

## مجموعه سوالات امتحانی ریاضی دهم

### معادلات و روش های حل آن

۱- معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $x^2 - 4x - 5 = 0$

ب)  $5x^2 - 9x + 4 = 0$

(الف)

با استفاده از اتحاد جمله ی مشترک، معادله را تجزیه می کنیم:

$$\rightarrow (x - 5)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

(ب)

مجموع ضرایب عددی این معادله صفر است. بنابراین یکی از ریشه ها  $X=1$

ریشه ی دیگر  $x = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$  است.

۲- نشان دهید معادله ی رو به رو همواره دو ریشه ی حقیقی متمایز دارد.

$$x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$$

در معادله ی درجه ی دوم، اگر  $\Delta > 0$  باشد، معادله دو ریشه ی حقیقی متمایز

خواهد داشت ، بنابراین :

$$\rightarrow \Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - 1) = 4m^2 - 4m^2 + 4 = 4$$

دلتای این معادله همواره مثبت است، بنابراین همواره دو ریشه ی حقیقی متمایز

دارد.

۳- می خواهیم جعبه ای در باز با حجم ۲۵ متر مکعب با ابعاد  $5 - x, x, 4$  واحد بسازیم. مقدار  $x$  را به دست آورید.

$$\text{حجم جعبه} = 4(x)(5 - x) \rightarrow 25 = 20x - 4x^2 \rightarrow 4x^2 - 20x + 25 = 0$$

معادله را به روش فرمول کلی حل می کنیم:

$$\rightarrow \Delta = (-20)^2 - 4(4)(25) = 400 - 400 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-20) + 0}{2(4)} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

برای مشاهده لیست مدرسین ریاضی دهم کلیک کنید:

[تدریس خصوصی ریاضی دهم](#)

۴- حاصل ضرب دو عدد متوالی، ۵ واحد از مجموعشان بیشتر است، آن اعداد را بیابید.

دو عدد صحیح متوالی را  $x$  و  $x+1$  در نظر می گیریم. حاصل ضرب این دو عدد، ۵ واحد بیش تر از مجموعشان است، بنابراین خواهیم داشت:

$$x(x + 1) = (x + x + 1) + 5 \rightarrow x^2 + x = 2x + 6$$

$$\rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \rightarrow x = 3, x + 1 = 4 \\ x + 2 = 0, x = -2, x + 1 = -1 \end{cases}$$

بنابراین آن دو عدد صحیح متوالی (3,4) یا (-1,-2) هستند.

۵- طول مستطیلی دو برابر عرض آن است و مساحت آن ۸۰۰ است. طول و عرض مستطیل را بیابید.

عرض مستطیل را  $x$  و طول آن را  $y$  در نظر می گیریم. طول ، دو برابر عرض و

مساحت آن ۸۰۰ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$Y=2x (*)$$

$$S = xy = 800 \xrightarrow{(*)} x(2x) = 800 \rightarrow 2x^2 = 800 \rightarrow x^2 = 400 \rightarrow x = \pm 20$$

چون عرض مستطیل عددی مثبت است، پس فقط  $X=20$  قابل قبول است و طول مستطیل برابر با  $2x=40$  خواهد بود.

۶- طول یک مستطیل از سه برابر عرض آن سه واحد کم تر است. اگر مساحت مستطیل ۶۰ سانتی متر مربع باشد، ابعاد مستطیل را بیابید.

عرض مستطیل را  $x$  و طول آن را  $y$  در نظر می گیریم. طول از سه برابر عرض، سه واحد کم تر است، بنابراین:

$$Y=3x-3(*)$$

$$S = xy \\ = 60$$

$$\xrightarrow{(*)} x(3x - 3) = 60 \rightarrow 3x^2 - 3x - 60 = 0 \rightarrow x^2 - x - 20 = 0 \rightarrow (x - 5)(x + 4) \\ \rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \rightarrow x = 5 \\ x + 4 = 0 \rightarrow x = -4 \end{cases}$$

غ ق ق

چون عرض مستطیل عددی مثبت است، پس فقط  $X=5$  قابل قبول است و طول مستطیل برابر است با:

$$y = 3x - 3 = 3(5) - 3 = 12$$

۷- اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۵ سال است. اگر سه سال دیگر حاصل ضرب

سن آنها ۲۰۴ شود، سن کنونی هر کدام را بیابید.  
 سن برادر کوچکتر را  $x$  و سن برادر بزرگتر را  $x+5$  در نظر می گیریم، سه سال دیگر  
 سن آنها به ترتیب  $x+3$ ,  $x+8$  خواهد بود، بنابراین طبق صورت مسئله خواهیم

داشت:

$$(x + 3)(x + 8) = 204 \rightarrow x^2 + 11x + 24 = 204 \rightarrow x^2 + 11x - 180 = 0$$

$$\rightarrow (x - 9)(x + 20) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 9 = 0 \rightarrow x = 9 \\ x + 20 = 0 \rightarrow x = -20 \end{cases}$$

غ ق ق

چون سن عددی مثبت است، پس فقط  $x=9$  قابل قبول است. بنابراین سن  
 برادر کوچک تر  $x=9$  و سن برادر بزرگ تر  $x+5=9+5=14$  است.

