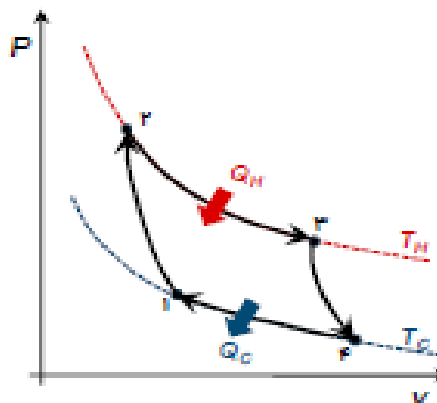


چرخه کارنو برای گاز ایده آل

سیکل کارنو:

- (۲-۱) تراکم آدیاباتیکی برگشت پذیر
- (۳-۲) انبساط همدمای برگشت پذیر
- (۴-۳) انبساط آدیاباتیکی برگشت پذیر
- (۱-۴) تراکم همدمای برگشت پذیر



$$|Q_H| = \int_{V_2}^{V_3} P dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{RT_H}{V} dV = RT_H \ln \frac{V_3}{V_2} \quad \text{برای انبساط همدما (۳-۲)}$$

$$|Q_C| = \int_{V_1}^{V_4} P dV = \int_{V_1}^{V_4} \frac{RT_C}{V} dV = RT_C \ln \frac{V_4}{V_1} \quad \text{برای تراکم همدما (۱-۴)}$$

$$\left. \begin{aligned} \ln \frac{V_3}{V_2} = \ln \frac{V_4}{V_1} \quad \text{یا} \quad \ln \frac{V_4}{V_3} = \ln \frac{V_1}{V_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \int_{T_C}^{T_H} \frac{C_v dT}{RT} = \ln \frac{V_4}{V_3} \quad \text{برای انبساط آدیاباتیکی (۴-۳)} \\ & \int_{T_C}^{T_H} \frac{C_v dT}{RT} = \ln \frac{V_1}{V_2} \quad \text{برای تراکم آدیاباتیکی (۲-۱)} \end{aligned}$$

$$\frac{|Q_H|}{|Q_C|} = \frac{T_H}{T_C} \quad \text{از مجموع روابط بالا خواهیم داشت:}$$

مقیاس دمای ترمودینامیکی

$$\begin{aligned} - \text{از ماشین کارنو: } \frac{|Q_H|}{|Q_C|} &= \frac{\psi(T_H)}{\psi(T_C)} \\ - \text{از ماشین کارنو برای گاز ایده آل: } \frac{|Q_H|}{|Q_C|} &= \frac{T_H}{T_C} \end{aligned}$$

از مقایسه دو رابطه بالا می توان نتیجه گرفت که ساده ترین رابطه ی ممکن برای ψ به شکل زیر است:

$$\psi(T) = T$$

یعنی مقیاس دمای کلوین بر مبنای خواص گازهای ایده آل در واقع یک مقیاس ترمودینامیکی مستقل از خواص هر ماده است.

برای پمپ سرد کننده:

$$\beta_{ref} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

برای پمپ گرمایی:

$$\beta_{H-P} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

برای ماشین گرمایی:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

مثال ۱: یک نیروگاه حرارتی ۸۰۰ مگاواتی در 300°C عمل نموده و گرما را در 25°C به رودخانه دفع می کند. در صورتیکه مقدار

بازده گرمایی نیروگاه ۶۰٪ مقدار ماکزیمم آن باشد، چه مقدار گرما به رودخانه دفع می شود؟

$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{(25 + 273)}{(300 + 273)} = 0.48$$

$$\eta_{actual} = \frac{60}{100} \times 0.48 = 0.29$$

$$\eta = \frac{W}{|Q_H|} = \frac{W}{W + |Q_C|} \rightarrow |Q_C| = \left(\frac{1 - \eta}{\eta} \right) W = \frac{1 - 0.29}{0.29} \times 80 = 195.8 \text{ MW}$$

