

## مجموعه سوالات امتحانی ریاضی دهم (اتحادهای جبری و تجزیه ی چند جمله ای ها)

۱- حاصل هر یک از عبارات های زیر را با استفاده از اتحادها بیابید.

الف)  $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$

ب)  $(x - 2y + 3z)^2$

(الف)

با سه بار استفاده از اتحاد  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$  داریم:

$$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\ = x^8 - 1$$

(ب)

با استفاده از اتحاد زیر داریم:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

داریم:

$$(x - 2y + 3z)^2 = x^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2x(-2y) + 2(-2y)(3z) + 2(3z)(x) \\ = x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx$$

۲- با استفاده از اتحادها، طرف دوم هر یک از تساوی های زیر را بنویسید.

الف)  $(3x - 2)^3$

ب)  $(3x^2 + 5y^3)^3$

(الف)

$$\begin{aligned}(3x - 2)^3 &= (3x)^3 + 3(3x)^2(-2) + 3(3x)(-2)^2 + (-2)^3 \\ &= 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8\end{aligned}$$

(ب)

$$\begin{aligned}(3x^2 + 5y^3)^3 &= (3x^2)^3 + 3(3x^2)^2(5y^3) + 3(3x^2)(5y^3)^2 + (5y^3)^3 \\ &= 27x^6 + 135x^4y^3 + 225x^2y^6 + 125y^9\end{aligned}$$

۳- با استفاده از اتحادها، طرف دوم هر یک از تساوی های زیر را بنویسید.

الف)  $103^2$

ب)  $(99)^3$

(الف)

$$103^2 = (100 + 3)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$$

(ب)

$$\begin{aligned}99^3 &= (100 - 1)^3 = 100^3 - 3 \times 100^2 \times 1 + 3 \times 100 \times 1^2 - 1^3 \\ &= 1000000 - 30000 + 300 - 1 = 970299\end{aligned}$$

۴- طرف دوم هر یک از تساوی های زیر را با استفاده از اتحادها بیابید.

الف)  $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$

ب)  $((x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1))^3$

الف) با استفاده از اتحاد  $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$  و در نظر گرفتن

$$b = 2y, a = x \text{ داریم:}$$

$$(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) = x^3 + (2y)^3 = x^3 + 8y^3$$

(ب)

$$\begin{aligned} (x - 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) \\ = ((x - 1)(x^2 + x + 1))((x + 1)(x^2 - x + 1)) \\ = (x^3 - 1)(x^3 + 1) = x^6 - 1 \end{aligned}$$

$$(x^6 - 1)^3 = (x^6)^3 - 3(x^6)^2(1) + 3(x^6)(1)^2 - 1 = x^{18} - 3x^{12} + 3x^6 - 1$$

۵- در عبارت زیر، جاهای خالی را طوری کامل کنید که تساوی، یک اتحاد باشد.

الف)  $(4a - 2b)^3 = \dots - \dots + \dots = -8b^3$

$$\begin{aligned} (4a - 2b)^3 &= (4a)^3 - 3(4a)(2b) + 3(4a)(2b)^2 - (2b)^3 \\ &= 64a^3 - 96a^2b + 48ab^2 - 8b^3 \end{aligned}$$

۶- با فرض  $x + y = 6$  و  $xy = -72$ ، حاصل  $x^3 + y^3$  را بیابید.

می دانیم:

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) \rightarrow x^3 + y^3 = 6^3 - 3(-72)(6) = 1512$$

۷- اگر  $x + \frac{1}{x} = 5$  حاصل عبارت  $x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$  را به دست آورید.

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right) = (5)^2 - 2 = 23$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x\right)\left(\frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5^3 - 3(1)(5) = 110$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$x^3 + x^2 + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 110 + 23 = 133$$

۸- عبارت های زیر را تجزیه کنید.

الف)  $z^2 - 16$

ب)  $8x^3 + 27$

الف) با استفاده از اتحاد  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  داریم:

$$z^2 - 16 = (z - 4)(z + 4)$$

ب) با استفاده از اتحاد  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$  داریم:

$$8x^3 + 27 = (2x)^3 + 3^3 = (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9)$$

۹- عبارت های زیر را تجزیه کنید.

الف)  $a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2$

ب)  $x^4 - xy^3 + x^3y - y^4$

(الف)

$$a(a^2 - 2b) + b(a^2 - 2b) = (a + b)(a^2 - 2b)$$

(ب)

$$\begin{aligned} x^4 - xy^3 + x^3y - y^4 &= x(x^3 - y^3) + y(x^3 - y^3) = (x^3 - y^3)(x + y) \\ &= (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y) \end{aligned}$$

۱۰- درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.

الف) عبارت  $8a^3 - 1$  یک مضرب عبارت  $2a + 1$  است.

ب) عبارت  $(x^3 - y^3)$  یک مضرب عبارت  $x^2 + xy + y^2$  است.

الف) نادرست است.

ب) درست است.

# ایران مدرس

<https://www.iranmodares.com/index.php>

برای مشاهده لیست مدرسین ریاضی کلیک کنید:

تدریس خصوصی ریاضی

تدریس خصوصی ریاضی دهم