

## رابطه و تابع

### رابطه:

مجموعه ای از زوج های مرتب است. مانند:  $R = \{(1,2), (1,3), (5,6)\}$

مثال: با استفاده از اعضای مجموعه  $A = \{1,2,3\}$  همه ی زوج هایی را بنویسید که  $x$  و  $y$  آنها برابر باشند.

حل:

باید مجموعه  $R = \{(x, y) | x, y \in A, x = y\}$  را مشخص کنیم که به صورت  $R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$  در می آید.

### ضابطه قانون تابع

تعریفی جامع تر از تابع: اگر  $f$  تابعی از  $A$  در  $B$  باشد در این صورت هر عضو  $x$  از  $A$  را به عضو منحصر به فردی مانند  $y$  از  $B$  نظیر می کند قانونی که این رابطه را برقرار می کند ضابطه ی تابع می نامند و آن را به صورت  $Y=f(X)$  نشان می دهند، که در  $X$  متغیر مستقل و  $Y$  متغیر وابسته است.

برای مشاهده لیست کامل مدرسین ریاضی کلیک کنید:

[تدریس خصوصی ریاضی](#)

مثال:

کدام یک از روابط زیر ضابطه ی یک تابع است؟

$$1) y = 2x^2 - 1$$

رابطه ی فوق ضابطه ی تابع است چون به ازاء هر مقدار برای  $x$  فقط یک مقدار برای  $y$  به دست می آید.

$$2) y^2 = 10x - 1$$

این ضابطه تابع نیست چون  $y$  توان زوج دارد، یعنی اگر مثلاً  $X=1$  باشد دو مقدار متفاوت برای  $y$  به دست می آید.

$$y^2 = 10x - 1 \xrightarrow{x=1} y^2 = 10(1) - 1 \rightarrow y^2 = 9 \rightarrow y = \pm 3$$

### مقدار تابع در یک نقطه

در تابع با ضابطه ی  $Y=f(x)$  برای محاسبه ی مقدار تابع  $F(x)$  به ازاء  $X=a$  کافی است به جای  $x$ ، عدد  $a$  را جایگزین کنیم یعنی  $F(a)$  را محاسبه کنیم.

مثال:

در تابع  $f(x) = 5x - 3$  مطلوب است محاسبه ی  $f(x^2)$  و  $f(\sqrt{x} - 1)$

$$f(x^2) = 5(x^2) - 3 = 5x^2 - 3$$

$$f(\sqrt{x} - 1) = 5(\sqrt{x} - 1) - 3 = 5\sqrt{x} - 5 - 3 = 5\sqrt{x} - 8$$

کلیک کنید:

[دانلود جزوه خلاصه ریاضی: نکات بحث دامنه تابع](#)

## برد تابع

منظور از برد تابع مجموعه مقادیر است که  $Y=f(x)$  (مولفه ی دوم) می تواند داشته باشد. برد تابع  $f$  را با  $R_f$  نشان می دهیم.

برای به دست آوردن برد تابع راه حل کلی وجود ندارد. اما در بسیاری از موارد برای پیدا کردن برد می توان از روی ضابطه ی تابع یعنی از روی  $Y=f(x)$ ، متغیر  $x$  را بر حسب  $y$  به دست آورد و سپس از روی ضابطه ی جدید، دامنه را به دست آوریم که همان برد تابع اولیه است.

مثال: برد تابع زیر را به دست آورید.

$$f(x) = -x^2 + 1$$

حل:

$$y = -x^2 + 1 \rightarrow x^2 = 1 - y \rightarrow x = \pm\sqrt{1 - y} \rightarrow 1 - y \geq 0 \rightarrow -y \geq -1 \rightarrow y \leq 1 \\ \rightarrow R_f = (-\infty, 1]$$

## تابع یک به یک

1-تعریف تابع یک به یک از لحاظ زوج مرتب: از لحاظ زوج مرتب تابعی یک به یک است که مولفه های دوم زوج های مرتب، یکسان نباشند. اگر یکسان بودند مولفه های اول هم یکسان باشند.

2- تعریف تابع یک به یک از لحاظ نموداری: از نظر نموداری، می‌گوییم یک تابع یک به یک است، هر گاه هر خط موازی محور  $y$  ها نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند (یعنی خط فوق یا نمودار را قطع نکند یا اگر قطع می‌کند فقط در یک نقطه قطع کند) در غیر این صورت تابع یک به یک نیست.

3- تعریف تابع یک به یک از لحاظ ضابطه (قانون): تابع  $f: A \rightarrow B$  را یک به یک می‌گوییم که شرط زیر را دارا باشد:

$$f(x_1) = f(x_2) \rightarrow x_1 = x_2$$

### تابع پوشا

1- تعریف تابع پوشا از لحاظ ضابطه:

تابع  $f: A \rightarrow B$  را پوشا گویند هر گاه بر  $f$  با مجموعه  $B$  برابر باشد.

مثال: آیا تابع زیر پوشا است؟

تابع  $f: R \rightarrow R$  با ضابطه  $F(x) = 2x + 1$

برای حل ابتدا برد تابع را مشخص می‌کنیم:

$$y = 2x + 1 \rightarrow y - 1 = 2x \rightarrow x = \frac{y - 1}{2} \rightarrow R_f = R$$

حال با توجه به این که برد تابع برابر  $R$  یعنی مجموعه پایان است تابع پوشا است.

2-تعریف تابع پوشا از لحاظ نمودار:

از نظر نموداری، تابع  $f: A \rightarrow B$  پوشا است به شرطی که اگر  $B$  را روی محور  $y$  ها مشخص کرده و از هر نقطه آن خطی موازی محور  $x$ ها رسم کنیم نمودار تابع را حداقل در یک نقطه قطع کند.

### ترکیب دو تابع: fog

برای محاسبه تابع  $Fog(x)$  که به صورت  $F(g(x))$  تعریف می شود کافی است در تابع  $F(x)$  به جای هر  $x$  یی عبارت  $G(x)$  را قرار دهیم، همچنین برای محاسبه تابع  $gof(x) = g[f(x)]$  کافی است در تابع  $G(x)$  به جای هر  $x$  یی عبارت  $F(x)$  را قرار دهیم.

مثال:

اگر  $f(x) = \sqrt{x} + 1$  و  $g(x) = \frac{2}{x-1}$  باشد، توابع  $fog(x)$  و  $gof(x)$  را پیدا کنید.

$$fog(x) = f[g(x)] = \sqrt{\left(\frac{2}{x-1}\right)} + 1$$

$$gof(x) = g[f(x)] = \frac{2}{(\sqrt{x} + 1) - 1} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

[انتگرال توابع کسری](#)

<https://www.iranmodares.com/index.php>

<https://teaching.iranmodares.com/teaching-index.php>

ایران مدرس