۸- پدر در جواب این سوال که "سن پسر چقدر است؟" گفت: "سن کنونی من ۴،  
 برابر سن ۶ سال پیش پسر است و در حال حاضر، حاصل ضرب سن من و پسر  
 برابر ۶۴۰ است." سن کنونی پدر و پسر را پیدا کنید؟

سن پدر را  $x$  و سن پسر را  $y$  در نظر می گیریم، سن کنونی پدر ۴ برابر سن  
 ۶ سال پیش پسر است . یعنی:

$$x = 4(y - 6) (*)$$

و حاصل ضرب سن کنونی آنها ۶۴۰ است، بنابراین:

$xy$ 

$= 640$

$$\begin{aligned} (*) \rightarrow 4(y-6)y = 640 &\rightarrow (y-6)y = 160 \rightarrow y^2 - 6y - 160 = 0 \rightarrow (y-16)(y+10) = 0 \\ &\rightarrow \begin{cases} y-16 = 0 \rightarrow y = 16 \\ y+10 = 0 \rightarrow y = -10 \end{cases} \end{aligned}$$

غ ق ق

چون سن عددی مثبت است، پس فقط  $Y=16$  قابل قبول است.

بنابراین سن کنونی پسر ۱۶ و سن کنونی پدر  $x = 4(16 - 6) = 40$  سال است.

۹- فاصله ی هر طرف یک قالی از کنار دیوار یک اتاق مستطیل شکل ثابت است. اگر

مساحت اتاق ۲۴ ، و محیط اتاق ۲۰ و محیط قالی ۱۲ باشد، مساحت قالی را

بدست آورید؟

طول اتاق را  $x$  ، عرض آن را  $y$  و فاصله ی هر طرف قالی تا دیوار اتاق را  $d$  در

نظر می گیریم. مساحت اتاق ۲۴ و محیط آن ۲۰ است، بنابراین خواهیم داشت:

$$P = 2(x + y) = 20 \rightarrow x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$$

$$S = xy = 24 \xrightarrow{(*)} x(10 - x) = 24$$

$$\rightarrow x^2 - 10x + 24 = 0 \rightarrow (x - 4)(x - 6) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \rightarrow x = 4, y = 10 - x = 6 \\ x - 6 = 0 \rightarrow x = 6, y = 10 - x = 4 \end{cases}$$

غ ق ق

چون طول از عرض بزرگتر است، پس طول اتاق  $X=6$  و عرض آن  $Y=4$  است.

طول قالی برابر با  $x-2d$  و عرض قالی برابر با  $y-2d$  است. محیط قالی ۱۲ است.

بنابراین:

$$\begin{cases} \text{طول قالی} = x - 2d = 6 - 2d \\ \text{عرض قالی} = y - 2d = 4 - 2d \end{cases}$$

$$\text{محیط قالی} = 12 \rightarrow 2(6 - 2d + 4 - 2d) = 12 \rightarrow 10 - 4d = 6 \rightarrow 4d = 4 \rightarrow d = 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{طول قالی} = 6 - 2d = 6 - 2 = 4 \\ \text{عرض قالی} = 4 - 2d = 4 - 2 = 2 \end{cases} \rightarrow \text{مساحت قالی} = 4 \times 2 = 8$$

۱۰- معادله های زیر را حل کنید.

الف)  $x^2 - x = 12$

ب)  $(3x + 2)^2 = 36$

(الف)

$$x^2 - x = 12 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \\ x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \end{cases}$$

(ب)

$$(3x + 2)^2 = 36 \rightarrow 3x + 2 = \pm 6 \rightarrow \begin{cases} 3x + 2 = 6 \rightarrow 3x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3} \\ 3x + 2 = -6 \rightarrow 3x = -8 \rightarrow x = \frac{-8}{3} \end{cases}$$

# ایران مدرس

<https://www.iranmodares.com/index.php>

برای مشاهده لیست مدرسین ریاضی کلیک کنید:

## تدریس خصوصی ریاضی

[تدریس خصوصی ریاضی دهم](#)