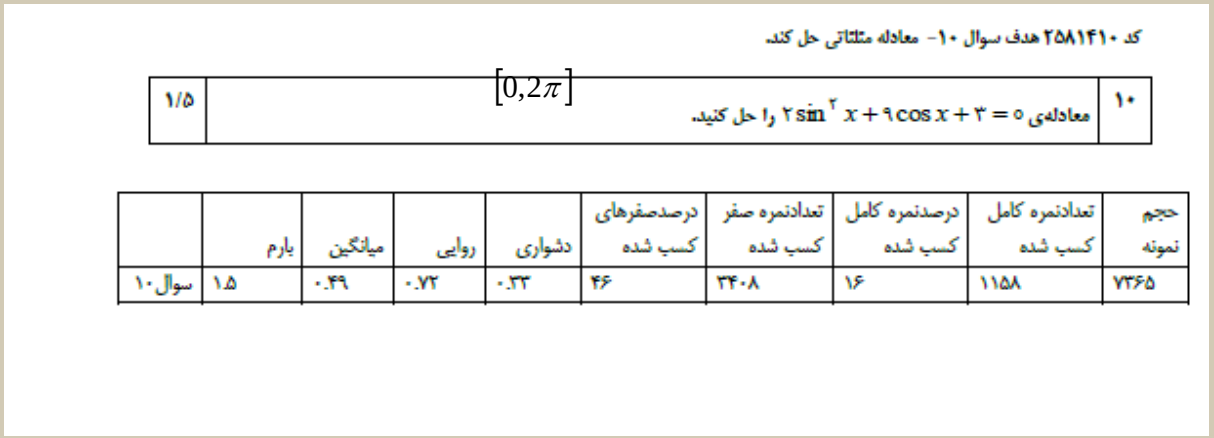
هوالفتاح.

محتوای جبرانی متناسب با اهداف سوالاتی که دانش آموزان در امتحان نهایی حسابان در خردادماه ۹۲ و ۹۳ عملکرد ضعیفی داشته اند.



کد ۲۵۸۱۴۱۰ هدف سوال ۱۰- معادله مثلثاتی حل کند.

۱۰	معادله‌ی $2\sin^2 x+9\cos x+3=0$ را حل کنید. $[0,2\pi]$	۱/۵

حجم نمونه	تعدادنمره کامل کسب شده	درصدنمره کامل کسب شده	تعدادنمره صفر کسب شده	درصدصفرهای کسب شده	دشواری	روایی	میانگین	بارم	
۷۳۶۵	۱۱۵۸	۱۶	۳۴۰۸	۴۶	۰.۳۳	۰.۷۲	۰.۴۹	۱.۵	سوال ۱۰

معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید،سپس جوابهای کلی آنها را در بازه $[0,2\pi]$ بدست آورید:

1) $2\cos^2 x-3\cos x+1=0$

$$\cos x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\frac{3\pm1}{4}\rightarrow\begin{cases}\cos x=1\rightarrow x=2k\pi\xrightarrow{k=0,k=1}x=0,x=2\pi\\ \cos x=\frac{1}{2}\rightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}\rightarrow\begin{cases}x=2k\pi+\frac{\pi}{3}\xrightarrow{k=0}x=\frac{\pi}{3}\\ x=2k\pi-\frac{\pi}{3}\xrightarrow{k=1}x=\frac{5\pi}{3}\end{cases}\end{cases}$$

2) $\sin x+\sin 2x=0$

$$\sin x+2\sin x.\cos x=0\rightarrow\sin x(1+2\cos x)=0\rightarrow$$

$$\begin{cases}\sin x=0\rightarrow x=k\pi\xrightarrow{k=0,k=1,k=2}x=0,x=\pi,x=2\pi\\ (1+2\cos x)=0\rightarrow\cos x=-\frac{1}{2}=-\cos\frac{\pi}{3}=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\xrightarrow{x=2k\pi\pm\frac{2\pi}{3}}\begin{cases}x=2k\pi+\frac{2\pi}{3}\xrightarrow{k=0}x=\frac{2\pi}{3}\\ x=2k\pi-\frac{2\pi}{3}\end{cases}\end{cases}$$

