

کاربردهای انتگرال دوگانه

کاربرد ۱

محاسبه مساحت یک ناحیه:

اگر D ناحیه ای مشخص در صفحه باشد، مساحت آن را می توان به صورت زیر به دست آورد:

$$s = \iint_D dx dy \quad \text{یا} \quad s = \iint_D dx dy$$

کاربرد ۲

محاسبه مرکز سطح یک ناحیه:

اگر D ناحیه ای مشخص در صفحه باشد، مختصات مرکز سطح آن را می توان به فرم زیر به دست آورد:

$$y_c = \frac{\iint y dx dy}{\iint dx dy} = \frac{\iint y dx dy}{s}$$

$$x_c = \frac{\iint x dx dy}{\iint dx dy} = \frac{\iint x dx dy}{s}$$

کاربرد ۳

ممان اینرسی یک ناحیه نسبت به محورهای مختصات:

ممان اینرسی ناحیه D نسبت به محورهای مختصات به صورت زیر به دست می آید:

$$I_X = \iint_D y^2 dx dy \quad I_Y = \iint_D x^2 dx dy$$

و ممان اینرسی نسبت به مبدا مختصات به فرم زیر محاسبه می گردد:

$$I_0 = I_X + I_Y$$

کاربرد ۴

مقدار متوسط یک تابع دو متغیره در یک ناحیه:

مقدار متوسط تابع $Z = f(x, y)$ در ناحیه D را می توان از رابطه زیر بدست آورد:

$$\bar{f} = \frac{\iint_D f(x, y) dx dy}{\iint_D dx dy}$$