نکات مشتق توابع شامل قدر مطلق

۱-تابع $f(x) = |P(x)|$ را که در آن P(x) یک چند جمله ای دلخواه می باشد، در نظر بگیرید.

می توان ثابت کرد:

۱-f در تمام نقاط پیوسته است.

۲-f در تمام نقاط به جز ریشه های مرتبه اول معادله P(x)=0 مشتق پذیر است.

(و در تمام ریشه های غیر ساده معادله P(x)=0 حاصل مشتق تابعf برابر صفر خواهد بود).

۲-معادله**P(x) =0** را در نظر بگیرید.

اگر $P(\alpha) = 0$ ولی $P'(\alpha) \neq 0$ باشد، $x = \alpha$ریشه ساده(مرتبه اول)معادله P(x)=0 است.

اگر$P(\alpha) = 0$و $P'(\alpha) = 0$ ولی $P''(\alpha) \neq 0$ باشد $x = \alpha$ ریشه مرتبه دوم معادله P(x)=0 است.

تذکر: به طور کلی اگر$P(\alpha) = 0$ و $P'(\alpha) = 0$ و...... و $p^{(n-1)}(\alpha) = 0$ ولی $P^{(n)}(\alpha) \neq 0$باشد، $x = \alpha$ ریشه مرتبه Nام معادله P(x)=0 است.

۲-برای محاسبه مشتق چپ و یا راست توابع دارای قدر مطلق در یک نقطه خاص ؛ مانند X_0 کافی است، عبارات داخل قدر مطلق ها را تک تک تعیین علامت نموده و با توجه به اینکه کدام یک از مفادیر $f'(x_0^-)$یا$f'(x_0^+)$مورد نظر می باشد، تکلیف قدر مطلق ها را مشخص نموده (به تعبیری ، تابع مورد نظر را به طور مناسب بدون علامت قدر مطلق بازنویسی کنیم) و سپس عمل مشتق گیری را انجام داده و مشتق یک طرفه مورد نیاز را محاسبه نماییم.

مثال:تابع$y=|x^3+ax-3|$ در نقطهX=2 مشتق پذیر نمی باشد ،مقدار a را بدست آورید؟

حل:

توابعی به شکل|Y=|u(x در ریشه های ساده (U(x مشتق پذیر نیستند،پس، باید:

$$(x^3+ax-3)\Big|_{x=2}=0\rightarrow 2^3+a(2)-3=0\rightarrow 2a+5=0\rightarrow a=-\frac{5}{2}$$

نکات مشتق توابع شامل جزء صحیح

۱-در توابعی به صورت F(x)=[P(x)] تابع در X=a هر نوع پیوستگی داشته باشد، همان نوع مشتق را داراست و به خصوص، مشتق این تابع در هر جایی که موجود باشد برابر صفر خواهد بود.

۲- در توابعی به صورت$f(x) = (x-a)^n[x]$ که در آن n>0 می باشد، تابع در X=a پیوسته است. اگر n>1 باشد تابع در X=a مشتق پذیر است.

مثال:

تابع $f(x) = x^2[x]$ در X=0:

۱-پیوسته و مشتق پذیر است.

۲-پیوسته است ، ولی مشتق پذیر نیست.

۳-پیوسته نیست ، ولی مشتق پذیر است.

۴-نه پیوسته است و نه مشتق پذیر.

حل:

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} x^2[x] = (\text{صفر نسبی}) \times (\text{عددی کراندار}) = 0 = f(0)$$

پس تابع درX=0 پیوسته است.

$$f'(0) = \lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}$$
$$= \lim_{x\to 0}\frac{x^2[x]-0}{x-0} = \lim_{x\to 0} x[x] = (\text{صفر نسبی}) \times (\text{عددی کراندار}) = 0$$

لذا، تابع در X=0 مشتق پذیر نیز می باشد.