در بازه مورد نظر جواب ندارد

3) $2\sin x+\tan x=0$

$$2\sin x-\frac{\sin x}{\cos x}=0\rightarrow\frac{2\sin x.\cos x-\sin x}{\cos x}=0\rightarrow\sin x(2\cos x-1)=0\rightarrow$$

آن دسته ازریشه های صورت قابل قبول است که ریشه مخرج نباشد، پس به طریق زیر عمل می کنیم:

$$\begin{cases}\sin x=0\rightarrow x=k\pi\xrightarrow{k=0,k=1,k=2}x=0,x=\pi,x=2\pi\\(1-2\cos x)=0\rightarrow\cos x=\frac{1}{2}=\xrightarrow{x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}}\begin{cases}x=2k\pi+\frac{\pi}{3}\xrightarrow{k=0}x=\frac{\pi}{3}\\x=2k\pi-\frac{\pi}{3}\xrightarrow{k=1}x=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}\end{cases}\end{cases}$$

$$\cos x=0\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{2}\xrightarrow{k=0,k=1}x=\frac{\pi}{2},x=\frac{3\pi}{2}$$

پس جوابهای معادله عبارتند از: $x=0,\frac{\pi}{3},\pi,\frac{5\pi}{3},2\pi$

4) $2\cos^2 x-1=\cos x$

$$\cos 2x=\cos x\rightarrow 2x=2k\pi\pm x\rightarrow\begin{cases}2x=2k\pi+x\rightarrow x=2k\pi\xrightarrow{k=0,1}x=0,2\pi\\2x=2k\pi-x\rightarrow 3x=2k\pi\rightarrow x=\frac{2k\pi}{3}\rightarrow x=0,\frac{2\pi}{3},2\pi\end{cases}$$

معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید:

1) $2\cos^2 x-\sin 2x=1$

$$2\cos^2 x-1=\sin 2x\rightarrow\cos 2x=\sin 2x\rightarrow\cos 2x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)$$

$$\rightarrow 2x=2k\pi\pm\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)\rightarrow\begin{cases}2x=2k\pi+\frac{\pi}{2}-2x\rightarrow 4x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\rightarrow x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\\2x=2k\pi-\frac{\pi}{2}+2x\qquad\times\end{cases}$$

2) $4\cos^2 x-4\sin x=1$

$$4(1-\sin^2 x)-4\sin x-1=0\rightarrow-4\sin^2 x-4\sin x+3=0$$

3) $\cot x + \tan x = 2$

4) $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

$$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \to 2\cos^2 x - \cos x = 0 \to \cos x(2\cos x - 1) = 0 \to \begin{cases} \cos x = 0 \to x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ (2\cos x - 1) = 0 \to \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

5) $\tan 7x.\tan 5x = 1$

$$\frac{\sin 7x}{\cos 7x} \times \frac{\sin 5x}{\cos 5x} = 1 \to \sin 7x.\sin 5x = \cos 7x.\cos 5x \to \sin 7x.\sin 5x - \cos 7x.\cos 5x = 0$$

$$\to \cos(7x + 5x) = 0 \to \cos 12x = 0 \to 12x = k\pi + \frac{\pi}{2} \to x = \frac{k\pi}{12} + \frac{\pi}{24}$$

6) $\sin^3 x - \sin x = 0$

$$\sin x(\sin^2 x - 1) = 0 \to \sin x(-\cos^2 x) = 0 \to \begin{cases} \sin x = 0 \to x = k\pi \\ -\cos^2 x = 0 \to \cos x = 0 \to x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

7) $\cos 6x \times \cos 4x = \frac{1}{2}\cos 10x$

$$\frac{1}{2}[\cos(6x + 4x) + \cos(6x - 4x)] = \frac{1}{2}\cos 10x \to \cos 10x + \cos 2x = \cos 10x$$

$$\to \cos 2x = 0 \to 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \to x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

8) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$

$$\sin x + \sin 3x + \sin 2x = 0 \to 2\sin\frac{x + 3x}{2}\cos\frac{x - 3x}{2} + \sin 2x = 0 \to 2\sin 2x\cos x + \sin 2x = 0$$

$$\sin 2x(2\cos x + 1) = 0 \to$$

$$\begin{cases} \sin 2x = 0 \to 2x = k\pi \to x = \frac{k\pi}{2} \\ (1 + 2\cos x) = 0 \to \cos x = -\frac{1}{2} = -\cos\frac{\pi}{3} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \longrightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

