

## فصل هفتم

### آمار و احتمال

- مقدمه‌ای بر علم آمار
- جامعه، نمونه و انواع متغیرها
- اندازه‌گیری شانس

کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر



کاربرد علم آمار در علوم پزشکی



کاربرد علم آمار در مهندسی کشاورزی



کاربرد علم آمار در محیط زیست



امروزه آمار به عنوان یک علم پرکاربرد در همه علوم مورد استفاده قرار می‌گیرد. برخی از کاربردهای علم آمار، در علوم مختلف را ملاحظه می‌کنید و در ادامه این فصل با این کاربردها آشنا می‌شویم.

## مقدمه‌ای بر علم آمار

### فعالیت

آیا تاکنون به نقش اعداد و ارقام در زندگی روزمره یک خانواده فکر کرده‌اید؟

خانواده‌ای شامل پدر، مادر و فرزندان را در نظر بگیرید. به عنوان

مثال:

اعضای این خانواده در فصل بهار، قصد رفتن به مسافرت تفریحی به یکی از شهرهای کشور را دارند. برای این منظور پدر و مادر خانواده با دیدن اخبار هواشناسی، به دنبال تعیین مناسب‌ترین زمان برای مسافرت خود هستند. در این اخبار، کارشناس هواشناسی می‌گوید:

«با جمع‌آوری اعداد و ارقامی در مورد میزان دمای هوا، میزان رطوبت

هوا و میزان بارش باران در ۱۰ روز گذشته، با استفاده از مدل‌های مربوط به هواشناسی، پیش‌بینی می‌شود، هوا در پنج روز آینده ۵ درجه گرم‌تر، میزان رطوبت تغییری نمی‌کند و هوا صاف و آفتابی است».

پدر و مادر، با شنیدن این گزارش، تصمیم می‌گیرند به همراه فرزندان خود در این پنج روز به مسافرت بروند.

بنابراین سازمان هواشناسی با استفاده از روش‌هایی شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام مربوط به دما، رطوبت و میزان بارش، سازماندهی و نمایش آن اعداد و ارقام و انجام تحلیل و تفسیر بر روی آن اعداد و ارقام با استفاده از روش‌های آماری به پیش‌بینی وضعیت هوا در پنج روز آینده پرداخته است. هرچقدر این اطلاعات کامل‌تر باشد، با تجزیه و تحلیل دقیق، مناسب‌ترین زمان و لوازم برای سفر را پیش‌بینی کرده و بهترین تصمیم را اتخاذ می‌نمایند.

بنابراین ما در زندگی روزمره با مجموعه‌ای از اعداد، ارقام و اطلاعات که به آن آمار می‌گویند، سروکار داریم و با استفاده از جمع‌آوری، سازماندهی و تحلیل و تفسیر آنها بر اساس روش‌های آماری به نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی در مورد پدیده‌ها و آزمایش‌های تصادفی می‌پردازیم.

### تعریف علم آمار

مجموعه روش‌هایی که شامل جمع‌آوری اعداد و ارقام، سازماندهی و نمایش، تحلیل و تفسیر داده‌ها و در نهایت نتیجه‌گیری، قضاوت و پیش‌بینی مناسب براساس تحلیل داده‌هاست را علم آمار می‌گویند.

### کاردکلاس

۱- در پیرامون خود، مثال‌هایی از تصمیم‌گیری یا پیش‌بینی بر اساس اعداد و ارقام بیاورید؟



## کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر (پردازش تصویر)



هر تصویر از تعداد زیادی مربع های کوچک تشکیل شده است. هر یک از این مربع های کوچک پیکسل نام دارند و به هر پیکسل می توان یک عدد را نسبت داد که بیانگر مقدار روشنایی آن پیکسل است.

در واقع هر تصویر از یک جدول عددی تشکیل می شود که هریک از اعداد مقدار روشنایی هر پیکسل را نشان می دهند. جدول مربوط به هر تصویر را به راحتی می توان به دست آورد. در اینجا نکته حایز اهمیت، کاربرد پردازش تصویر است.

پردازش تصویر یکی از موضوعات بسیار مهم در مهندسی کامپیوتر محسوب می شود. رشد استفاده از پردازش تصویر در سیستم های کنترل هوشمند سرعت، خواندن اتوماتیک پلاک خودرو و طرح های زوج و فرد و طرح ترافیک و ثبت تخلفات خودرو در سال های اخیر مشهود بوده است.



با استفاده از معیارهایی که در علم آمار وجود دارد می توان به بررسی کیفیت تصاویر پرداخت و تصاویر مخدوش و نامناسب را با تصاویر حقیقی شان مورد مقایسه و شناسایی قرار داد.



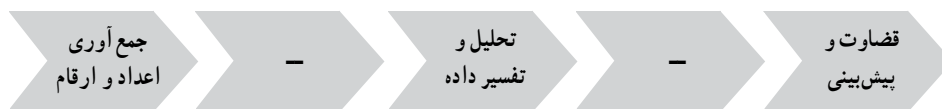
۲- کدام جملات درست و کدام جملات نادرست است :

(الف) اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع آوری داده هاست .....

(ب) پیش بینی و تصمیم گیری برای آینده نتیجه استفاده از علم آمار است .....

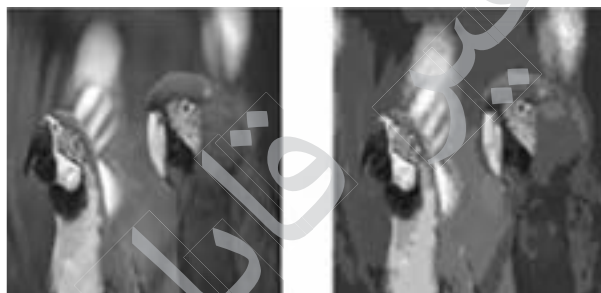
(ج) جمع آوری داده ها و رسم نمودارهای آماری، همان علم آمار است .....

۳- مراحل علم آمار را در شکل زیر کامل کنید؟



۴- به شکل زیر توجه کنید : آیا این شکل را می توان به اعداد و ارقام تبدیل کرد؟ اعداد و ارقام

آن چگونه اند؟ برای پاسخ به این سؤالات از مطالب حاشیه این صفحه استفاده کنید؟



## تمرین

۱- مدیر یک کارخانه لامپ سازی برای پیدا کردن تعداد کل لامپ های معیوب در یک ماه

آینده، می خواهد یک تحقیق آماری انجام دهد. برای این منظور تعداد لامپ های معیوب را در پنج روز کاری به صورت زیر جمع آوری کرده است.