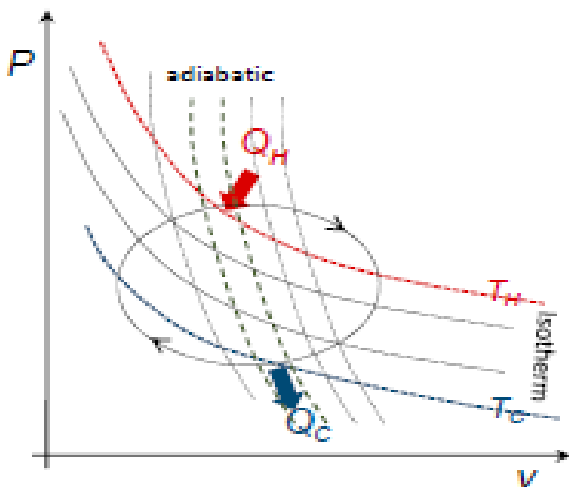


آنتروپی (Entropy)

$$\left. \begin{aligned} \frac{|Q_H|}{|Q_C|} = \frac{T_H}{T_C} &\rightarrow \frac{|Q_H|}{T_H} = \frac{|Q_C|}{T_C} \\ Q_H &= -Q_C \end{aligned} \right\} \frac{Q_H}{T_H} = -\frac{Q_C}{T_C} \rightarrow \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_C}{T_C} = 0$$

برای یک ماشین کارنو داریم:

به این ترتیب مجموع دو کمیت $\frac{Q}{T}$ برای چرخه کامل (جذب و دفع گرما) یک ماشین کارنو، در مجموع صفر است. از آنجایی که ویژگی اصلی یک خاصیت آن است که برای هر چرخه کامل صفر باشد، مثل دما، فشار، انرژی درونی ویژه و ... بنابراین رابطه فوق بر وجود خاصیتی دلالت دارد که تغییرات آن به وسیله نسبت کمیت گرما بر دما داده می شود.



یک منحنی بسته اختیاری برگشت پذیر روی منحنی $P - V$ در نظر می گیریم که توسط یک سیال عامل اختیاری طی می شود. با کشیدن خطوط همدمای و منحنی های آدیباتیک برگشت پذیر، کل منحنی بسته را به چندین چرخه کوچک تقسیم می کنیم. هر زوج از منحنی های آدیباتیک مجاور و منحنی های اتصال دهنده ایزوترم آنها نشانه یک چرخه کارنو است. اگر منحنی های آدیباتیک خیلی به هم نزدیک باشند، آنگاه مراحل ایزوترم بسیار کوچک شده و می توان نوشت:

$$\frac{dQ_H}{T_H} + \frac{dQ_C}{T_C} = 0$$

$$\oint \frac{dQ_{rev}}{T} = 0$$

بنابراین برای هر چرخه کوچک کارنو خواهیم داشت:

یعنی مجموع کمیت های $\frac{dQ_{rev}}{T}$ برای هر مجموعه ای از فرآیندهای چرخه ای برگشت پذیر مساوی صفر می گردد. در نتیجه وجود خاصیتی از سیستم

که تغییرات دیفرانسیلی آن به وسیله این کمیت ها استنباط می شود که به آن آنتروپی (S) می گوئیم: $dQ_{rev} = TdS \rightarrow dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$

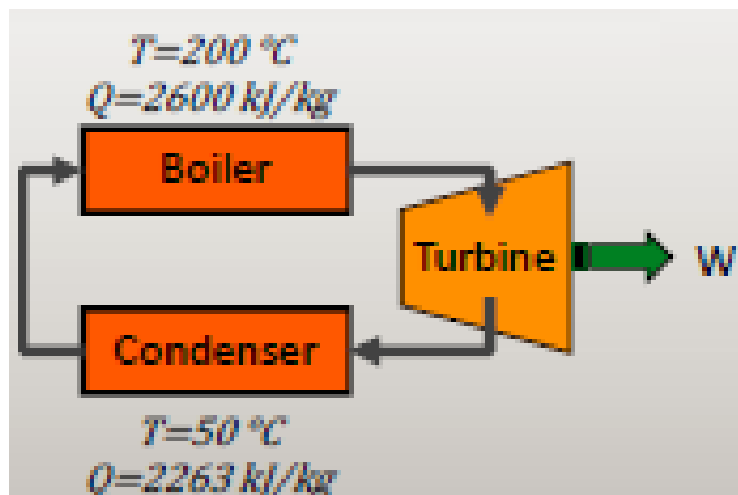
نامساوی کلازیوس

از آنجا که راندمان واقعی یک ماشین گرمایی کمتر یا برابر راندمان ماشین کارنو است:

$$\eta_{actual} \leq \eta_{ideal} \rightarrow 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} \leq 1 - \frac{T_C}{T_H} \rightarrow \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_C|}{T_C} \leq 0 \rightarrow \frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$$