9) $\sqrt{3}\tan x = 2\sin x$

$$\sqrt{3}\frac{\sin x}{\cos x} - 2\sin x = 0 \to \frac{\sqrt{3}\sin x - 2\sin x.\cos x}{\cos x} = 0 \to \sin x(\sqrt{3}\cos x - 2) = 0 \to$$

آن دسته ازریشه های صورت قابل قبول است که ریشه مخرج نباشد، پس به طریق زیر عمل می کنیم:

$$\sqrt{3}\frac{\sin x}{\cos x}-2\sin x=0\rightarrow\frac{\sqrt{3}\sin x-2\sin x.\cos x}{\cos x}=0\rightarrow\sin x\left(\sqrt{3}-2\cos x\right)=0\rightarrow$$

$$\begin{cases}\sin x=0\rightarrow x=k\pi\\ \left(\sqrt{3}-2\cos x\right)=0\rightarrow\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\longrightarrow x=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$$

$$\cos x\neq 0\rightarrow x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$$

10) $\sin 7x+\sin 3x=\sin 5x$

$$\rightarrow 2\sin\frac{7x+3x}{2}\cos\frac{7x-3x}{2}=\sin 5x\rightarrow 2\sin 5x\cos 2x-\sin 5x=0$$

$$\sin 5x\left(2\cos 2x-1\right)=0\rightarrow$$

$$\begin{cases}\sin 5x=0\rightarrow 5x=k\pi\rightarrow x=\dfrac{k\pi}{5}\\ \left(2\cos 2x-1\right)=0\rightarrow\cos 2x=\dfrac{1}{2}=\cos\dfrac{\pi}{3}\longrightarrow 2x=2k\pi\pm\dfrac{\pi}{3}\longrightarrow x=k\pi\pm\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$$

در مثلث ABC رابطه ی $\tan(B+60).\tan(C+60)=1$ بر قرار است،زاویه Aرا بیابید:

$$\tan(B+60).\tan(C+60)=1\rightarrow\tan(B+60).\frac{1}{\cot(C+60)}=1\rightarrow\tan(B+60)=\cot(C+60)$$

$$\tan(B+60)=\tan(90-(C+60))\rightarrow\tan(B+60)=\tan(30-C)\rightarrow$$

$$B+60=k\pi+(30-C)\xrightarrow{k=1}B+60=\pi+30-C\rightarrow B+C=180+30-60=150\rightarrow A=30$$

کد ۲۵۸۱۵۶۰ هدف سوال ۱۷ - با استفاده از مشتق تابع، نقطه‌ای با ویژگی خاص را به دست آورد.

۱۷	در چه نقاطی از بازه‌ی $[0,2\pi]$ ، خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\sin x$ موازی محور xها است.	۱/۲۵

حجم نمونه	تعدادنمره کامل کسب شده	درصدنمره کامل کسب شده	تعدادنمره صفر کسب شده	درصدصفرهای کسب شده	دشواری	روایی	میانگین	بارم	
۷۳۶۵	۱۵۳۶	۲۱	۲۵۰۰	۳۴	۰.۴۳	۰.۷۱	۰.۵۴	۱.۲۵	سوال۱۷

سوالات مشابه با سوال ۱۷ خرداد ۹۳:

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x+2} \qquad (1,0)$$

۱)معادله خط مماس بر نمودار تابع را در نقطه به دست آورید.

$$f'(x)=\frac{2x(x+2)-(x^2-1)}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$$

$$m_{\text{مماس}}=f'(1)=\frac{1^2+4+1}{(1+2)^2}=\frac{2}{3} \qquad y-y_A=m(x-x_A)\xrightarrow{A:\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}}y-0=\frac{2}{3}(x-1)\to y=\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}$$

۲)معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$ را در نقطه ای با طول 3واقع بر منحنی به دست آورید.

$$f'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}} \qquad m=f'(3)=\frac{2}{\sqrt[3]{8^2}}=\frac{1}{2} \qquad f(3)=\sqrt[3]{3^2-1}=2\longrightarrow A:\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}$$

$$y-y_A=m(x-x_A)\xrightarrow{A:\begin{bmatrix}3\\2\end{bmatrix}}y-2=\frac{1}{2}(x-3)\to y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$$