روزهای کاری	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه
تعداد لامپ های معیوب	۵	۷	۹	۱۱	۱۳

بر اساس داده های به دست آمده مدیر کارخانه متوجه می شود، تعداد لامپ های معیوب بر اساس

یک دنباله حسابی، در حال افزایش است. بر اساس اطلاعات داده شده به سؤالات زیر پاسخ دهید :

(الف) اعداد و ارقام در این تمرین نشان دهنده چه چیزی هستند؟

(ب) دنباله حسابی مربوط به تعداد لامپ های معیوب را به دست آورید؟

(ج) مدیر کارخانه از روی داده ها چه تحلیل و تفسیری انجام می دهد؟

(د) بهترین تصمیمی که مدیر کارخانه می تواند بگیرد چیست؟

متوقف کردن خط تولید لامپ‌ها □ ادامه خط تولید لامپ‌ها □

۲- فرض کنید رنگ سبز را با عدد ۳، رنگ زرد را با عدد ۲، رنگ قرمز را با عدد ۱ و رنگ مشکی را با عدد صفر، نشان دهیم. جدول عددی و شکل زیر را کامل کنید؟

؟		
		؟
	؟	؟

۱	؟	؟
؟	؟	۰
؟	۰	۳

عینر قابل استناد



## جامعه و نمونه

## فعالیت

یکی از کاربردهای علم آمار در علوم پزشکی، بررسی مسئله چاقی است. برای اینکه میزان چاقی یک فرد را بسنجیم از معیاری تحت عنوان، معیار شاخص توده بدن استفاده می‌کنیم. این معیار از تقسیم وزن افراد (W) بر قد افراد (H) به توان دو

یا به عبارت دیگر  $\frac{W_{kg}}{(H_m)^2}$  محاسبه شده و براساس آن نتایج زیر به دست می‌آید:

طبقه‌بندی	شاخص توده بدن
کم وزن	کتر از ۱۸/۵
وزن طبیعی	۱۸/۵ تا ۲۴/۹
اضافه وزن	۲۵ تا ۲۹/۹
چاقی درجه یک	۳۰ تا ۳۴/۹
چاقی درجه دو	۳۵ تا ۳۹/۹
چاقی درجه سه	بیشتر از ۴۰

براساس علم آمار با استفاده از مدل‌های آماری مناسب تحت عنوان مدل‌های رگرسیونی، عوامل مؤثر بر شاخص توده بدنی شناسایی می‌شود. به عنوان مثال، عواملی همچون رژیم غذایی ناسالم، کم تحرکی، فشارخون و چربی خون می‌تواند در بالا رفتن این معیار و ایجاد بیماری چاقی مؤثر باشد. از سویی دیگر، با استفاده از مدل‌های رگرسیونی، بیماری چاقی، به عنوان یک عامل مهم زمینه‌ای در بروز بسیاری از بیماری‌ها از جمله افسردگی، دردهای مفصلی و انواع نارسایی‌ها و حملات قلبی-عروقی شناخته شده است. بنابراین، امروزه با توجه به تغییر شیوه‌های زندگی، به سویی ماشینی شدن و کم تحرکی و همچنین استفاده از خوراکی‌های آماده و فست‌فودها نیاز به استفاده از رژیم غذایی سالم، عدم مصرف خوراکی‌های مضر و ورزش و فعالیت بدنی، بسیار ضروری می‌باشد.

مسئله چاقی امروزه، به عنوان یکی از مسائل مهم و اساسی در زمینه سلامت افراد محسوب می‌شود. برای اطلاع بیشتر، حاشیه رو به رو را مطالعه کنید. به شکل زیر توجه کنید. این شکل افراد یک شهر را نشان می‌دهد که شامل افراد عادی و افراد چاق می‌باشد.



افراد یک شهر

می‌خواهیم تعداد کل افرادی که در این شهر زندگی می‌کنند را بشماریم.

به نظر شما، این تعداد چه عددی است؟

چند درصد از افراد این شهر چاق و چند درصدی

عادی هستند؟

برای پاسخ دادن به سؤالات بالا، با مشکلاتی

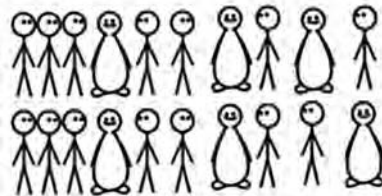
روبه‌رو هستیم. به سرعت نمی‌توانیم به سؤالات بالا

پاسخ دهیم یا در شمارش افراد چاق و عادی دچار اشتباه

شویم.

اکنون به جای شمارش کل افراد این شهر، تعدادی از افراد شهر را به طور تصادفی انتخاب

کرده و براساس افراد انتخاب شده، یک بار دیگر به سؤالات پاسخ می‌دهیم.



افراد انتخابی از شهر

همانطور که ملاحظه می‌کنید این بار پاسخ به سؤالات به سرعت، با دقت بیشتر و آسان‌تر داده

می‌شود و به راحتی درصد افراد چاق در زیر مجموعه انتخابی قابل محاسبه است.

## تعریف جامعه یا جمعیت

مجموعه تمام افراد یا اشیایی که در مورد یک یا چند ویژگی آنها تحقیق صورت گیرد، جامعه یا

جمعیت گویند و هر یک از این افراد یا اشیا را عضو جامعه می‌گویند.

## تعریف اندازه یا حجم جامعه

تعداد اعضای جامعه را اندازه جامعه یا حجم جامعه گویند.  
به عنوان مثال افراد یک شهر، دانش آموزان یک مدرسه، تولیدات یک کارخانه و غیره می تواند یک جامعه باشد.

## تعریف نمونه

بخشی از جامعه که به تصادف انتخاب شود را نمونه گویند و هریک از افراد یا اشیایی که به تصادف انتخاب شوند را عضو نمونه گویند.

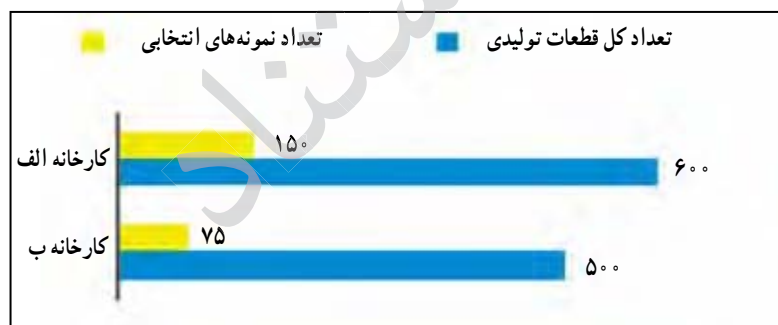
## تعریف اندازه یا حجم نمونه

تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه یا حجم نمونه گویند.  
به عنوان مثال، افراد انتخابی از شهر، به عنوان یک نمونه و حجم نمونه برابر ۲۰ است.

## کاردر کلاس

دو کارخانه تولید قطعات الکترونیکی مانند قطعه موجود در نمودار این صفحه را در نظر بگیرید. در نمودار زیر تعداد کل قطعات تولیدی این دو کارخانه مشخص شده است و همچنین به منظور شناسایی قطعات معیوب، نمونه هایی از تعداد کل قطعات تولیدی انتخاب می شود که تعداد آنها در نمودار مشخص شده است.

نمودار مربوط به تعداد قطعات تولیدی



با توجه به اعداد و ارقام موجود در نمودار، جدول زیر را کامل کنیم؟

جامعه	عضو جامعه	اندازه جامعه	عضو نمونه	اندازه نمونه
کارخانه الف	قطعات تولیدی		قطعات تولیدی	۱۵۰
کارخانه ب				



## تمرین

### کاربرد علم آمار در مهندسی کشاورزی (طراحی و نحوه تولید محصولات)



علم آمار در مهندسی کشاورزی کاربرد بسیار زیادی دارد. یک مهندس کشاورز همواره علاقه مند است تا میزان تولید محصولاتش به بیشترین حد ممکن برسد. برای این منظور، مهندس کشاورز از انواع کودها مانند نیترا آمونیوم، فسفر و غیره استفاده می کند. اما سؤالی که در اینجا مطرح می شود آن است که چه میزان کود می بایست استفاده شود تا کیفیت و میزان تولید محصولات آن به بیشترین مقدار برسد؟ اینجا است که علم آمار با طراحی آزمایش هایی، به این سؤال پاسخ می دهد. بدین منظور، قطعات مختلفی از زمین به طوری که از نظر رطوبت، حاصلخیزی خاک، نور و غیره کاملاً همگن باشند، در نظر گرفته می شود. سپس به مطالعه درصد های مختلف کود های مورد نظر در این قطعات زمین پرداخته می شود.