نامساوی کلازیوس: $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$

نامساوی کلازیوس امکان پذیری یا عدم امکان پذیری یک فرآیند چرخه‌ای را مشخص می‌کند به طوریکه اگر مجموع مقادیر $\frac{dQ}{T}$ کمتر یا مساوی صفر باشد، آن فرآیند امکان پذیر خواهد بود. زمانی نامساوی کلازیوس مساوی صفر است که یک فرآیند چرخه‌ای برگشت پذیر داشته باشیم.



مثال ۲: آیا چرخه نیروی نشان داده شده در شکل، امکان پذیر است یا نه؟

برای امکان پذیری باید در نامساوی کلازیوس صدق کند:

$$\oint \frac{dQ}{T} = \frac{2600}{200 + 273} + \frac{-2263}{50 + 273} = -1.5 \frac{KJ}{Kg.K} < 0$$

پس این چرخه امکان پذیر است ولی برگشت پذیر نیست.

اصل افزایش آنتروپی

اگر ماده‌ای برای رسیدن از نقطه ۱ تا ۲، دو فرآیند برگشت پذیر A و B را طی کند:

$$ds = \frac{dQ_{rev}}{T}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \left\{ \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T} \right\}_A = \left\{ \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T} \right\}_B$$

حال برای فرآیندهای برگشت پذیر همیشه تغییر آنتروپی برابر با تفاضل آنتروپی نهایی و آنتروپی اولیه است و خواهیم داشت:

$$\Delta S > \int_1^2 \frac{dQ_{irrev}}{T}$$

بنابراین در مجموع می‌توان نوشت که:

معادله اصل افزایش آنتروپی $\Delta S \geq \int \frac{dQ}{T}$ برای فرآیندهای بازگشت پذیر مساوی و برای فرآیندهای برگشت ناپذیر رابطه‌ی بزرگ‌تر

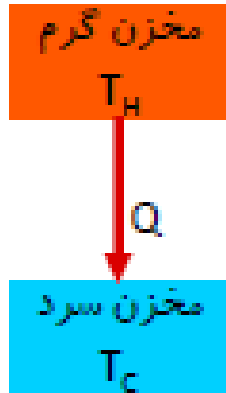
حال برای یک سیستم آدیاباتیکی ($Q = 0$) خواهیم داشت:

$$\Delta S \geq 0$$

یعنی آنتروپی یک سیستم بسته آدیاباتیکی همواره رو به افزایش است.

می‌توان گفت برای کل عالم که به عنوان یک سیستم ایزوله مقدار آنتروپی همواره در حال افزایش است!

در عین حال، آنتروپی به عنوان معیاری از بی‌نظمی مولکولی هم هست، پس کل جهان هستی به سوی بی‌نظمی پیش می‌رود!



اصل افزایش آنتروپی

$$\Delta S_H = \frac{-|Q|}{T_H}$$

$$\Delta S_C = \frac{+|Q|}{T_C}$$

انتقال گرما از منبع گرم به سرد را در نظر می گیریم:

$$\Delta S_{total} = \Delta S_H + \Delta S_C = \frac{-|Q|}{T_H} + \frac{+|Q|}{T_C} = |Q| \frac{T_H - T_C}{T_H \cdot T_C} \geq 0$$

از آنجا که دمای منبع گرم از دمای منبع سرد بیشتر است، تغییر آنتروپی کل برای انتقال حرارت برگشتناپذیر مثبت بوده و هر چه دمای دو منبع به هم نزدیک تر باشد، تغییر آنتروپی کمتر است. اگر دمای دو منبع فقط به مقدار بسیار ناچیزی متفاوت باشد، آنگاه انتقال گرما برگشت پذیر بوده و تغییر آنتروپی کل به صفر نزدیک می شود. حال برای آنتروپی تولید شده در یک فرآیند خواهیم داشت:

$$S_g = \Delta S_{total} = \Delta S_{sys} + \Delta S_{surr} \geq 0$$

یعنی آنتروپی تولید شده طی یک فرایند (S_g)، همیشه بزرگ تر از صفر است مگر آنکه فرآیند طی شده برگشت پذیر باشد. از آنجا که فرآیند برگشت پذیر یک فرآیند ایده آل فرضی است پس هر فرآیندی موجب افزایش آنتروپی جهان می گردد.