۳)تابع $f(x)=x^3+mx^2+2$ مفروض است،مقدارmرا طوری بیابید که مماس های مرسوم بر منحنی در نقاطی به طولهای $x=1,x=-1$ واقع بر منحنی ،بر هم عمود باشند.

$$f'(x)=3x^2+2mx\to\begin{cases}f'(1)=3+2m\\f'(-1)=3-2m\end{cases}\to f'(1)=-\frac{1}{f'(-1)}$$

$$\to 3+2m=-\frac{1}{3-2m}\to(3-2m)(3+2m)=-1\to 9-4m^2=-1\to -4m^2=-10$$

$$\to m^2=\frac{-10}{-4}\to m=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$$

۴)معادله خط قائم بر منحنی $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ در نقطه ی $A:\begin{bmatrix}8\\\frac{1}{2}\end{bmatrix}$ بیابید.

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{\frac{-1}{3}} \qquad f'(x)=\frac{-1}{3}x^{\frac{-4}{3}}=\frac{-1}{3\sqrt[3]{x^4}}\to f'(8)=\frac{-1}{3\sqrt[3]{8^4}}=\frac{-1}{3\times 16}=-\frac{1}{48}$$

شیب خط مماس

شیب قائم $m=48$ $y-y_A=m(x-x_A)\xrightarrow{A:(8,\frac{1}{2})}y-8=48\left(x-\frac{1}{2}\right)$

۵)معادله خط قائم بر منحنی $f(x)=(x^2-1)^3$ را در نقطه ای به طول $x=\sqrt{2}$ واقع برمنحنی بنویسید.

شیب خط قائم $f'(x)=3(2x)(x^2-1)\to f'(\sqrt{2})=3(2\times\sqrt{2})((\sqrt{2})^2-1)=6\sqrt{2}\longrightarrow m=-\frac{1}{6\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{12}$

$f(\sqrt{2})=(\sqrt{2}^2-1)^3=1\to A:(\sqrt{2},1)\quad y-y_A=m(x-x_A)\xrightarrow{A:\begin{bmatrix}\sqrt{2}\\1\end{bmatrix}}y-1=-\frac{\sqrt{2}}{12}(x-\sqrt{2})\to y=-\frac{\sqrt{2}}{12}x+\frac{7}{6}$

۶)نقاطی از منحنی $f(x)=x^3-3x$ را مشخص کنید که خط مماس بر آنها موازی خط $y=3x+1$ باشد.

$y=3x+1\to m=3\xrightarrow{f'(x)=3}f'(x)=3x^2-3\to 3=3x^2-3\to 6=3x^2\to x^2=2\to x=\pm\sqrt{2}$

۷)نقاطی از منحنی $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$ را مشخص کنید که خط مماس بر آنها بر خط $y=3x+5$ عمود باشد.

$y=3x+1\to m=3\to m'=-\frac{1}{3}$

$\xrightarrow{f'(x)=-\frac{1}{3}}f'(x)=\frac{(x-2)-(x+1)}{(x-2)^2}=\frac{-3}{(x-2)^2}\to-\frac{1}{3}=\frac{-3}{(x-2)^2}\to 9=(x-2)^2\to\pm3=x-2$

$\to\begin{cases}3=x-2\to x=5\\-3=x-2\to x=-1\end{cases}\to(-1,0),(5,2)$

۸)نقاطی از منحنی$f(x)=x^3-3x^2+1$را بدست آورید که مماس بر منحنی درآن نقاط،موازی محور طولها باشد.

$y'=3x^2-6x\xrightarrow{y'=0}3x^2-6x=x(3x-6)=0\to\begin{cases}x=0\\(3x-6)=0\to x=2\end{cases}\to(0,1),(2,-3)$

۹)نقاطی از منحنی $f(x)=\cos x$ را بدست آورید که مماس بر منحنی درآن نقاط،موازی محور طولها باشد.

$y'=-\sin x\xrightarrow{y'=0}\sin x=0\to x=k\pi$

۱۰)معادلات خطوط مماس بر منحنی $f(x)=x^2-1$ از نقطه ی $(0,-2)$ را به دست آورید.