به عبارت دیگر علم آمار در تعیین عوامل مؤثر مانند کود های مورد استفاده در زمین کشاورزی و سطوحی از عوامل مانند درصد های از میزان استفاده کود ها برای رسیدن به تولیدات بیشتر کشاورزی به مهندسان کشاورزی کمک می کند.



۱- می خواهیم در مورد کیفیت محصولات تولیدی یک کارخانه تحقیقی انجام دهیم. به این منظور، تعداد کل قطعات تولید شده در کارخانه در نظر گرفته شده که برابر با ۱۰۰۰۰ قطعه می باشد. از میان قطعات تولید شده به تصادف ۱۰۰ قطعه انتخاب می شود. با توجه به اطلاعات موجود، جدول زیر را کامل کنید.

جامعه	اندازه جامعه	نمونه	اندازه نمونه	ویژگی مورد بررسی

۲- کدام جمله درست و کدام جمله نادرست است :

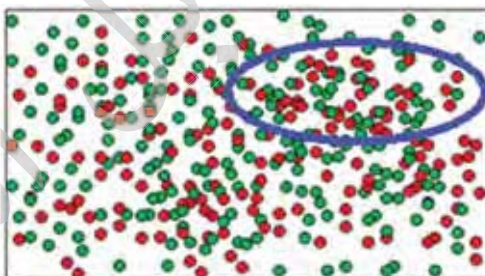
الف) اندازه جامعه کمتر از اندازه نمونه است.....

ب) اعضای نمونه، همان اعضای جامعه هستند.....

ج) اعضای نمونه، نماینده اعضای جامعه نیستند.....

د) اعضای نمونه با استفاده از روش خاصی انتخاب می شوند.....

۳- در شکل زیر، تعداد مهره های سبز و قرمز مشاهده می شوند. بخشی از این مهره ها به تصادف با خط آبی مشخص شده اند. جامعه، نمونه، اعضای جامعه و اعضای نمونه را مشخص کنید؟



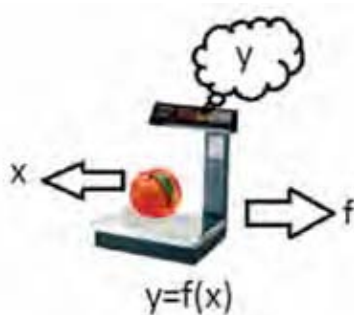
## فعالیت

شکل زیر محصولات هلوی یک مزرعه کشاورزی را نشان می دهد. میوه های هلوی این مزرعه را به عنوان اعضای جامعه در نظر بگیرید. یکی از میوه های هلو را انتخاب کنید و آن را a بنامید. برای بررسی کیفیت این میوه، یکی از ویژگی هایی که این میوه می تواند داشته باشد وزن و یا درشتی آن است. به نظر شما :

منظور از اندازه گیری وزن و درشتی میوه هلو چیست؟ چگونه می توان وزن و درشتی این میوه را اندازه گیری کرد؟

کشاورز چگونه می تواند تولیدات و کیفیت میوه هلوی خود را به حداکثر برساند؟ (برای پاسخ به این سؤال، مطالب حاشیه صفحه را مطالعه کنید.)





برای پاسخ دادن به این سؤالات می‌توان با استفاده از یک ترازو، میوه هلو را وزن کرد و عددی مانند  $y$  را برحسب کیلوگرم به وزن آن اختصاص داد. در واقع ترازو نقش تابعی مانند  $f$  را بازی می‌کند به طوری که بین عدد  $y$  به عنوان وزن میوه هلو و  $x$  به عنوان خود میوه هلو، رابطه‌ای به صورت  $y=f(x)$  برقرار می‌کند. به شکل روبه‌رو توجه کنید :

برای اندازه گیری درستی میوه هلو چه باید کرد؟ آیا ترازو، پاسخ این سؤال را هم می‌دهد؟ برای پاسخ به این سؤال باید گفت که هیچ ترازو و یا وسیله‌ای که بتواند میزان درستی میوه هلو را اندازه گیری کند، وجود ندارد. با این حال کشاورزان با توجه به درستی میوه هلو، این میوه را به صورت درجه یک، درجه دو و درجه سه به بازار عرضه می‌کنند. به عبارت بهتر عدد یک را به میوه‌های هلوی بسیار درشت، عدد دو را به میوه‌های هلوی متوسط و عدد سه را به میوه‌های هلوی ریز نسبت می‌دهند.

## اندازه‌گیری یک ویژگی

فرض کنید  $x$  یکی از افراد جامعه و  $t$  ویژگی آن فرد باشد. منظور از اندازه‌گیری ویژگی  $t$  برای فرد  $x$ ، اختصاص دادن یک عدد مانند  $y$  طبق تابعی مشخص مانند  $f$  به فرد  $x$  است. به عبارت بهتر  $y=f(x)$ .

## تعریف متغیر

ویژگی  $t$ ، که در افراد جامعه یکسان نیست و معمولاً از یک فرد به فرد دیگر تغییر می‌کند را متغیر می‌گویند.

## تعریف مقیاس

عددی که به ویژگی یک فرد نسبت داده می‌شود را مقیاس متغیر می‌گویند.

## کاردکلاس



شکل روبه‌رو نشان‌دهنده یک خودرو است، برخی از ویژگی‌های این خودرو در شکل مشخص شده است، به عنوان مثال سرعت خودرو، میزان بنزین مصرفی و مدل خودرو در نظر گرفته شده است.

سرعت خودرو و میزان بنزین مصرفی قابل اندازه‌گیری است، به عنوان مثال سرعت خودرو در جاده‌ها  $120$  کیلومتر بر ساعت است. به عبارت دیگر مقیاس سرعت خودرو  $120$  کیلومتر بر ساعت است. همچنین هر خودرو به عنوان مثال برای هر  $100$  کیلومتر،  $10$  لیتر بنزین مصرف می‌کند بنابراین مقیاس میزان مصرف خودرو  $10$  لیتر برای هر  $100$  کیلومتر است.

ولی مدل خودرو قابل اندازه‌گیری نیست و معمولاً مدل



## کاربرد علم آمار در محیط زیست



خودرو، همان سال تولید خودرو می‌باشد به‌عنوان مثال مدل خودروی سال ۱۳۹۴. بنابراین مقیاس مدل خودرو همان سال تولید آن است.

- ✓ به نظر شما چه متغیرهای دیگری در این خودرو می‌توان معرفی نمود؟
- ✓ در متغیرهای معرفی شده جدید، کدام متغیر قابل اندازه‌گیری و کدام متغیر قابل اندازه‌گیری نیست؟
- ✓ مقیاس هریک از متغیرهای معرفی شده جدید را بیان کنید؟

## تمرین

۱- با توجه به مطالب حاشیه رو به‌رو، متغیرها و مقیاس‌های مربوط به یوزپلنگ ایرانی را در

جدول زیر بنویسید؟

ویژگی یوزپلنگ ایرانی	متغیر	مقیاس
		

یکی از کاربردهای علم آمار، در محیط‌زیست است. به‌عنوان مثال با استفاده روش تحقیق عاملی در علم آمار می‌توان به‌شناسایی و شناخت عوامل مؤثر بر زیستگاه‌های مطلوب حیوانات در حال انقراض اشاره نمود. این موضوع مدیران محیط زیست را در مدیریت و حفاظت از این زیستگاه‌ها یاری می‌کند.

