

تست های دنباله های حسابی و هندسی با پاسخ تشریحی

1) اعداد $5P - 1$ و $3P + 4$ و $2P + 3$ سه جمله ی متوالی یک دنباله ی حسابی هستند قدر نسبت این دنباله کدام است؟

4-1 5-2 6-3 7-4

جواب: گزینه 4

اگر سه عدد a و b و c تشکیل دنباله ی حسابی دهند آنگاه:

$$b = \frac{a + c}{2} \rightarrow 2b = a + c$$

$$2(3p + 4) = (2p + 3) + (5p - 1)$$

پس

$$6p + 8 = 7p + 2 \rightarrow p = 6 \rightarrow 15, 22, 29 \rightarrow d = 22 - 15 \rightarrow d = 7$$

(سراسری ریاضی 84)

2) کدام یک از دنباله های زیر ، دنباله ی حسابی است؟

$$t_n = n^3 + n - 4 \quad t_n = \frac{1}{n} - 3 \quad t_n = n^2 - 2 \quad T_n = 8n + 1 - 1$$

جواب: گزینه ی 1

$$t_n = 8n + 1$$

$$\rightarrow t_{n+1} - t_n = 8(n + 1) + 1 - 8n - 1 = 8$$

$$t_{n+1} = 8(n + 1) + 1$$

در سایر گزینه ها حاصل $t_{n+1} - t_n$

(آزاد پزشکی 80)

3) جمله ی دهم یک دنباله ی حسابی از جمله ی سوم آن 42 واحد کمتر است
قدر نسبت چقدر است؟

$$-3(1 \quad -2(2 \quad -6(3 \quad -4(4$$

جواب: گزینه ی 3

$$a_3 - a_{10} = 42 \rightarrow \begin{cases} (a_1 + 2d) - (a_1 + 9d) = 42 \\ -7d = 42 \rightarrow d = -6 \end{cases}$$

(آزاد تجربی 78)

4) در یک دنباله ی حسابی $2a_1 + a_2 - 3a_4 = 10$ قدر نسبت قدر نسبت این

دنباله چقدر است؟

$$-2(4 \quad 2(3 \quad -\frac{5}{4}(2 \quad \frac{5}{4}(1$$

جواب: گزینه ی 2

با توجه به جمله ی عمومی تصاعد حسابی، $a_n = a_1 + (n - 1)d$ داریم:

$$2a_1 + a_2 - 3a_4 = 10 \rightarrow 2a_1 + (a_1 + d) - 3(a_1 + 3d) = 10$$

$$\rightarrow -8d = 10 \rightarrow d = \frac{10}{-8} = -\frac{5}{4}$$

(آزاد پزشکی صبح 90)

5) در دنباله ی حسابی $a_1 = 1$ ، $a_2 = \frac{5}{3}$ حاصل $\frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{33} + a_{35} + a_{37}}$ کدام است؟

$$\frac{21}{17} (4) \quad \frac{7}{17} (3) \quad \frac{105}{72} (2) \quad \frac{35}{71} (1)$$

جواب: گزینه ی 1

$$d = a_2 - a_1 = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

اما $a_n = a + (n - 1)d$ پس:

$$\frac{a_{15} + a_{17} + a_{19}}{a_{33} + a_{35} + a_{37}} = \frac{(a_1 + 14d) + (a_1 + 16d) + (a_1 + 18d)}{(a_1 + 32d) + (a_1 + 34d) + (a_1 + 36d)}$$

$$= \frac{3(a_1 + 16d)}{3(a_1 + 34d)} = \frac{1 + 16(\frac{2}{3})}{1 + 34(\frac{2}{3})} = \frac{35}{71}$$

(آزاد ریاضی عصر 85)

6) در دنباله ی حسابی و $\frac{7}{4}$ و 2 جملات $a_4, a_8, a_{12} \dots$ تشکیل دنباله ی حسابی

دیگری می دهند. قدر نسبت این دنباله چقدر است؟

$$\frac{1}{4}(4 - 4(3 - 1(2 - \frac{1}{4}(1$$

جواب: گزینه ی 2

اگر قدر نسبت دنباله ی حسابی و $\frac{7}{4}$ و 2 را d بنامیم، خواهیم داشت:

$$d = \frac{7}{4} - 2 = \frac{-1}{4}$$

از طرفی در هر دنباله ی حسابی داریم:

$$a_m - a_n = (m - n)d$$

$$a_8 - a_4 = (8 - 4)d \rightarrow a_8 - a_4 = 4d \rightarrow a_8 - a_4 = 4\left(\frac{-1}{4}\right) \rightarrow a_8 - a_4 = -1$$

