها در کل گره ها با استفاده از روابطی کرنش ها و تنش های مربوط به هر گره و از آنجا کل جسم را می توان بدست آورد.

۳- استخراج ماتریس سختی المانی و بردار نیروی المانی

با مشخص شدن متغیر میدانی در مرحله قبل مولفه های بردار متغیر میدانی یعنی $\{a^e\}$ تعیین می شوند. در هر مسئله برداری به اسم بردار نیروی المانی تعریف شده که اثر نیروهای خارجی و یا محیط بر روی هر المان در آن نشان داده می شود. ماتریس سختی المانی ماتریسی است که خصوصیات مربوط به جنس جسم و همچنین نحوه توزیع نیروها بر روی گره های مربوط به هر المان را بیان می کند. در نهایت رابطه بین بردار متغیر میدانی، بردار نیروی المانی و همچنین ماتریس سختی المانی برای هر المان به صورت زیر است:

$$[K^e]\{a^e\} = \{f^e\} \qquad (۱-۲-۱)$$

۴- جمع کردن (اسمبل کردن) معادلات المانی

مسئله مورد نظر برای کل جسم تعریف شده است نه برای تک تک المانها، بنابراین یک ماتریس سختی کلی برای جسم و همچنین یک بردار نیروی المانی کلی برای آن باید تعریف شود. در این مرحله با در کنار هم قرار دادن مناسب مولفه های ماتریسهای سختی المانی ماتریس سختی المانی کلی را تشکیل داده وهمچنین با چیدن مناسب مولفه های مربوط به بردارهای نیروی المانی در بردار کلی نیرو، بردار کلی نیروها حاصل می شود. حالت نهایی معادلات به صورت زیر خواهد شد:

$$[K_{total}]_{n\times n}\{a_{total}\}_{n\times 1}=\{f_{total}\}_{n\times 1} \qquad (۲-۲-۱)$$

که در آن n برابر است با تعداد کل گره ها ضربدر درجه آزادی هر گره.

۵- اعمال شرایط مرزی

بر روی مرزهای جسم و یا ناحیه مورد نظر هر نوع شرط مرزی (ضروری و یا طبیعی) ممکن است اعمال شده باشد ولی بر روی یک مرز همزمان دو نوع شرط مرزی نمی تواند اعمال شود. به منظور بدست آوردن جوابهای درست و صحیح اثر شرایط مرزی اعمال شده بر روی جسم باید در ماتریس سختی نهایی و بردار کلی نیروها وارد شود. مثلا در مسائل مکانیک جامدات ممکن است در نقاطی از جسم جابه جائی‌ها صفرباشند.

۶- حل به منظور محاسبه متغیر میدانی مجهول

با اعمال شرایط مرزی در مرحله قبل اکنون دستگاه معادلاتی داریم که با حل آن مقادیر گرهی مجهول متغیر میدانی قابل محاسبه است. به عنوان مثال در یک مسئله مکانیک جامدات با حل دستگاه معادلات نهایی، مقادیر جا به جایی تمامی گره ها بدست می آید.

تا اینجا مراحل انجام و یا اعمال روش المان محدود برای یک مسئله در حالت کلی به پایان رسید. در مورد یک مسئله مکانیک جامدات مرحله دیگری هم به منظور تکمیل حل به صورت زیر باید انجام شود.

۷- محاسبه تنشها و کرنشهای المانی

همانطور که در بخشهای قبلی گفته شد با بدست آوردن متغیر میدانی در گره ها، کمیتهای دیگری هم که بوسیله روابطی به متغیر میدانی مربوط هستند در گره ها و از آنجا در تمامی نقاط جسم و یا ناحیه قابل محاسبه هستند. در یک مسئله مکانیک جامدات با استفاده از جابه جائیها کرنشها و سپس با در دست داشتن کرنشها، تنشها قابل محاسبه هستند.

مرجع:

[۱] Frank l. Stasa , Applied Finite Element Analysis for Engineers, Florida Institute of Technology,1985.