یکی از این حیوانات در حال انقراض یوزپلنگ ایرانی است. یوزپلنگ ایرانی یک زیرگونه به‌شدت در معرض خطر انقراض از یوزپلنگ است که اکنون تنها چند ده قلاذه از آن در ایران یافت می‌شود. این جانور در مناطق بیابانی در سطح منطقه زندگی می‌کرد و سال‌هاست که نسل آن در معرض نابودی کلی قرار دارد. یوزپلنگ از خانواده گربه‌سانان به‌شمار می‌آید، اما به دلیل داشتن دست و پای بلند، بدنی کشیده و باریک، و سینه‌ای فراخ تا حدود زیادی به سگ‌های تازی شبیه است. در میان گربه‌سانان، یوز با داشتن ارتفاع شانه‌ای برابر با ۸۳-۷۶ سانتی‌متر و وزنی میان ۷۲-۴۰ کیلوگرم از جمله گربه‌سانان کوچک‌جثه به‌شمار می‌رود. اندازه طول بدن به ۱/۲ متر می‌رسد و طول دم نیز بین ۸۴-۶۶ سانتی‌متر. ماده‌های این جانور اندکی کوچک‌تر و لاغرتر از نرها هستند. سر این جانوران به نسبت کوچک است و سینوس‌های بزرگ و گذرگاه‌های هوایی بینی بیشتر حجم جمجمه را می‌پوشانند. چنین چیزی باعث شده است که یوز فک و دندان‌های کوچک‌تری داشته باشد.



۲- در یک کارخانه، کارگران مختلفی مانند شکل روبه‌رو، مشغول کار هستند. این چهار کارگر از شهرهای مختلف هستند. از سویی دیگر، مهندس این کارخانه، این کارگران را از نظر مهارت درجه‌بندی نموده است. کدام جملات درست و کدام جملات نادرست است.

- (الف) درجه‌بندی کارگران از نظر مهارت قابل اندازه‌گیری نیست.....
- (ب) سن کارگران قابل اندازه‌گیری نیست.....
- (ج) کارگران هر شهر با اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ مشخص می‌شوند.....

۳- کدام یک از موارد زیر متغیر و کدام یک از موارد زیر مقیاس هستند؟

(الف) سن کارگران

☐ مقیاس

☐ متغیر

(ب) عدد ۴۰ سن یکی از کارگران است.

☐ مقیاس

☐ متغیر

(ج) مهارت کارگران از سمت چپ به راست با اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ مشخص شده‌اند.

☐ مقیاس

☐ متغیر

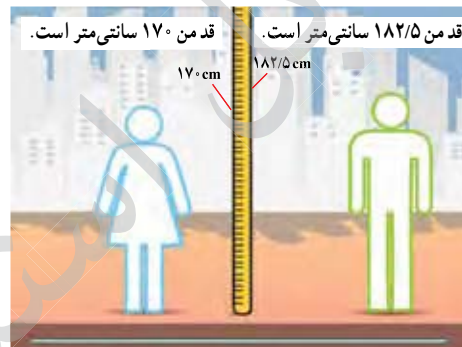
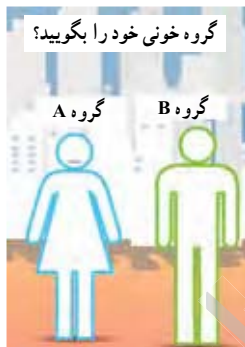
## فعالیت

در یک شهر، با افراد مختلفی رو به رو می‌شویم و از آنها سؤالاتی را می‌پرسیم و آنها به صورت زیر پاسخ می‌دهند. به عنوان مثال :

از مادر یک خانواده می‌پرسیم، چند فرزند دارید؟  
از یک آقا و خانم می‌پرسیم، چقدر از آشپزی کردن لذت می‌برید؟



از همان خانم و آقا می‌پرسیم، قد شما چند سانتی متر است؟  
و سؤال آخر، گروه خونی خود را بگویید؟



حال به سؤالات زیر پاسخ دهید :

نام متغیر		
تعداد فرزندان	۲	—
قد افراد		
گروه خونی		
چقدر از آشپزی کردن لذت می‌برید؟		

۱- با توجه به شکل‌های مورد نظر، پاسخ‌های افراد را در جدول روبه‌رو قرار داده و آن را کامل کنید؟



۲- باتوجه به متغیرهای بیان شده، کدام متغیرها قابل اندازه‌گیری هستند و کدام نیستند؟ به‌جای علامت سؤال، نام متغیر مورد نظر را بنویسید؟

### تعریف متغیرهای کمی

متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند را متغیرهای کمی گویند. به‌عنوان مثال تعداد فرزندان و قد افراد متغیرهای کمی هستند.

### تعریف متغیرهای کیفی

متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند را متغیرهای کیفی گویند. به‌عنوان مثال گروه خونی، پاسخ سؤال «چقدر از آشپزی لذت می‌برید؟» متغیرهای کیفی هستند.

### کاردرکلاس

با توجه به شکل‌های زیر جملات را کامل کنید :

- در شکل الف، تعداد مسافران یک قطار، یک متغیر..... کمی ..... است.
- در شکل ب، مقام اول، دوم و سوم یک ورزشکار، یک متغیر..... است.
- در شکل ج، قد فرد، یک متغیر..... است.
- در شکل د، جنسیت افراد یک متغیر..... است.



د



ج



ب



الف

### تمرین

۱- نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

الف) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، اف ۱۴)

ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید

ج) رنگ چشم

- |                               |                              |
|-------------------------------|------------------------------|
| <input type="checkbox"/> کیفی | <input type="checkbox"/> کمی |
| <input type="checkbox"/> کیفی | <input type="checkbox"/> کمی |
| <input type="checkbox"/> کیفی | <input type="checkbox"/> کمی |

۲- در جدول زیر، پاسخ شما چه نوع متغیری است؟

سؤال (متغیر)	پاسخ (مقیاس)	نوع متغیر
رنگ موی شما چه رنگی است؟	مشکی، قهوه‌ای، طلایی	
وزن شما چه عددی است؟	۶۰ کیلوگرم	
چقدر از دیدن بازی فوتبال لذت می‌برید؟	بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم، بسیار کم	

## فعالیت

همانگونه که در فعالیت صفحه قبل مطرح شد، پاسخ دو سؤال زیر متغیرهایی از نوع متغیر کمی هستند.

● سؤال ۱: از مادر یک خانواده می‌پرسیم، چند فرزند

دارید؟

پاسخ: ۲ فرزند

● سؤال ۲: قد شما چند سانتی‌متر است؟

پاسخ: ۱۸۲/۵ یا ۱۷۰ سانتی‌متر

✓ پاسخ کدام سؤال، فقط اعداد صحیح ۰، ۱، ۲، ۳ و ...

است؟

✓ پاسخ کدام سؤال، هم به صورت اعداد صحیح و هم

به صورت اعداد اعشاری نمایش داده می‌شود؟

✓ در شکل بالا، به جای علامت سؤال، پاسخ دو سؤال در کدام قسمت قرار می‌گیرد؟



## انواع متغیرهای کمی

۱- متغیرهای گسسته ۲- متغیرهای پیوسته

تعریف متغیرهای گسسته: متغیرهایی که فقط مقادیر صحیح ۰، ۱، ۲ و ... می‌گیرند را متغیرهای گسسته گویند. یا به عبارت

دیگر مقیاس آنها مقادیر صحیح ۰، ۱، ۲ و ... است.

تعریف متغیرهای پیوسته: متغیرهایی که مقادیر صحیح و اعشاری می‌گیرند را متغیرهای پیوسته گویند. یا به عبارت دیگر

مقیاس آنها مقادیر صحیح و اعشاری است.

