مشتق سویی با مثال و پاسخ تشریحی

همانطوری که می دانیم $\frac{\partial w}{\partial x},\frac{\partial w}{\partial y},\frac{\partial w}{\partial z}$ میزان تغییرات تابع w را نسبت به متغییرهای Z,y,x توصیف می کند.

مشتق سویی تابع w در جهتی مانند $\underset{u}{\rightarrow}$ در حقیقت شدت تغییرات تابع w را در جهت $\underset{u}{\rightarrow}$ مشخص می کند.

برای تشریح این موضوع فرض کنید برای تابعی ، مانند،w در نقطهP مقادیر مشتق سویی را در جهات $\vec{u}_1\vec{u}_2$ به دست آورده ایم ، چنانچه $\frac{dw}{d\vec{u}_2}\Big| P > \frac{dw}{d\vec{u_1}}\Big| p$ باشد شدت تغییرات کمیت W در نقطه P در جهت $\vec{u}_1$ از شدت تغییرات کمیت W در نقطه P در جهت $\vec{u}_2$ بیشتر است، همچنین توجه داریم اگر **علامت مشتق سویی مثبت** باشد، بدین معنا است که مقدار کمیت W در حال افزایش و چنانچه **علامت مشتق سویی منفی** باشد ، یعنی ، مقدار کمیت W در حال کاهش بوده است.

مثال مشتق سویی

۱-برای تابع $f(x,y) = xe^y - y^2 + 3x$ حداکثر مقدار مشتق سویی در نقطه (3,0) چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

جواب:

$$grad\ f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} = (e^y + 3)\vec{i} + (xe^y - 2y)\vec{j}$$

در نقطه (3,0) داریم:

$$grad\ f = (e^0 + 3)\vec{i} + \left(3e^0 - 2(0)\right)\vec{j} = 4i + 3j$$

و از آنجا که بیشترین مقدار مشتق سویی در هر نقطه ، به اندازه گرادیان تابع می باشد ، بیشترین مقدار ممشتق سویی در این مساله عبارت است از:

$$|4i + 3j| = \sqrt{16 + 9} = 5$$