$y-y_A=m(x-x_A)\xrightarrow{A:(0,-2)}y+2=m(x-0)\to y=mx-2,$

$\to\begin{cases}y=mx-2\\y=x^2-1\end{cases},mx-2=x^2-1\to x^2-1-mx+2=0\to x^2-mx+1=0\xrightarrow{\Delta=0}m=\pm2$

$\to m=\pm2\to\begin{cases}y=2x-2\\y=-2x-2\end{cases}$

۱۱)معادله خط قائم بر منحنی به معادله $y=\sqrt{x+1}$ در نقطه تلاقی آن با محور عرضها را بیابید.

$$y=x+1 \xrightarrow{x=0} y=1 \to A:(0,1) \to f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \to m=f'(0)=\frac{1}{2\sqrt{0+1}}=\frac{1}{2}$$

$$y-y_A=m(x-x_A) \xrightarrow{A:(1,0)} y-1=\frac{1}{2}(x-0) \to y=\frac{1}{2}x+1$$

۱۲)معادله خط قائم بر منحنی به معادله $y(x)=\frac{1}{2}\cos 2x-\cos x$ در واقع بر $x=\frac{\pi}{3}$ آن را بیابید.

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}\cos\frac{2\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=-\frac{3}{4} \to A:\left(\frac{\pi}{3},-\frac{3}{4}\right)$$

$$y'(x)=-\frac{1}{2}\times 2\sin x.\cos x+\sin x=-\sin 2x+\sin x \xrightarrow{m=y'\left(\frac{\pi}{3}\right)} y'\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

چون شیب مماس صفر شد خط موازی محور طولهاست یعنی: $y=-\frac{3}{4}$.

۱۳)معادله خط مماس بر منحنی به معادله $y(x)=\tan^2 x+\cos 2x$ در $x=\frac{\pi}{4}$ واقع بر آن را بیابید.

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right)=\tan^2\frac{\pi}{4}+\cos 2\frac{\pi}{4}=1+0=1 \to A:\left(\frac{\pi}{4},1\right)$$

$$y'(x)=2\tan x.(1+\tan^2 x)\cos x-2\sin 2x \xrightarrow{m=y'\left(\frac{\pi}{4}\right)} y'\left(\frac{\pi}{4}\right)=2(1)(1+1)-2(1)=2$$

$$y-y_A=m(x-x_A) \xrightarrow{A:\left(\frac{\pi}{4},1\right)} y-1=2\left(x-\frac{\pi}{4}\right) \to y=2x+1-\frac{\pi}{2}$$

۱۴)عرض از مبدا خط مماس بر منحنی $y(x)=\sqrt{x^2+3x}$ در نقطه $x=1$ واقع بر آن را بدست آورید.

$$y'(x)=\frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x}} \to y'(1)=\frac{2+3}{2\sqrt{1+3}}=\frac{5}{4} \qquad y(1)=\sqrt{1^2+3}=2 \to A:(1,2)$$

$$y-y_A=m(x-x_A) \xrightarrow{A:(1,2)} y-2=\frac{5}{4}(x-1) \to y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{4}$$

کد ۲۵۸۱۱۵۵ هدف سوال ۴- معادلات شامل قدر مطلق را به روش هندسی حل کند

۴	معادله‌ی $x+\frac{x}{\lvert x\rvert}=3$ را به روش هندسی حل کنید.	۱/۵

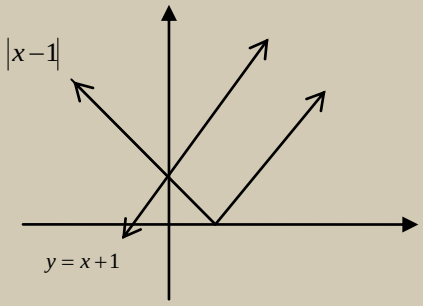
حجم نمونه	تعدادنمره کامل کسب شده	درصدنمره کامل کسب شده	تعدادنمره صفر کسب شده	درصدصفرهای کسب شده	دشواری	روایی	میانگین	بارم	
۷۳۶۵	۱۲۷۳	۱۷	۲۵۷۹	۳۵	۰.۳۶	۰.۷۱	۰.۵۴	۱.۵	سوال۴

سوالات مشابه با سوال ۳ خرداد ۹۲:

۱)مجموعه جواب نا معادله های زیر را بدست آورید:

1) $|x-1|-x<1$

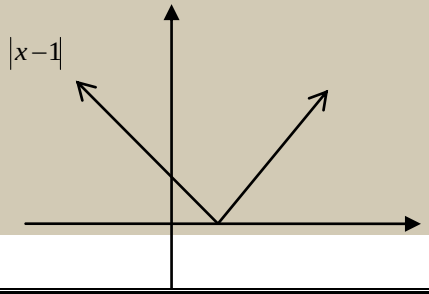
$$\begin{cases} D_{y_1}=R \\ \\ D_{y_2}=R \end{cases} \rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=R$$



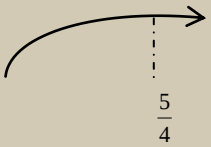
$$|x-1|<x+1 \rightarrow \begin{cases} y=|x-1| & \begin{array}{c|cc} x & 0 & 1 \\ \hline y & 1 & 0 \end{array} \\ \\ y=x+1 & \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 1 & -1 \\ \hline y & 1 & 2 & 0 \end{array} \end{cases} \rightarrow a.s=(0,\infty)$$

2) $|2x-1|\geq\sqrt{x+1}$

$$\begin{cases} D_{y_1}=R \\ \\ D_{y_2}=[-1,\infty) \end{cases} \rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=[-1,\infty)$$



$$|2x-1| \geq \sqrt{x+1} \rightarrow \begin{cases} y_1 = |2x-1| & \begin{array}{c|ccc} x & 0 & & \frac{5}{4} \\ \hline y & 1 & & \frac{3}{2} \end{array} \\ y_2 = \sqrt{x+1} & \begin{array}{c|ccc} x & 0 & & \frac{5}{4} \\ \hline y & 1 & & \frac{3}{2} \end{array} \end{cases}$$

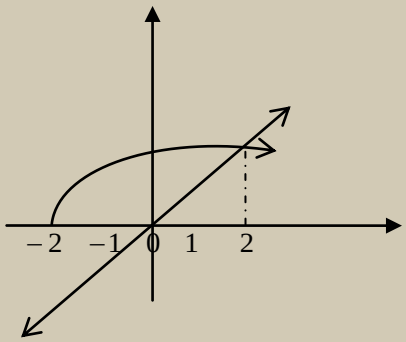


$$\rightarrow a.s = [-1,0] \cup \left[\frac{5}{4}, \infty\right)$$

3) $x < \sqrt{x+2}$

$$\begin{cases} D_{y_1} = R \\ D_{y_2} = [-2, \infty) \end{cases} \rightarrow D_{y_1} \cap D_{y_2} = [-2, \infty)$$

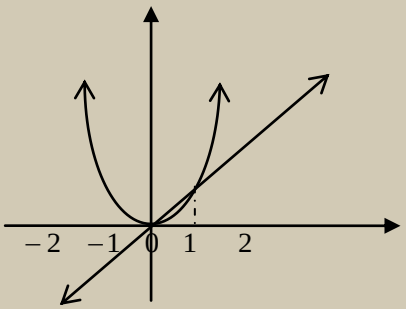
$$x < \sqrt{x+2} \rightarrow \begin{cases} y_1 = x & \begin{array}{c|cc} x & 1 & 2 \\ \hline y & 1 & 2 \end{array} \\ y_2 = \sqrt{x+2} & \begin{array}{c|cc} x & -2 & 2 \\ \hline y & 1 & 2 \end{array} \end{cases} \rightarrow a.s = [-2,2]$$



4) $x^2 - x < 0$

$$\begin{cases} D_{y_1} = R \\ D_{y_2} = R \end{cases} \rightarrow D_{y_1} \cap D_{y_2} = R$$

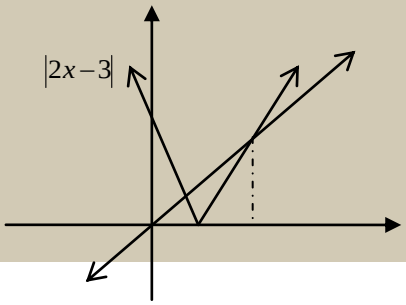
$$x^2 < x \rightarrow \begin{cases} y_1 = x^2 & \begin{array}{ccc} x & 0 & \pm 1 \\ y & 0 & 1 \end{array} \\ y_2 = x & \begin{array}{ccc} x & 0 & 1 \\ y & 0 & 1 \end{array} \end{cases} \rightarrow a.s = (0,1)$$

