

معادله دیفرانسیل مرتبه اول (تفکیک پذیر)

اگر یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول را با توجه به رابطه $y' = \frac{dy}{dx}$ بتوان به صورت رابطه $P(x)dx = Q(y)dy$ بیان نمود معادله را اصطلاحاً از نوع تفکیک پذیر گویند و برای یافتن جواب عمومی این معادله می توان از طرفین

رابطه مذکور انتگرال گرفت.

مثال

1- اگر $y'' = 12x$ و شیب خط مماس در $X=1$ برابر ۳ باشد و منحنی از نقطه

$(1,2)$ بگذرد، حاصل $Y(0)$ کدام است؟

۳(۱) - ۲(۰) - ۱(۳) - ۴(۳)

حل:

$$y'' = 12x \rightarrow y' = 6x^2 + c$$

چون شیب خط مماس در $X=1$ برابر ۳ است، باید:

$$y'(1) = 3 \rightarrow 3 = 6(1)^2 + c \rightarrow c = -3$$

$$y' = 6x^2 - 3 \rightarrow y = 2x^3 - 3x + k$$

$$y(1) = 2 \rightarrow 2 = 2(1)^3 - 3(1) + k \rightarrow k = 3$$

$$y = 2x^3 - 3x + 3 \rightarrow y(0) = 3$$

2- شیب خط مماس در هر نقطه (x,y) از یک منحنی با رابطه $\frac{3x}{1+y}$ داده شده است.

منحنی مورد نظر، یک است.

۱) هذلولی ۲) سهمی ۳) دایره ۴) بیضی

$$y' = \frac{3x}{1+y} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x}{1+y} \rightarrow 3x dx = (1+y)dy$$

انتگرال می گیریم

$$\frac{3}{2}x^2 = y + \frac{1}{2}y^2 + c \rightarrow 3x^2 - y^2 - 2y - 2c = 0$$

معادله هذلولی است.

www.irankonkur.com