(آزاد پزشکی 78)

7) در یک دنباله ی حسابی $t_6 = 20$ و $t_{11} = 30$ آنگاه t_{17} چقدر است؟

$$40(4 \quad 48(3 \quad 36(2 \quad 42(1$$

جواب: گزینه ی 1

$$d = \frac{t_{11} - t_6}{11 - 6} = \frac{30 - 20}{5} = 2$$

با استفاده از فرمول $a_n = a_1 + (n - 1)d$ می توان نوشت:

$$t_6 = 20 \rightarrow t_1 + 5d = 20 \rightarrow t_1 + 5(2) = 20 \rightarrow t_1 = 10$$

$$t_{17} = t_1 + 16d = 10 + 16(2) = 42$$

(آزاد پزشکی 77)

8) در یک دنباله ی حسابی جمله ی اول برابر 10 و مجموع جملات پنجم و

ششم برابر 11 است جمله ی چهارم کدام است؟

$$13(4 \quad 8(3 \quad 7(2 \quad 6(1$$

جواب: گزینه ی 2

$$a_5 + a_6 = 11$$

$$\xrightarrow{a_n = a_1 + (n-1)d} (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d) = 11 \rightarrow 2a_1 + 9d = 11$$

$$\xrightarrow{a_1 = 10} d = -1 \rightarrow a_4 = a_1 + 3d = 10 - 3 = 7$$

(آزاد پزشکی عصر 89)

9) تفاضل جمله ی دهم از جمله ی دوازدهم یک دنباله ی حسابی 5 و مجموع دو

جمله ی دهم و دوازدهم 25 است. جمله ی بیست و یکم این دنباله کدام است؟

$$38/5-4 \quad 37/5-3 \quad 36-2 \quad 35-1$$

می دانیم جمله ی nام از رابطه ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ بدست می آید، پس:

$$\begin{cases} a_{12} - a_{10} = 5 \rightarrow (a_1 + 11d) - (a_1 + 9d) = 5 \\ a_{12} + a_{10} = 25 \rightarrow (a_1 + 11d) + (a_1 + 9d) = 25 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2d = 5 \rightarrow d = \frac{5}{2} \\ 2a_1 + 20d = 25 \xrightarrow{d = 5/2} 2a_1 + 20\left(\frac{5}{2}\right) = 25 \end{cases}$$

$$\rightarrow a_1 = -\frac{12}{5}$$

پس جمله ی بیست و یکم برابر است با:

$$a_{21} = a_1 + 20d = -\frac{12}{5} + 20\left(\frac{2}{5}\right) = 37/5$$

(سراسری ریاضی خارج از کشور 84)

10) در یک دنباله ی حسابی $a_1 + a_4 + a_7 = 8$ و $a_4 + a_7 + a_{10} = 2$

قدر نسبت کدام است؟

$$2(4 - \frac{2}{3}(3 - 2(2 - \frac{2}{3}(1$$

جواب : گزینه ی 3

$$\begin{cases} a_1 + a_4 + a_7 = 8 \\ a_4 + a_7 + a_{10} = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + (a_1 + 3d) + (a_1 + 6d) = 8 \\ (a_1 + 3d) + (a_1 + 6d) + (a_1 + 9d) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3a_1 + 9d = 8 \\ 3a_1 + 18d = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} d = \frac{-2}{3} \end{aligned}$$

(آزاد غیر پزشکی 81)

11- در یک دنباله ی حسابی ،مجموع جملات اول ، دوم و سوم برابر 12 و

مجموع جملات هفتم، هشتم و نهم برابر 48 است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$\frac{1}{2} - 4 \quad \frac{2}{3} - 3 \quad 2 - 2 \quad \frac{3}{2} - 1$$