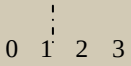


5) $|2x-3| < x$

$$\begin{cases} D_{y_1} = R \\ D_{y_2} = R \end{cases} \rightarrow D_{y_1} \cap D_{y_2} = R$$

$$|2x-3| < x \rightarrow \begin{cases} y_1 = |2x-3| & \begin{array}{ccc} x & 1 & 3 \\ y & 1 & 3 \end{array} \\ y_2 = x & \begin{array}{ccc} x & 1 & 3 \\ y & 1 & 3 \end{array} \end{cases}$$



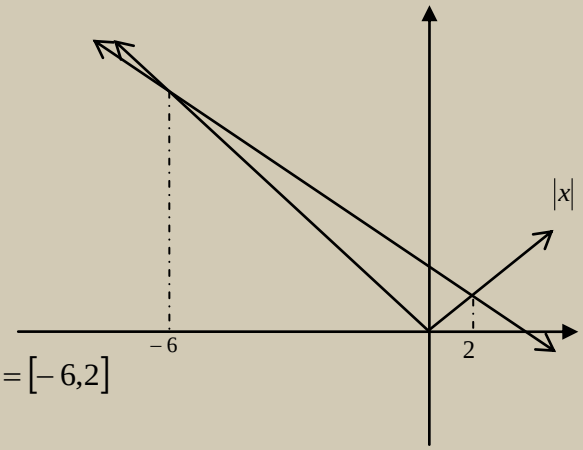


$\rightarrow a.s=(1,3)$

6) $x+|x|\le \frac{1}{2}x+3 \rightarrow |x|\le -\frac{1}{2}x+3$

$$\begin{cases} D_{y_1}=R \\ \\ D_{y_2}=R \end{cases} \rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=R$$

$|x-1|\le \sqrt{x+1} \rightarrow f(x)=|x-1| \qquad g(x)=\sqrt{x+1}$



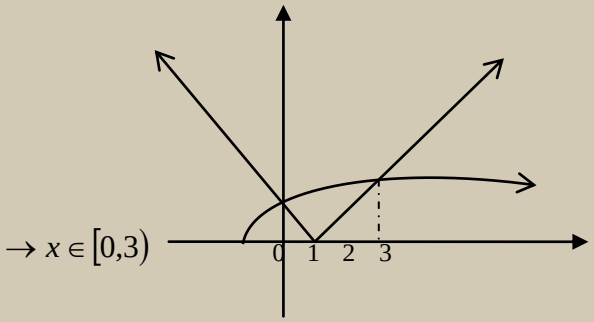
$$|x|\le -\frac{1}{2}x+3 \rightarrow \begin{cases} y_1=|x| & \begin{array}{|c|c|c|} x & -6 & 2 \\ y & 6 & 2 \end{array} \\ \\ y_2=-\frac{1}{2}x+3 & \begin{array}{|c|c|c|} x & -6 & 2 \\ y & 6 & 2 \end{array} \end{cases}$$

$\rightarrow a.s=[-6,2]$

7) $|x-1|\le \sqrt{x+1}$

$$\begin{cases} D_{y_1}=R \\ \\ D_{y_2}=[-1,\infty) \end{cases} \rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=[-1,\infty)$$

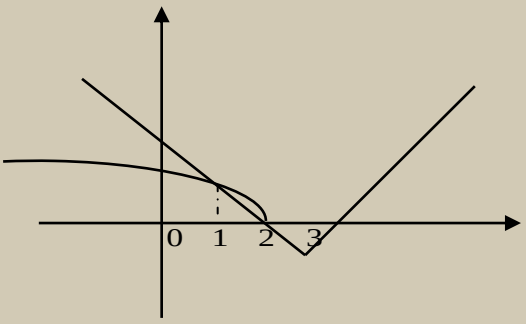
$$|x-1|\le \sqrt{x+1} \rightarrow \begin{cases} y_1=|x-1| & \begin{array}{|c|c|c|} x & 0 & 3 \\ y & 1 & 2 \end{array} \\ \\ y_2=\sqrt{x+1} & \begin{array}{|c|c|c|} x & 0 & 3 \\ y & 1 & 2 \end{array} \end{cases}$$



