

## انواع معادلات مثلثاتی

با دانستن مقدار یک نسبت مثلثاتی می توان وضعیت زاویه یا زوایای مربوط را با توجه به دایره ی مثلثاتی مشخص نمود.  
برای بدست آوردن جواب، ابتدا ناحیه یا نواحی مربوطه که جواب در آن ها قرار گرفته را مشخص نموده و سپس جواب را می یابیم.

حل معادلات خاص مثلثاتی:

معادلات زیر و جواب کلی آنها را به خاطر بسپارید (k عددی صحیح است)

$$1 - \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \qquad 2 - \sin x = 1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$3 - \sin x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \qquad 4 - \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$5 - \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi \qquad 6 - \cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi + \pi$$

در برخی از مسائل به کمک این معادلات می توان نقاط ماکسیمم ، می نیمم و یا صفرهای توابع را یافت ، دقت کنید برای یافتن جواب معادلاتی که در آنها عباراتی نظیر  $\cos ax$  و  $\sin ax$  وجود دارد می توان از متغیر کمکی  $t = ax$  استفاده نمود.

## مثال:

مقادیری از  $x$  که ماکسیمم، می نیم و صفرهای تابع  $y = 3 \sin 2x$  را در بازه  $[0, \pi]$  ایجاد می کند مشخص نمایید.

جواب:

برای یافتن صفرها، ماکسیمم و می نیم این تابع، به ترتیب معادلات  $\sin 2x = 0$ ،  $\sin 2x = 1$  و  $\sin 2x = -1$  را حل نماییم.

$$\text{صفرهای تابع} \begin{cases} \sin 2x = 0 \xrightarrow{2x=t} t = k\pi \xrightarrow{k=0,1,2} t = 0, \pi, 2\pi \xrightarrow{x=\frac{t}{2}} x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi \\ 0 \leq x \leq \pi \rightarrow 0 \leq 2x \leq 2\pi \rightarrow 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\text{ماکسیمم تابع} \begin{cases} \sin 2x = 1 \xrightarrow{2x=t} t = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{k=0} t = \frac{\pi}{2} \xrightarrow{x=\frac{t}{2}} x = \frac{\pi}{4} \\ 0 \leq x \leq \pi \rightarrow 0 \leq 2x \leq 2\pi \rightarrow 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

$$\text{می نیم تابع} \begin{cases} \sin 2x = -1 \xrightarrow{2x=t} t = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{k=0} t = \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{x=\frac{t}{2}} x = \frac{3\pi}{4} \\ 0 \leq x \leq \pi \rightarrow 0 \leq 2x \leq 2\pi \rightarrow 0 \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

پس در بازه  $[0, \pi]$  صفرهای تابع به ازای  $x = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$  ماکسیمم تابع به

ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  و می نیم تابع به ازای  $x = \frac{3\pi}{4}$  حاصل می شود.