فرآیند آیزونتروپیک: هر فرآیندی که در آنتروپی ثابت انجام بگیرد، فرآیند آیزونتروپیک نامیده می شود.



$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$$

برای فرآیند برگشت پذیر داریم:

$$dS = 0$$

و اگر فرآیند برگشت پذیر آدیاباتیک باشد:



تغییر آنتروپی سیستم باز و بسته

در یک سیستم بسته:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T}$$

در اثر تحولی که سیستم بسته انجام می‌دهد، بین دو نقطه اختیاری خواهیم داشت:

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = \int_1^2 \frac{dQ}{T} + S_g$$

$\int_1^2 \frac{dQ}{T}$ برابر با انتقال آنتروپی و S_g برابر با تولید آنتروپی است. بایستی توجه داشت که هر دو این عبارات جزء خواص سیستم نیستند، یعنی وابسته به مسیر می‌باشند ولی مجموع جبری آنها یعنی ΔS وابسته به مسیر نیست و جز خواص سیستم است.

در یک سیستم باز (حجم کنترل):

$$\Delta S_{C.V.} = \sum \frac{Q}{T_\sigma} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_g$$

$\Delta S_{C.V.}$ تغییر کل آنتروپی، $\sum \frac{Q}{T_\sigma}$ انتقال آنتروپی با گرما به محیط، $\sum m_i s_i - \sum m_e s_e$ انتقال آنتروپی با جریان ورودی و خروجی، S_g تولید آنتروپی و T_σ دمای محیط می‌باشد.

برای حالت جریان پایا، تغییر آنتروپی با زمان صفر خواهد بود، پس:

$$\sum \frac{Q}{T_\sigma} + \sum m_i s_i - \sum m_e s_e + S_g = 0$$

روابط آنتروپی با انرژی داخلی و آنتالپی

برای فرآیند برگشت پذیر از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$du = dQ_{rev} - dW_{rev}$$

$$dQ_{rev} = Tds$$

$$dW_{rev} = Pdv$$

$$du = Tds - Pdv$$

$$h = u + Pv$$

$$dh = du + Pdv + v dP$$

$$du = Tds - Pdv$$

$$dh = (Tds - Pdv) + Pdv + v dP$$

$$dh = Tds + v dP$$

توجه: هر دو فرمول زیر با در نظر گرفتن فرآیند برگشت پذیر به دست آمده‌اند، اما چون تمامی پارامترهای موجود در فرمول‌ها همگی جزء خواص سیستم هستند، پس این دو فرمول برای تمامی سیستم‌ها و طی حرکت در هر مسیر ترمودینامیکی از نقطه‌ای به نقطه دیگر درست است.