$\rightarrow x\in[0,3)$

8) $|x-3|-1\le \sqrt{-x+2}$

$$\begin{cases} D_{y_1}=R \\ \\ D_{y_2}=(2,\infty] \end{cases} \rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=(2,\infty]$$

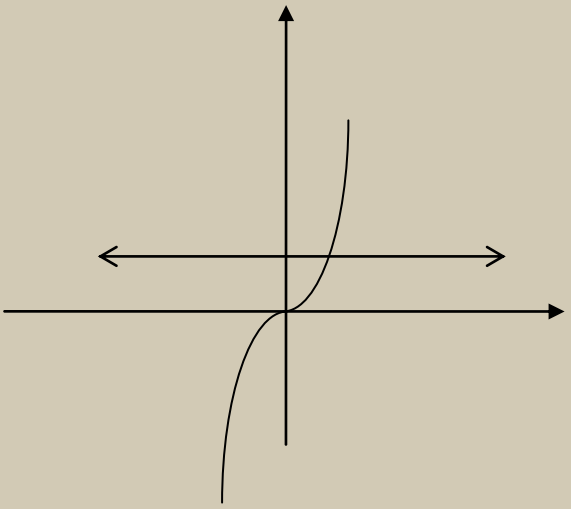


$$|x-3|-1\le\sqrt{-x+2}\rightarrow\begin{cases}y_1=|x-3|-1 & \begin{array}{ccc}x & 2 & 1\\ y & 0 & 1\end{array}\\ y_2=\sqrt{-x+2} & \begin{array}{ccc}x & 2 & 1\\ y & 0 & 1\end{array}\end{cases}\qquad a.s=(-\infty,1]\cup\{2\}$$

6) $x^3-1\ge 0\rightarrow x^3\ge 1$

$$\begin{cases}D_{y_1}=R\\ \qquad\rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=R\\ D_{y_2}=R\end{cases}$$

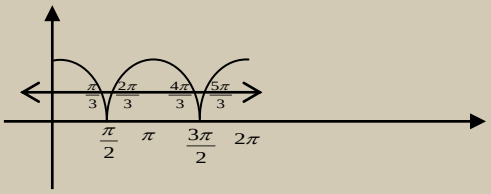
$$x^3\ge 1\rightarrow\begin{cases}y_1=x^3 & \begin{array}{ccc}x & 0 & 1\\ y & 0 & 1\end{array}\\ y_2=1\end{cases}\qquad\rightarrow a.s=[1,\infty)$$



به روش هندسی جوابهای معادلات خواسته شده را در بازه $[0,2\pi]$ بدست آورید:

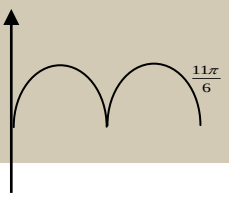
1) $|\cos x|\le\frac{1}{2}$

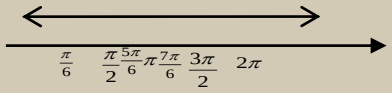
$$\begin{cases}D_{y_1}=R\\ \qquad\rightarrow D_{y_1}\cap D_{y_2}=R\\ D_{y_2}=R\end{cases}$$



$$|\cos x|\le\frac{1}{2}\rightarrow\begin{cases}y_1=|\cos x| & \begin{array}{ccccc}x & 0 & \frac{\pi}{2} & \pi & \frac{3\pi}{2}\\ y & 1 & 0 & 1 & 0\end{array}\\ y_2=\frac{1}{2}\end{cases}\qquad\rightarrow x\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]\cup\left[\frac{4\pi}{3},\frac{5\pi}{3}\right]$$

2) $|\sin x|\le\frac{1}{2}$





$$\begin{cases} D_{y_1} = R \\ \qquad\quad \rightarrow D_{y_1} \cap D_{y_2} = R \\ D_{y_2} = R \end{cases}$$

$$|\sin x| \le \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} y_1 = |\sin x| \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \begin{array}{cccccc} x & 0 & \frac{\pi}{2} & \pi & \frac{3\pi}{2} \\ y & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\rightarrow x \in \left[0, \frac{\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{11\pi}{6}, 2\pi\right]$$