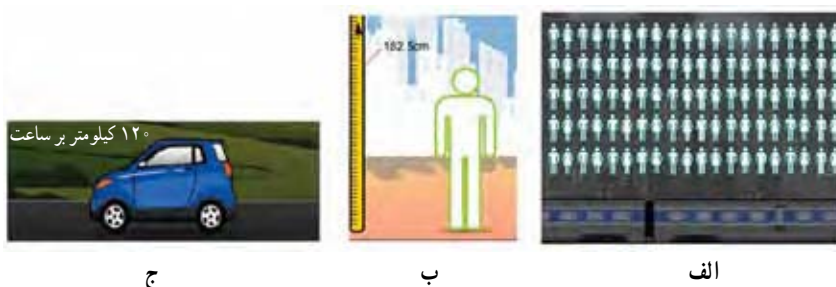
## کار در کلاس

با توجه به شکل‌های زیر جملات زیر را کامل کنید:

● در شکل الف، تعداد مسافران یک قطار، یک متغیر ..... است و این تعداد برابر با ..... است.

● در شکل ب، قد یک فرد، یک متغیر ..... است و مقدار آن برابر ..... است.

- در شکل ج، سرعت خودرو یک متغیر..... پیوسته..... است. مقدار آن متغیر.....  
 ۱۲۰ کیلومتر بر ساعت..... است.



ج

ب

الف

### تمرین

۱- انواع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

- |                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| <input type="checkbox"/> پیوسته | <input type="checkbox"/> گسسته |
| <input type="checkbox"/> پیوسته | <input type="checkbox"/> گسسته |
| <input type="checkbox"/> پیوسته | <input type="checkbox"/> گسسته |
| <input type="checkbox"/> پیوسته | <input type="checkbox"/> گسسته |

الف) تعداد ماهی‌های یک دریا

ب) مدت زمانی که طول می‌کشد از خانه به مدرسه برسید

ج) وزن افراد

د) تعداد دانش‌آموزان یک مدرسه

۲- در جدول زیر، پاسخ شما چه نوع متغیری است؟

سؤال (متغیر)	پاسخ (مقیاس)	نوع متغیر
قد شما چه عددی است؟	عددی بین ۱۷۲ تا ۱۸۵ سانتی متر	
وزن شما چه عددی است؟	۸۰/۵ کیلوگرم	
تعداد دوستان شما چند نفر است؟	۰، ۱، ۲، ۳، .....	

### فعالیت

با توجه به دوسؤال زیر که در صفحات قبل مطرح شده است، پاسخ دو سؤال زیر، متغیر کیفی است :

● سؤال : از یک آقا و خانم می‌پرسیم، چقدر از

آشپزی کردن لذت می‌برید؟

پاسخ : خیلی زیاد، زیاد، متوسط، کم، خیلی کم

● سؤال : گروه خونی خود را بگویید؟

پاسخ : گروه خونی A یا B

✓ پاسخ کدام سؤال، اعداد ترتیبی است؟

✓ پاسخ کدام سؤال، اعداد غیرترتیبی است؟

✓ در شکل روبه‌رو، به جای علامت سؤال، پاسخ

دوسؤال در کدام قسمت قرار می‌گیرد؟





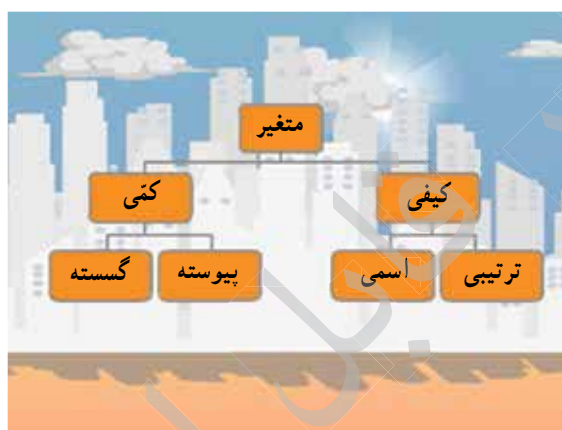
## انواع متغیرهای کیفی

۱- متغیرهای اسمی (غیر ترتیبی) ۲- متغیرهای ترتیبی

تعریف متغیرهای اسمی (غیر ترتیبی): متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند و برای نشان دادن آنها از اعدادی دلخواه استفاده می‌کنیم. این اعداد همان مقیاس متغیر اسمی هستند که صرفاً برای نشان دادن ویژگی متغیر است و دارای ترتیب خاصی نیستند، همچنین قابل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم هم نیستند.

تعریف متغیرهای ترتیبی: متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند و برای نشان دادن آنها از اعدادی دلخواه استفاده می‌کنیم. این اعداد همان مقیاس متغیرهای ترتیبی هستند که ترتیب درجه‌بندی ویژگی متغیر را نشان می‌دهند. همانند حالت قبل این اعداد نیز قابل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم نیستند.

## انواع متغیرها در یک نگاه



## کار در کلاس

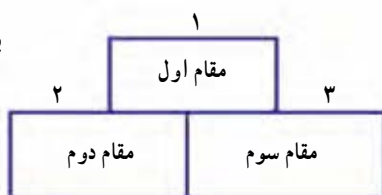
با توجه به شکل‌های زیر، جملات زیر را کامل کنید:

- در شکل الف، جنسیت افراد، یک متغیر ..... اسمی ..... است و زن با ..... عدد ۱ ..... و مرد با ..... عدد ۲ ..... نشان داده شده است.
- در شکل ب، مقام‌هایی که یک ورزشکار در مسابقه می‌آورد، یک متغیر ..... است و مقام اول، دوم و سوم به ترتیب با اعداد ..... نشان داده شده است.
- در شکل ج، میزان علاقه شما در مورد ساندویچ سؤال شده است که یک متغیر ..... است و میزان علاقه شما بسیار زیاد، زیاد، متوسط، کم و بسیار کم با اعداد ..... نشان داده شده است.
- همه اعداد موجود در این سه شکل قابل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم ..... هستند.

۱ بسیار زیاد، ۲ زیاد، ۳ متوسط، ۴ کم، ۵ بسیار کم



ج



ب



الف

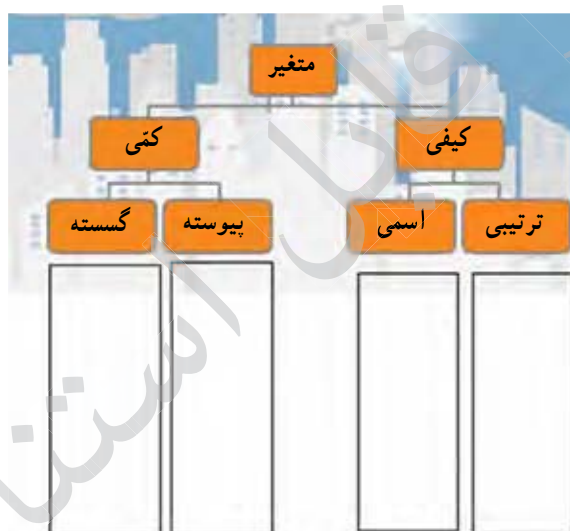
## تمرین

۱- نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید :

- الف) سطح تحصیلات (دکتر، کارشناسی ارشد، کارشناسی، دیپلم) ☐ اسمی ☐ ترتیبی
- ب) نژاد افراد (سفید پوست، زرد پوست، سیاه پوست) ☐ اسمی ☐ ترتیبی
- ج) وزن افراد (مشکی، قهوه‌ای، طلایی) ☐ اسمی ☐ ترتیبی

۳- نوع متغیرها را در شکل زیر، دسته‌بندی کنید؟

متغیر	متغیر
۱- میزان بارندگی برحسب سانتی متر در یک شهر	۵- میزان دمای هوا
۲- تعداد افراد یک شهر	۶- شدت آلودگی هوا (زیاد، متوسط، کم)
۳- نوع بارندگی (باران، برف)	۷- انواع وضعیت هوا (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)
۴- تعداد شهرهایی که هوای آفتابی دارند	۸- شدت بارندگی (زیاد، متوسط، کم)



۴- درستی و نادرستی جملات زیر را مشخص کنید؟

- الف) متغیرهای اسمی و ترتیبی قابل ضرب، تقسیم و ضرب هستند.....
- ب) متغیرهای پیوسته و گسسته قابل جمع، ضرب، تقسیم و ضرب هستند.....

