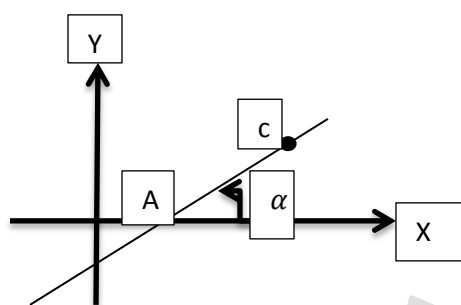


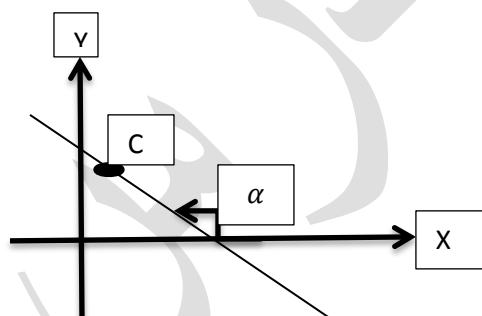
## دایره ی مثلثاتی (رابطه ی شیب خط و تانژانت زاویه)

رابطه ی شیب خط و تانژانت زاویه: شیب هر خط که محور افقی را قطع می کند برابر با تانژانت زاویه ی بین خط و جهت مثبت محور افقی است. به عبارت دیگر، اگر  $\alpha$  زاویه ای باشد که خط با جهت مثبت محور افقی می سازد، آنگاه:

$$\text{شیب خط} = \tan \alpha$$



$\alpha$  حاده و شیب مثبت است.



$\alpha$  منفرجه و شیب منفی است

اگر دو نقطه ی  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$ ، دو نقطه از خط  $\Delta$  باشند، آنگاه:

$$m_{\Delta} (\text{شیب خط } \Delta) = \frac{\text{تفاضل عرض ها}}{\text{تفاضل طول ها}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

شیب خط  $y = mx + n$  برابر  $m$  و شیب خط  $ax + by + c = 0$  برابر  $-\frac{a}{b}$  است.

<https://teaching.iranmodares.com/teaching-index.php>

سوال:

خط به معادله  $\sqrt{3}x - y + 5 = 0$  با محور  $x$ ها چه زاویه ای می سازد؟

حل: شیب خط را می یابیم:

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3} \rightarrow m = \tan \alpha = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

### روابط بین نسبت های مثلثاتی

با استفاده از مثلث قائم الزاویه می توانیم روابط بین نسبت های مثلثاتی را

بیابیم:

$$(1) \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$(2) \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$(3) \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 1 - \cos^2 x \\ \cos^2 x = 1 - \sin^2 x \end{cases}$$

$$(4) \tan x \cdot \cot x = 1$$

نکته (۱) رابطه بین سینوس و کسینوس: از رابطه ی ۳ بالا خواهیم داشت:

$$(5) \sin x = \pm\sqrt{1 - \cos^2 x} \quad (6) \cos x = \pm\sqrt{1 - \sin^2 x}$$

نکته ۲) رابطه ی بین تانژانت و کسینوس:

$$(7) = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

نکته ۳) رابطه ی بین کتانژانت و سینوس:

$$(8) 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$$

### اتحادهای مثلثاتی

هر یک از تساوی های بالا را یک اتحاد مثلثاتی می نامیم. از این تساوی ها می توانیم در ساده کردن عبارت های مثلثاتی یا اثبات تساوی های مثلثاتی استفاده کنیم.

با استفاده از اتحادهای جبری می توانیم اتحادهای کمکی زیر را بیابیم:  
با استفاده از اتحاد زیر

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

اتحاد کمکی زیر را به دست آوریم:

$$(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$$

با استفاده از اتحاد زیر

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

اتحاد کمکی زیر را به دست می آوریم:

$$(\sin x - \cos x)^2 = 1 - 2 \sin x \cos x$$

با استفاده از اتحاد زیر

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

اتحاد کمکی زیر را به دست می آوریم:

$$\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$

<https://www.iranmodares.com/index.php>

<https://teaching.iranmodares.com/teaching-index.php>

ایران مدرس