

# تست های نامعادله و تعیین علامت (با پاسخ تشریحی)

1- اگر  $f(x) = 1 - 2x + x^2$  باشد، مقدار کدام عبارت، متفاوت با سایر عبارت ها است؟

$f(0)$  (1)

$f(2)$  (2)

$\frac{f(0)}{f(2)}$  (3)

$F(1)$  -4

(آزاد انسانی خارج از کشور-88)

جواب : گزینه ی 4

$$f(1) = 1 - 2(1) + 1 = 0$$

2- در تابع با ضابطه ی  $f(x) = x^2(2 - x)^2$  حاصل  $f(1 + x) - f(1 - x)$  کدام است؟

1- صفر

$4x - 2$

$2x^2 - 3$

$4x^2 - 4$

(سراسری تجربی 85)

جواب: گزینه ی 1

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2(2 - x)^2 \\ f(1 + x) &= (1 + x)^2[2 - (1 + x)]^2 \rightarrow f(1 + x) = (1 + x)^2(2 - 1 - x)^2 = (1 + x)^2(1 - x)^2 \\ f(1 - x) &= (1 - x)^2[2 - (1 - x)]^2 \rightarrow f(1 - x) = (1 - x)^2(2 - 1 + x)^2 = (1 - x)^2(1 + x)^2 \\ \rightarrow f(1 + x) - f(1 - x) &= (1 + x)^2(1 - x)^2 - (1 - x)^2(1 + x)^2 = 0 \end{aligned}$$

3- تابع با ضابطه ی  $f(x) = \frac{1}{4}\sqrt{16 - x^2}$  مفروض است. دامنه ی تابع

$f(\frac{x}{4})$  کدام است؟

$$[-16,16](4) \quad [-12,12](3) \quad [-3,3](2) \quad [-2,2](1)$$

جواب : گزینه ی 4

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{4} \sqrt{16 - x^2} \xrightarrow{\text{جایگزین } x \text{ با } \frac{x}{4}} f\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{1}{4} \sqrt{16 - \frac{x^2}{16}} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{\frac{16^2 - x^2}{16}} \rightarrow f\left(\frac{x}{4}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \sqrt{16^2 - x^2} \\ &= \frac{1}{16} \sqrt{16^2 - x^2} \rightarrow 16^2 - x^2 \geq 0 \rightarrow 16^2 \leq x^2 \\ &\rightarrow -16 \leq x \leq 16 \rightarrow D_f = [-16,16] \end{aligned}$$

4- در یک تابع خطی رابطه ی  $f(x-3) = f(x) + 12$  برقرار است

نسبت تغییرات  $F(x)$  به  $x$  کدام است؟

$$-9-4 \quad 9-3 \quad -4-2 \quad 4-1$$

جواب: گزینه ی 2

$$\begin{aligned} f(x+k) &= f(x) + mk \rightarrow f(x-3) = f(x) + m(-3) \\ &\rightarrow f(x) + 12 = f(x) - 3m \rightarrow m = \frac{12}{-3} = -4 \end{aligned}$$

5- در تابع  $f(x) = \frac{4x}{x^2+4}$  اگر  $f(a) = 1$  باشد  $F(a-1)$  کدام است؟

0/9-4      0/8-3      0/7-2      0/6-1

جواب: گزینه ی 3

$$f(a) = \frac{4a}{a^2+4} \xrightarrow{f(a)=1} 1 = \frac{4a}{a^2+4} \xrightarrow{\text{طرفین-وسطین}} a^2+4 = 4a$$

$$\rightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \rightarrow (a-2)^2 = 0 \rightarrow a-2 = 0 \rightarrow a = 2$$

$$f(a-1) = f(2-1) = f(1) = \frac{4 \times 1}{1^2+4} \rightarrow f(1) = \frac{4}{5} = 0/8$$

6- در تابع با ضابطه ی  $f(x) = |x\sqrt{2x} - 3|$  مقدار  $f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right)$

کدام است؟

$$\frac{3}{2}(4) \quad \frac{1}{2}(3) \quad \frac{-1}{2}(2) \quad \frac{-3}{2}(1)$$

(سراسری انسانی خارج از کشور 87)

جواب: گزینه ی 1

$$\begin{aligned} f(2) - f\left(\frac{1}{2}\right) &= \left| 2\sqrt{2(2)} - 3 \right| \\ &\quad - \left| \frac{1}{2}\sqrt{2\left(\frac{1}{2}\right)} - 3 \right| \\ &= \left| 2(2) - 3 \right| \\ &\quad - \left| \frac{1}{2}(1) - 3 \right| = |1| - \left| -\frac{5}{2} \right| = 1 - \frac{5}{2} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

7- عبارت  $(x-1)(2x+1)$  به ازای عضوهای کدام مجموعه ی زیر مثبت

است؟

$$\{x|x < -\frac{1}{2}\}(2) \quad \{x|\frac{-1}{2} < x < 1\}(1)$$

$$\{x|x < 0\}(4) \quad \{x|0 < x\}(3)$$

$$(x-1)(2x+1) > 0: (x-1)(2x+1) = 0 \rightarrow x = 1, x = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{(x-1)(2x+1)} \quad \begin{array}{c} -\frac{1}{2} \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ + \end{array}$$

8-مجموعه جواب نامعادله ی  $\frac{x^2-1}{x^2+1}$  کدام است؟

$$(-\infty, +\infty)(4) \quad (-\infty, -1](3) \quad [1, +\infty)(2) \quad [-1, 1](1)$$

جواب: گزینه ی 4

$$\begin{aligned} \frac{x^2-1}{x^2+1} < 1 &\rightarrow \frac{x^2-1}{x^2+1} - 1 < 0 \rightarrow \frac{x^2-1-x^2-1}{x^2+1} < 0 \\ &\rightarrow \frac{-2}{x^2+1} < 0 \end{aligned}$$

9- جواب نامعادله ی  $\frac{x^2-2}{x} < 1$  به کدام صورت است؟

$$(1) -1 < x < 2 \quad (2) -2 < x < 1$$

$$(3) -1 < x < 0 \quad \text{یا} \quad x > 2 \quad (4) 0 < x < 2 \quad \text{یا} \quad x < -1$$

(سراسری فنی حرفه ای 85)

جواب: گزینه ی 4

10- به ازای کدام مقادیر  $a$  سه جمله ی  $ax^2 - 3x + 2$  همواره منفی است؟

$$(1) A < 0$$

$$(2) a > \frac{9}{8}$$

3) هر مقدار  $a$

4) هیچ مقدار  $a$

(سراسری فنی حرفه ای 83)

جواب: گزینه 4

می دانیم که شرط همواره منفی بودن یک عبارت درجه دوم به فرم

$ax^2 + bx + c$  این است که  $a < 0, \Delta < 0$  باشد ، بنابراین داریم:

$$ax^2 - 3x + 2 < 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \rightarrow 9 - 8a < 0 \rightarrow -8a < -9 \rightarrow a > \frac{9}{8} & \text{رابطه ی (1)} \\ a < 0 & \text{رابطه ی (2)} \end{cases}$$

$$\rightarrow a \in \emptyset$$

ریاضیات 2