## احتمال و اندازه گیری شانس

## مقدمه

در دو درس قبل، با مثال هایی از کاربرد علم آمار در مهندسی کامپیوتر، علوم پزشکی، مهندسی کشاورزی و محیط زیست آشنا شدیم. از آنجایی که در هر یک از این کاربردها، با پدیده های تصادفی یا آزمایش های تصادفی مانند، انتخاب تصادفی اعضای نمونه از بین اعضای جامعه روبه رو هستیم. برای به دست آوردن نتایج مورد نظر در هر یک از این کاربردها می بایست از علمی به نام علم احتمال استفاده کنیم.

در هر یک از این کاربردها، پیشامدهایی وجود دارند که ممکن است رخ بدهند یا ندهند و ما از چگونگی رخ داد آنها اطلاع نداریم. به عنوان مثال نمی دانیم کدام عضو جامعه در نمونه مورد نظر انتخاب می شود. چنین پدیده ها یا آزمایش هایی را که نتیجه آن به طور دقیق قابل پیش بینی نباشد اما از همه حالت های ممکن در به وقوع پیوستن آنها، مطلع باشیم پدیده های تصادفی یا آزمایش های تصادفی می نامیم.

همانطور که در سال قبل خواندید، مجموعه شامل همه این حالت های ممکن، فضای نمونه ای نامیده می شود. اگر این مجموعه را  $S$  بنامیم هر زیر مجموعه  $S$  مانند  $A$  را یک پیشامد تصادفی در  $S$  می نامیم. به عنوان مثال تمام افراد یک جامعه، فضای نمونه ای  $S$  و هر زیر مجموعه این افراد که به تصادف انتخاب شوند پیشامد تصادفی هستند.

پیشامدهای تصادفی و جبر پیشامدها  
فعالیت

اگر دو تاس آبی و قرمز را با هم بیاندازیم، همه حالت های ممکن را در جدول زیر می توانید مشاهده کنید. ابتدا این جدول را کامل کرده و از طریق اصل ضرب، درستی تعداد کل حالت های موجود در جدول را بررسی کنید و سپس به سؤال های زیر پاسخ دهید:

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱,۱)	(۱,۲)			(۱,۵)	
۲	(۲,۱)		(۲,۳)			(۲,۶)
۳			(۳,۳)		(۳,۵)	
۴		(۴,۱)				
۵						(۵,۶)
۶	(۶,۱)					(۶,۶)

- ۱- در چند حالت مجموع دو عدد رو شده ۷ و در چند حالت مجموع دو تاس ۶ و در چند حالت مجموع دو تاس ۸ است. خانه‌های مربوط به هر یک از این مجموع‌ها را در جدول صفحه قبل توسط پاره‌خط‌های قطری به هم وصل کنید. آیا این خطوط الگویی برای مجموع دو تاس مشخص می‌کند؟
- ۲- قطر آبی رنگ چه پیشامدی را نشان می‌دهد؟
- ۳- خانه‌های مربوط به حالت‌هایی که هر دو عدد رو شده زوج و هر دو عدد فرد هستند را هاشور بزنید، چه الگویی به دست می‌آید؟
- ۴- شما با توجه به جدول، یک مسئله طرح کنید.
- ۵- با توجه به جدول و قطرهای آن، تعداد حالت‌ها برای مجموع دو تاس، در چه اعدادی برابر است؟ (راهنمایی: تعداد حالت‌ها برای مجموع دو تاس ۵ و مجموع دو تاس ۹، برابر است)

## کار در کلاس

- فرض کنید می‌خواهیم یک تاس و یک سکه را با هم بیاندازیم:
- ۱- آیا می‌توانید نتیجه حاصل را به صورت قطعی بیان کنید؟
  - ۲- آیا این پدیده یا آزمایش، تصادفی است؟
  - ۳- همه حالت‌های ممکن را بنویسید. (فضای نمونه‌ای را تشکیل دهید)
  - ۴- تعداد این حالت‌ها را با استفاده از اصل ضرب به دست آورید.
  - ۵- جدول  $2 \times 6$  یا  $6 \times 2$  مربوط به این آزمایش را رسم کنید.

تصویر یک خانواده با  
چهار فرزند

مثال ۱: خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است و از جنسیت فرزندان این خانواده اطلاع نداریم، اگر ترتیب به دنیا آمدن اهمیت داشته باشد با توجه به اصل ضرب تعداد همه حالت‌های ممکن برای فرزندان این خانواده عبارت است از  $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ . حالت (پ، پ، د، پ) به معنی این است که فرزند اول یا بزرگ‌تر در این خانواده پسر و فرزند دومی دختر و فرزند سوم و چهارم، پسر هستند. حالت (د، پ، پ، پ) را شما توضیح دهید.

الف) ۴ حالت وجود دارد که فقط یک دختر در این خانواده متولد شده است و اگر این پیشامد را A بنامیم داریم:

$$A = \{(پ، پ، پ، د)، (پ، پ، د، پ)، (پ، د، پ، پ)، (د، پ، پ، پ)\}$$

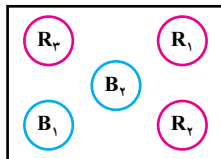
ب) اگر B را پیشامد «حداکثر یک دختر در خانواده» تعریف کنیم، در این صورت داریم:

$$B = \{(پ، پ، پ، پ) و (پ، پ، پ، د) و (پ، پ، د، پ) و (پ، د، پ، پ) و (د، پ، پ، پ) و (د، پ، د، پ) و (د، د، پ، پ) و (د، د، د، پ)\}$$

اگر C را پیشامد «تعداد فرزندان پسر و دختر برابر باشند» و D را پیشامد «تعداد فرزندان پسر بیشتر از تعداد فرزندان دختر» تعریف کنیم، در این صورت جاهای خالی را پر کرده و این مجموعه‌ها را کامل کنید.

$$C = \{(پ، پ، د، د) و (پ، د، د، د) و (د، د، د، د) و (پ، د، د، پ) و (پ، د، پ، د) و (پ، د، پ، پ) و (پ، د، پ، د) و (پ، د، پ، پ)\}$$

$$D = \{(پ، پ، پ، پ) و (پ، پ، پ، د) و (پ، پ، د، پ) و (پ، د، پ، پ) و (د، پ، پ، پ) و (د، پ، د، پ) و (د، د، پ، پ) و (د، د، د، پ)\}$$



مثال ۲: در جعبه‌ای ۳ مهره قرمز متفاوت (با شماره‌های ۱ تا ۳) و ۲ مهره آبی متفاوت (با

