

قوانین لگاریتم

<https://www.iranmodares.com/index.php>

قوانین ضرب و تقسیم و توانی در لگاریتم: با استفاده از قوانین توان و رابطه ی توان و لگاریتم می توانیم قوانینی را در لگاریتم بیابیم که در محاسبات لگاریتمی کمک بسیاری می کند.

قوانین ضرب و تقسیم و توانی

اگر a عددی مثبت و مخالف یک باشد، n عددی حقیقی و A و B اعداد مثبت باشند، آن گاه:

$$1) \log_a(AB) = \log_a A + \log_a B \text{ (قانون ضرب)}$$

$$2) \log_a \left(\frac{A}{B}\right) = \log_a A - \log_a B \text{ (قانون تقسیم)}$$

$$3) \log_a A^n = n \log_a A \text{ (توانی قانون)}$$

$$4) \log_{a^m} A^n = \frac{n}{m} \log_a A$$

مثال: حاصل $\log_{81} \sqrt{3}$ را بیابید.

حل:

$$\log_{81} (\sqrt{3})^{-1} = \log_{3^4} 3^{-\frac{1}{2}} = \frac{-1}{2} \log_3 3 = \frac{-1}{8}$$

برای مشاهده لیست مدرسین ریاضی بر روی لینک زیر کلیک کنید:

[تدریس خصوصی ریاضی](#)

قوانین تغییر مبنا در لگاریتم

در خیلی از موارد، نیاز داریم که پایه ی لگاریتم را با عدد دیگری، غیر از عدد داده شده بیان کنیم، برای این منظور از قانون تغییر مبنا استفاده می کنیم.
قانون تغییر مبنا:

اگر $a > 0, b > 0, c > 0, b, c \neq 1$ ، آنگاه:

$$\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

با توجه به قانون تغییر مبنا می توانیم روابط زیر را بیابیم:

$$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$$

$$\log_b^a \times \log_c^b \times \log_d^c = \log_d^a$$

مثال: اگر $\log_{20}^4 = a$ باشد، \log_4^5 را بر حسب a بیابید.

حل:

$$\begin{aligned} \log_{20}^4 = a &\rightarrow \log_4^{20} = \frac{1}{a} \rightarrow \log_4^{4 \times 5} \\ &= \log_4^4 + \log_4^5 = \frac{1}{a} \rightarrow 1 + \log_4^5 = \frac{1}{a} \rightarrow \log_4^5 = \frac{1}{a} - 1 \end{aligned}$$

قوانین نمایی:

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

معادلات لگاریتمی

معادلاتی به شکل $\log_a^y = b$: برای حل اینگونه معادلات، با استفاده از رابطه ی لگاریتمی و توان، خواهیم داشت:

$$\log_a^y = b \leftrightarrow y = a^b \quad , a \neq 1 \text{ و } a > 0, y > 0$$

به عبارت دیگر پایه ی لگاریتم همواره مثبت و مخالف ۱ و لگاریتم برای مقادیر مثبت قابل تعریف است.

معادلاتی به شکل $\log_a^x = \log_a^y$: برای حل اینگونه معادلات، از تساوی

$x=y$, ریشه های معادله را می یابیم و بررسی می کنیم کدام جواب ها در دامنه ی معادله قرار دارد.

$$\log_a^x = \log_a^y \leftrightarrow x = y \quad , a \neq 1 \text{ و } a > 0, x, y > 0$$

استفاده از قوانین لگاریتمی:

در حل بعضی از معادلات لگاریتمی، با استفاده از قوانین لگاریتم، معادله را به یکی از دو شکل $\log_a^y = b$ و $\log_a^x = \log_a^y$ تبدیل می کنیم. در این حالت هم بعد از یافتن جواب های معادله، باید با توجه به دامنه ی معادله، قابل قبول بودن آن را بررسی

می کنیم.

<https://www.iranmodares.com/index.php>

<https://teaching.iranmodares.com/teaching-index.php>

ایران مدرس