جواب: گزینه ی 2

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12 \\ a_7 + a_8 + a_9 = 48 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) = 12 \\ (a_1 + 6d) + (a_1 + 7d) + (a_1 + 8d) = 48 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_1 + 7d = 16 \\ a_1 + d = 4 \end{cases} \rightarrow 6d = 12 \rightarrow d = 2$$

(آزاد پزشکی 87)

12- در یک دنباله ی حسابی ، مجموع چهار جمله ی اول 15 و مجموع پنج جمله ی بعدی آن 30 می باشد، جمله ی یازدهم این دنباله کدام است؟

$$9-4 \quad 8/5-3 \quad 8-2 \quad 7/5-1$$

$$\begin{cases} a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 15 \\ (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 6d) + (a_1 + 7d) + (a_1 + 8d) = 30 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & 4a_1 + 6d = 15 \\ & \xrightarrow{\text{جمع}} 90d = 45 \rightarrow d = \frac{1}{2} \\ & -4 \left\{ \begin{aligned} & 5a_1 + 30d = 30 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \rightarrow a_{11} = 3 + 10(0/5) = 8$$

(سراسری ریاضی خارج از کشور 85)

13- در دنباله ی حسابی و 204 و 208 کدامین جمله صفر است؟

$$53-4 \quad 54-3 \quad 51-2 \quad 52-1$$

جواب: گزینه ی 4

$$208, 204, \dots \rightarrow \begin{cases} a_1 = 208 \\ d = 204 - 208 = -4 \end{cases}$$

$$0 = 208 + (n - 1)(-4) \rightarrow 4(n - 1) = 208 \rightarrow n - 1 = 52$$

$$\rightarrow n = 53$$

(آزاد تجربی 77)

14- چند جمله از دنباله ی حسابی $a_1 = 170$ و $a_2 = 161$ مثبت است؟

17-1 18-2 20-3 19-4

جواب: گزینه ی 4

جمله ی عمومی دنباله را به دست می آوریم:

$$a_1 = 170, a_2 = 161 \rightarrow d = a_2 - a_1 = 161 - 170 = -9$$

می دانیم جمله ی n ام از رابطه ی $a_n = a_1 + (n - 1)d$ بدست می آید. بنابراین:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = 170 - 9n + 9 = 179 - 9n$$

$$a_n > 0 \rightarrow 179 - 9n > 0 \rightarrow 9n < 179 \rightarrow n < \frac{179}{9} \rightarrow n < 19/8$$

بنابراین نوزده جمله ی دنباله مثبت است.

15- در دنباله ی حسابی $a_1 = 5$ و $d = 3$ جمله ی n ام چقدر از جمله ی n امدنباله ی حسابی $a'_1 = 4$ و $d_1 = 3$ بزرگتر است؟

$$1(1) \quad n+1(2) \quad n(3) \quad n-1(4)$$

$$a_n = 5 + 3(n - 1) = 3n + 2$$

$$a'_n = 4 + 3(n - 1) = 3n + 1$$

$$\rightarrow a_n - a'_n = 1$$

(آزاد ریاضی صبح 85)

16- بیست جمله ی اول دنباله ی حسابی با جمله ی اول $a_1 = 3$ و قدر نسبت

$d_1 = 2$ با بیست جمله ی اول دنباله ی حسابی با جمله ی اول $b_1 = 2$

و قدر نسبت $d_2 = 3$ چند جمله ی مساوی دارند؟

6-1 7-2 8-3 9-4

جواب: گزینه ی 2

$$a_n = 3 + 2(n-1) \rightarrow 3, 5, 7, 9, \dots, 41$$

$$b_n = 2 + 3(n-1) \rightarrow 2, 5, 8, 11, \dots, 59$$

جمله ی اول مشترک 5 و جمله ی دوم مشترک 11 است، پس قدر نسبت دنباله

مشترک 6 است. لذا جملات به صورت زیر خواهند بود:

5, 11, 17, 23, 29, 35, 41

پس 7 جمله ی مشترک داریم

(آزاد ریاضی عصر 84)

17- در دنباله ی حسابی ... , $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{3}$, 1 جمله ی اول را با $\frac{8}{3}$ و جمله ی دوم را با

$\frac{7}{3}$ و جمله ی سوم را با $\frac{6}{3}$ و جمع می کنیم جمله ی شصت و پنجم دنباله ی