شماره‌های ۱ و ۲) وجود دارد. اگر ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج شود تعداد حالت‌های ممکن در انتخاب ۳ مهره از بین ۵ مهره، عبارت است از ۱۰ حالت زیرا انتخاب مهم نیست پس می‌نویسیم:

$$S = \{R_1 R_2 R_3 و R_1 R_2 B_1 و R_1 R_2 B_2 و R_1 R_3 B_1 و R_1 R_3 B_2 و R_2 R_3 B_1 و R_2 R_3 B_2 و B_1 B_2 R_1 و B_1 B_2 R_2 و B_1 B_2 R_3\}$$

اگر پیشامدهای «حداقل ۱ مهره آبی» و «حداکثر ۱ مهره آبی» و «هر سه مهره قرمز» را به ترتیب A و B و C بنامیم خواهیم داشت:

$$A = \{B_1 R_1 R_2 و B_1 R_1 R_3 و B_1 R_2 R_3 و B_2 R_1 R_2 و B_2 R_1 R_3 و B_2 R_2 R_3\}$$

$$B = \{R_1 R_2 R_3 و R_1 R_2 B_1 و R_1 R_2 B_2 و R_1 R_3 B_1 و R_1 R_3 B_2 و R_2 R_3 B_1 و R_2 R_3 B_2\}$$

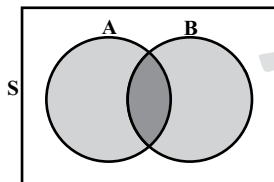
$$C = \{R_1 R_2 R_3\}$$

اگر S را مجموعه مرجع فرض کنیم آیا  $A' = B$  است؟ در مورد تساوی  $A' = C$  چه نظری دارید؟

### جبر پیشامدها

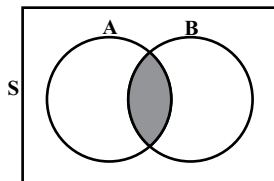
اگر A و B پیشامدهایی در فضای نمونه‌ای S باشند در این صورت هر یک از پیشامدهای  $(A \cup B)$ ،  $(A \cap B)$  و  $(A - B)$  در

فضای نمونه‌ای S به صورت‌های زیر توصیف می‌شوند:



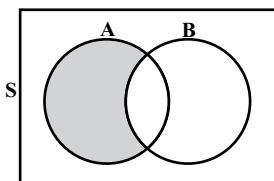
الف) اجتماع دو پیشامد: پیشامد  $(A \cup B)$  وقتی رخ می‌دهد (اتفاق می‌افتد) که حداقل

یکی از پیشامد رخ بدهد. (یا A رخ بدهد یا B رخ بدهد یا هر دو رخ بدهند).



ب) اشتراک دو پیشامد: پیشامد  $(A \cap B)$  وقتی رخ می‌دهد که دو پیشامد با هم رخ بدهند

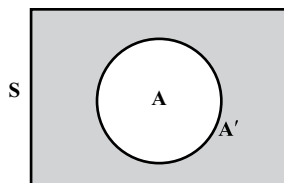
(هم پیشامد A رخ بدهد و هم پیشامد B رخ بدهد)



ج) تفاضل دو پیشامد: پیشامد  $(A - B)$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ بدهد و پیشامد

B رخ ندهد.





(د) متمم یک پیشامد: اگر  $A$  یک پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشد متمم پیشامد  $A$  که با  $A'$  یا  $A^c$  نمایش داده می‌شود فقط وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ ندهد بنابراین با توجه به نمودار واضح است که  $A \cup A' = S$  و  $A \cap A' = \emptyset$

تعریف: اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند و  $A \cap B = \emptyset$  در این صورت  $A$  و  $B$  را دو پیشامد ناسازگار می‌نامیم و اگر  $A \cap B \neq \emptyset$  این دو پیشامد سازگار هستند.

تذکر: با توجه به تعریف متمم یک پیشامد، همواره هر پیشامد تصادفی مانند  $A$  متمم آن یعنی  $A'$ ، دو پیشامد ناسازگار هستند. اگر  $A, B, C$  سه پیشامد از فضای نمونه‌ای  $S$  باشند، این سه پیشامد را دو به دو ناسازگار می‌نامیم هرگاه  $A \cap B = \emptyset$  و  $A \cap C = \emptyset$  و  $B \cap C = \emptyset$  باشد.

مثال ۳: اگر یک تاس را بیاندازیم و پیشامدهای «روشدن عدد بزرگ‌تر از ۴»، «روشدن عدد کوچک‌تر از ۳» و «روشدن عدد ۳ یا ۴» را به ترتیب  $A, B$  و  $C$  تعریف کنیم، در این صورت همواره،  $A, B$  و  $C$  دو به دو ناسازگارند و داریم:

الف)  $A = \{5, 6\}, B = \{1, 2\}, C = \{3, 4\}$

ب)  $A' = \{1, 2, 3, 4\}, B' = \{3, 4, 5, 6\}, C' = \{1, 2, 5, 6\}$

## کار در کلاس

با توجه به فعالیت اول در این درس (انداختن دو تاس) و تکمیل پیشامدهای  $A, B$  و  $C$  هر یک از پیشامدهای خواسته شده زیر را تشکیل دهید.

$A = \{(1, 1), \dots, \dots, \dots\}$  = پیشامد آنکه هر دو تاس فرد باشند

$B = \{(1, 5), (5, 1), \dots, \dots, \dots\}$  = پیشامد آنکه مجموع دو تاس ۶ باشد

$C = \{(3, 1), \dots, \dots, \dots\}$  = پیشامد آنکه تاس آبی مضرب ۳ بیاید

الف) پیشامد اینکه «هر دو تاس فرد بوده و مجموع آنها ۶ باشد»

$(A \cap B) = \{(1, 5), \dots, \dots, \dots\} \rightarrow n(A \cup B) = \dots$

ب) پیشامد آنکه «هر دو تاس فرد یا مجموع دو تاس ۶ باشد»

$\dots = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 3), (5, 5)\}$

ج) پیشامد آنکه  $(A - C)$  رخ بدهد یعنی «هر دو تاس فرد باشند ولی .....» پس داریم:

$A - C = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), \dots, \dots, \dots, (5, 5)\}$

د) پیشامد  $(C - B)$  را توصیف کرده و آن را تشکیل دهید.

مثال ۴: یک تاس و ۲ سکه را با هم می‌اندازیم:

الف) فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

$n(S) = 2 \times 2 \times \dots = \dots$

ب) پیشامد آنکه «هر دو سکه رو و تاس زوج باشد را تشکیل دهید.

$A = \{(r, r, 2), \dots, \dots, \dots\}$

ج) پیشامد  $B$  آنکه «هر دو سکه پشت یا تاس عدد ۵ بیاید» را تشکیل دهید.

$B = \{(r, p, 5), (p, p, 5), (p, r, 5), (r, r, 5), (r, r, 1), (p, p, 1), (p, p, 2), (p, p, 3), (p, p, 4), (p, p, 6), (r, r, 2), (r, r, 3), (r, r, 4), (r, r, 6), (p, p, 2), (p, p, 3), (p, p, 4), (p, p, 6)\}$

## احتمال رخداد یک پیشامد : (اندازه گیری شانس)

می دانیم اگر فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی باشد و  $A \subseteq S$  یک پیشامد در فضای  $S$  باشد، احتمال رخداد پیشامد  $A$

یعنی  $P(A)$ ، عددی است حقیقی که  $0 \leq P(A) \leq 1$  بوده و  $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ . همچنین می دانیم  $P(A)$  هرچه قدر به ۱ نزدیک تر باشد شانس رخداد  $A$  بیشتر و هر چقدر به صفر نزدیک تر باشد شانس رخداد  $A$  کمتر است. در واقع در مسائل احتمال با محاسبه  $P(A)$  شانس رخداد پیشامد  $A$  را اندازه گیری می کنیم.

