

فرمول های مثلثاتی

روابط ساده ی بین نسبت های مثلثاتی:

$$1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \begin{cases} 2) \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \\ 3) \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \end{cases}$$

$$4) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$5) \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$6) \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$7) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$8) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

نسبت های مثلثاتی زاویه های ۰ تا ۳۶۰ درجه:

زاویه/نسبت های مثلثاتی	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
Tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ت.ن	0	ت.ن	0
cot	ت.ن	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	ت.ن	0	ت.ن

برای مشاهده مدرسین ریاضی کلیک کنید: [تدریس خصوصی ریاضی](#)

علامت نسبت های مثلثاتی در نواحی چهارگانه:

نسبت های مثلثاتی/ناحیه	Sin	cos	tan	cot
ناحیه اول	+	+	+	+
ناحیه دوم	+	-	-	-
ناحیه سوم	-	-	+	+
ناحیه چهارم	-	+	-	-

نسبت مثلثاتی کمان های $(\alpha \pm \beta, 2\alpha, 3\alpha)$

$$\alpha \pm \beta$$

$$1) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$2) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \pm \sin \alpha \sin \beta$$

$$3) \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \pm \tan \alpha \tan \beta}$$

$$4) \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \pm 1}{\cot \beta \pm \cot \alpha}$$

2α

5) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

6) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$

7) $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$

8) $\cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$

 3α

9) $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$

10) $\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$

11) $\tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3\tan^2 \alpha}$

12) $\cot 3\alpha = \frac{3 \cot \alpha - \cot^3 \alpha}{1 - 3\cot^2 \alpha}$

مثال:

نسبت مثلثاتی زیر را حساب کنید؟

$\sin 75^\circ = ?$

$\sin(75^\circ) = \sin(30^\circ + 45^\circ)$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta} \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ & = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \end{aligned}$$

عبارت $2\sin^2 2x + \cos 4x$ را ساده کنید.

$$\cos(4x) = \cos[2(2x)] = 1 - 2\sin^2(2x)$$

$$2\sin^2(2x) + \cos(4x) = 2\sin^2(2x) + (1 - 2\sin^2(2x)) = 1$$

معادلات مثلثاتی

معادله ای را که شامل نسبت های مثلثاتی متغیر باشد معادله مثلثاتی می نامند.

منظور از حل یک معادله ی مثلثاتی تعیین متغیر x بر حسب درجه یا رادیان است

که به ازای آن تساوی برقرار می شود.

برای حل معادلات مثلثاتی می توان از فرمول های زیر استفاده کرد.

$$1) \sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}$$

$$2) \cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$3) \tan x = \tan \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha$$

$$4) \cot x = \cot \alpha \rightarrow x = k\pi + \alpha$$

مثال:

معادله ی زیر را حل کنید و جواب های آن را در بازه ی $[0, 2\pi]$ بیابید.

$$\cos x = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x = 2k\pi \pm \left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{غیر ممکن} & x = 2k\pi + x + \frac{\pi}{2} \rightarrow 0 = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi - \left(x + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow x = 2k\pi - x - \frac{\pi}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \quad k=1,2 \end{cases}$$

$$x = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}, 2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

معرفی Arc

۱- منظور از $\text{Arc sin } x$ یعنی زاویه ای از بازه $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ که سینوس آن برابر x است.
 $(-1 \leq x \leq 1)$

۲- منظور از $\text{Arc cos } x$ یعنی زاویه ای از بازه $[0, \pi]$ که کسینوس آن برابر x است.
 $(-1 \leq x \leq 1)$

۳- منظور از $\text{Arc tan } x$ یعنی زاویه ای از بازه $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ که تانژانت آن برابر x است.
 $(x \in R)$

۴- منظور از $\text{Arc cot } x$ یعنی زاویه ای از بازه $[0, \pi]$ که کتانژانت آن برابر x است.
 $(x \in R)$

مثال:

اگر $y = \text{Arc cot}(\sqrt{3}) + \text{Arc tan}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ مقدار y را به دست آورید؟

$$\text{Arc cot}(\sqrt{3}) = \alpha \rightarrow \cot \alpha = \sqrt{3} \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\text{Arc tan}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \beta \rightarrow \tan \beta = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \beta = \frac{\pi}{6}$$

در نتیجه:

$$y = \text{Arc cot}(\sqrt{3}) + \text{Arc tan}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

برای مشاهده لیست مدرسین ریاضی و سایر دروس به سایت **ایران مدرس** مراجعه نمایید.

<https://teaching.iranmodares.com/teaching-index.php>

برای دانلود جزوات سشتر برای یادگیری مثلثات بر روی لینک زیر کلیک کنید.

مثلثات

ایران مدرس