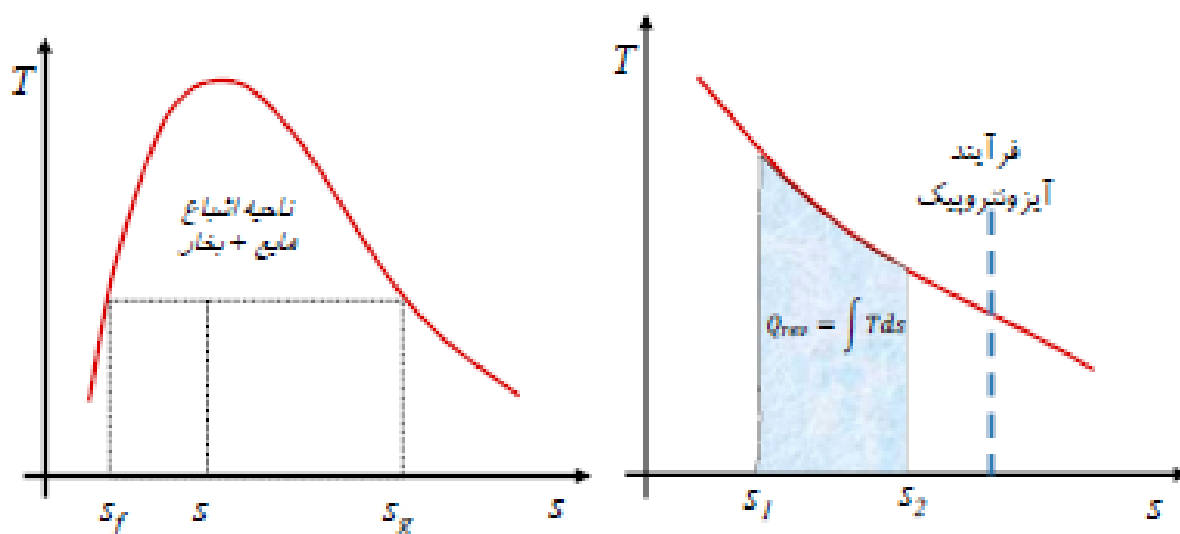
$$du = Tds - Pdv$$

$$dh = Tds + v dP$$



T-s نمودار

$dQ_{rev} = Tds$ سطح زیر منحنی $T - s$ برابر است با مقدار کار برگشت پذیر.



در جداول ترمودینامیکی ناحیه اشباع و سوپر هیت بعضی مواد علاوه بر حجم ویژه، انرژی داخلی و آنتالپی، مقادیر آنتروپی نیز براساس دما و فشار آورده شده است که برای محاسبات ترمودینامیکی به کار می‌رود.

Temp., T °C	Sat. press., P_{sat} kPa	Specific volume, m^3/kg		Internal energy, kJ/kg			Enthalpy, kJ/kg			Entropy, $kJ/kg \cdot K$		
		Sat. liquid, v_f	Sat. vapor, v_g	Sat. liquid, u_f	Evap., u_{fg}	Sat. vapor, u_g	Sat. liquid, h_f	Evap., h_{fg}	Sat. vapor, h_g	Sat. liquid, s_f	Evap., s_{fg}	Sat. vapor, s_g
0.01	0.6117	0.001000	206.00	0.000	2374.9	2374.9	0.001	2500.9	2500.9	0.0000	9.1556	9.1556
5	0.8725	0.001000	147.03	21.019	2360.8	2381.8	21.020	2489.1	2510.1	0.0763	8.9487	9.0249
10	1.2281	0.001000	106.32	42.020	2346.6	2388.7	42.022	2477.2	2519.2	0.1511	8.7488	8.8999
15	1.7057	0.001001	77.885	62.980	2332.5	2395.5	62.982	2465.4	2528.3	0.2245	8.5559	8.7803
20	2.3392	0.001002	57.762	83.913	2318.4	2402.3	83.915	2453.5	2537.4	0.2965	8.3696	8.6661
25	3.1698	0.001003	43.340	104.83	2304.3	2409.1	104.83	2441.7	2546.5	0.3672	8.1895	8.5567



تغییر آنتروپی برای سیالات خاص

$$\begin{aligned} dh &= C_p dT \\ du &= C_v dT \\ Pv &= RT \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} du &= Tds - Pdv \\ dh &= Tds + v dP \end{aligned}$$

$$Tds = C_v dT + Pdv$$

$$Tds = C_p dT - v dP$$

$$ds = \frac{C_v}{T} dT + \frac{P}{T} dv$$

$$ds = \frac{C_p}{T} dT - \frac{v}{T} dP$$

برای گاز ایده آل داریم:

$$ds = \frac{C_v}{T} dT + \frac{P}{T} dv$$

$$\frac{P}{T} = \frac{R}{v}$$

$$ds = \frac{C_p}{T} dT - \frac{v}{T} dP$$

$$\frac{P}{T} = \frac{R}{v}$$

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_v}{T} dT + \int_{v_1}^{v_2} \frac{R}{v} dv$$

$$s_2 - s_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\Delta s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_p}{T} dT + \int_{P_1}^{P_2} \frac{R}{P} dP$$

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

برای سیالات تراکم ناپذیر:

تغییرات حجم در برابر تغییرات فشار ناچیز است. پس برای چنین سیستم‌هایی می‌توان نوشت: (C ظرفیت گرمایی سیال تراکم ناپذیر)

$$\begin{aligned} Tds &= C_v dT + Pdv \\ dv &= 0 \end{aligned}$$

$$ds = \frac{C}{T} dT \quad \Delta s = C \ln \frac{T_2}{T_1}$$