مثال : فرض کنیم هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۲ و ۳ و ۴، می توانیم بسازیم را روی یک کارت نوشته و آنها را در کیسه ای قرار می دهیم (تکرار ارقام مجاز نمی باشد) و سپس ۱ کارت به تصادف از کیسه خارج می کنیم :

الف) اگر پیشامدهای  $A$  و  $B$  را به ترتیب «خارج شدن عدد زوج» و «خارج شدن عدد فرد» تعریف کنیم، شانس رخداد کدام پیشامد بیشتر است؟

$$S = \{۴۳, ۳۴, ۲۴, ۴۲, ۲۳, ۳۲\}$$

$$A = \{۳۴, \dots, \dots, ۳۲\}, B = \{\dots, \dots\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}, P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

واضح است که  $P(A) > P(B)$  پس شانس رخداد پیشامد  $A$  از شانس رخداد پیشامد  $B$  بیشتر است. (تعداد عددهای زوج از تعداد عددهای فرد در بین ارقام ۲ و ۳ و ۴، بیشتر است)

## فعالیت

اگر  $S$  فضای نمونه ای متناهی و ناتهی برای یک آزمایش تصادفی بوده و  $A$  و  $B$  پیشامدهایی در این فضا باشند در این صورت :

$$I) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$\text{زیرا : } A \subseteq S \Rightarrow 0 \leq n(A) \leq \dots \Rightarrow \frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \dots \Rightarrow 0 \leq \dots \leq 1$$

$$II) P(\emptyset) = 0, P(S) = 1$$

$$\text{زیرا : } P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{\dots} = \frac{0}{\dots} = 0, P(S) = \frac{\dots}{\dots} = 1$$

$$III) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\text{زیرا : } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر } n(S)}$$

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \dots + \dots - \dots$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \dots + \dots - P(A \cap B)$$

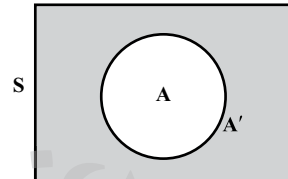
برای هر دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S همواره تساوی  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  برقرار بوده و اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند این تساوی به صورت  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  نوشته می‌شود.

## کار در کلاس

اگر  $A'$  متمم پیشامد A در فضای نمونه‌ای S باشد (A و  $A'$  ناسازگارند) نشان دهید.

$$P(A) = 1 - P(A'), \quad P(A') = 1 - P(A)$$

$$\text{می‌دانیم} \begin{cases} A \cup A' = S \\ A \cap A' = \emptyset \end{cases} \Rightarrow P(A \cup A') = P(S) = \dots\dots$$



$$P(A \cup A') = P(A) + P(A') \Rightarrow P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = \dots\dots \\ P(A') = \dots\dots \end{cases}$$

مثال: اگر در فعالیت اول دو تاس را با هم بیاندازیم، چقدر احتمال دارد:

(الف) هر دو تاس زوج باشند؟ (می‌دانیم در انداختن دو تاس  $n(S) = 6^2 = 36$ )

$$A = \{(2,2), (2,4), (4,2), \dots\dots, (6,6)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(ب) مجموع دو تاس ۸ یا هر دو تاس فرد باشند.

$$B = 8 \text{ تاس} \rightarrow B = \{(3,5), (5,3), (2,6), (6,2), (4,4)\}$$

$$C = \text{هر دو تاس فرد} \rightarrow C = \{ \dots\dots, \dots\dots, \dots\dots, \dots\dots, \dots\dots, \dots\dots \}$$

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = \frac{5}{36} + \frac{9}{36} - \frac{2}{36} = \dots\dots$$

$$(B \cap C) = \{(3,5), (5,3)\} \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

(ج) مجموع دو تاس ۷ یا هر دو زوج باشند.

$$D = 7 \text{ تاس} \rightarrow D = \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}$$

$$A = \text{هر دو تاس زوج} \rightarrow n(A) = 9, (A \cap B) = \emptyset$$

$$\Rightarrow P(D \cup A) = P(D) + P(A) = \frac{6}{36} + \frac{9}{36} = \frac{15}{36}$$

(د) مجموع دو تاس کمتر از ۱۱ باشد.

می‌دانیم مجموع دو تاس از ۲ تا ۱۲ می‌تواند تغییر کند و چون تعداد حالت‌هایی که مجموع دو تاس کمتر از ۱۱ است، زیاد و

محاسبه آن طولانی می‌باشد از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم

$$A' = \{(5,6), (6,5), (6,6)\} \Rightarrow A \text{ پیشامد مجموع کمتر از ۱۱}$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{3}{36} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{3}{36} = \frac{33}{36}$$

ه) حاصلضرب دو عدد رو شده ۱۲ باشد.

$$A = \{(2,6), \dots, \dots, \dots\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\dots}{\dots}$$

## تمرین

۱- هر یک از اعداد طبیعی و زوج کوچکتر از ۱۱ را روی یک کارت نوشته و یکی از این کارت‌ها را به تصادف برمی داریم :  
الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش یا پدیده تصادفی را مشخص کنید.

ب) چه تعداد پیشامد تصادفی روی این فضای نمونه‌ای می‌توان تعریف کرد؟

ج) پیشامد A را که در آن «عدد روی کارت انتخاب شده بر ۴ بخش پذیر باشد» را مشخص کنید.

۲- فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند هر یک از عبارت‌های توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش داده و هاشور بزنید.

الف) پیشامدهای A و C رخ بدهند ولی B رخ ندهد.

ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.

ج) پیشامد B رخ بدهد و C رخ ندهد.

۳- هر یک از ارقام ۱ تا ۸ را روی یک کارت نوشته و آنها را در یک کیسه قرار می‌دهیم و سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم هر یک از پیشامدهای زیر را تعیین کنید :

الف) فضای نمونه‌ای و پیشامد A که در آن «عدد روی کارت زوج باشد»

ب) پیشامد B که در آن «عدد روی کارت اول باشد»

ج) پیشامد C که در آن «عدد رو شده بزرگتر از ۲ باشد»

۴- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است فضای نمونه‌ای مربوط به فرزندان این خانواده و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

۵- سکه‌ای را می‌اندازیم، اگر پشت بیاید یک تاس می‌اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه دیگر را می‌اندازیم :

الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.

ج) پیشامد آنکه «حداقل ۲ سکه رو بیاید» را مشخص کنید.

۶- می‌خواهیم از بین ۳ نفر دانش‌آموزان کلاس دهم رشته ریاضی و ۲ نفر دانش‌آموزان دهم رشته تجربی یک تیم دو نفره تنیس روی میز انتخاب کنیم اگر این عمل به تصادف صورت پذیرد چقدر احتمال دارد :

الف) هر دو نفر، از دانش‌آموزان کلاس دهم ریاضی باشند.

ب) هر دو نفر، هم‌کلاسی باشند.

ج) ۱ نفر از رشته ریاضی و ۱ نفر از رشته تجربی باشد

(راهنمایی : دانش‌آموزان ریاضی را  $R_1$  و  $R_2$  و  $R_3$  و دانش‌آموزان تجربی را  $T_1$  و  $T_2$  فرض کنید)

۷- یک فروشگاه دو نوع کارت اعتباری A و B را می‌پذیرد اگر ۳۴٪ از مشتریان کارت نوع A و ۶۲٪ کارت نوع B و ۱۵٪ هر دو

کارت را همراه داشته باشند، چند درصد از مشتریان می‌توانند با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت از این فروشگاه خرید کنند؟