جدید چقدر است؟

$$24 - 4 \quad 25 - 3 \quad 125 - 2 \quad \frac{139}{3} - 1$$

جواب: گزینه ی 3

$$b_1 = a_1 + \frac{8}{3} = 1 + \frac{8}{3} = \frac{11}{3}$$

$$b_2 = a_2 + \frac{7}{3} = \frac{5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{12}{3}$$

$$b_3 = a_3 + \frac{6}{3} = \frac{7}{3} + \frac{6}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{11}{3}, \frac{12}{3}, \frac{13}{3}, \dots \rightarrow d = \frac{12}{3} - \frac{11}{3} = \frac{1}{3} \rightarrow b_{65} = b_1 + 64d = \frac{11}{3} + 64\left(\frac{1}{3}\right) = 25$$

(آزاد پزشکی 76)

18- بزرگترین جمله ی دنباله ی هندسی $a, b, \frac{1}{3}, c, d, \frac{1}{24}$ کدام است؟

$$\frac{2}{3} - 4 \quad \frac{4}{3} - 3 \quad \frac{8}{3} - 2 \quad 1 - 1$$

جواب: گزینه ی 3

$$a_3 = \frac{1}{3}, a_6 = \frac{1}{24} \rightarrow \frac{a_6}{a_3} = q^3 = \frac{3}{24} \rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = a_1 q^2 \rightarrow \frac{1}{3} = a_1 \times \frac{1}{4} \rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

$q = \frac{1}{2}$ پس دنباله نزولی است. بنابراین بزرگترین جمله، جمله ی اول است.

(آزاد پزشکی 83)

19- در دنباله ی هندسی و 9 و 6 و 4 مجموع جملات چهارم و پنجم چقدر است؟

$$\frac{81}{4} - 4 \quad \frac{135}{4} - 3 \quad \frac{135}{2} - 2 \quad \frac{27}{2} - 1$$

جواب: گزینه ی 3

$$a_1 = 4, q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$a_4 = a_1 q^3 = 4 \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{2}$$

$$a_5 = a_1 q^4 = 4 \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{4}$$

$$a_4 + a_5 = \frac{27}{2} + \frac{81}{4} = \frac{135}{4}$$

(آزاد غیر پزشکی 75)

20- در دنباله ی هندسی $p, p^2, 8, \dots$ جمله ی پنجم چقدر است؟

$$32 - 4 \quad 16\sqrt{2} - 3 \quad 8\sqrt{2} - 2 \quad 16 - 1$$

جواب: گزینه ی 4

فرض می کنیم قدر نسبت دنباله q باشد، بنابراین $q = \frac{p^2}{p} = p$ در نتیجه:

$$a_3 = a_1 q^2 \rightarrow p(p)^2 = 8 \rightarrow p^3 = 8 \rightarrow p = 2$$

$$a_5 = a_1 q^4 \rightarrow a_5 = p(p)^4 = p^5 = 2^5 = 32$$

(آزاد ریاضی 75)

20- اعداد $2^b, 4\sqrt{2}, 2^a$ سه جمله ی متوالی از دنباله ی هندسی اند واسطه ی

عددی بین a و b کدام است؟

$$\sqrt{2}-4 \quad 1/5-3 \quad 2-2 \quad 2/5-1$$

جواب: گزینه ی 1

$$(4\sqrt{2})^2 = 2^a \times 2^b \rightarrow 32 = 2^{a+b} \rightarrow a + b = 5 \rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{5}{2} = 2/5$$

(سراسری ریاضی 87)

21- اعداد $3^a, 3\sqrt{3}, 9, b$ جملات متوالی یک دنباله ی هندسی هستند ، واسطه ی هندسی بین دو عدد $a\sqrt{3}, b$ کدام است؟

$$9 - 4 \quad \sqrt{3} - 3 \quad 3 - 2 \quad 3\sqrt{3} - 1$$

جواب: گزینه ی 1

$$q = \frac{9}{3\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} b &= 9 \times q = 9\sqrt{3} \\ 3\sqrt{3} &= 3^a \times q = 3^a \times \sqrt{3} \rightarrow a=1 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} a\sqrt{3} &= \sqrt{3} \\ b &= 9\sqrt{3} \end{aligned} \rightarrow \sqrt{\sqrt{3} \times 9\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$

(آزاد ریاضی صیغی 89)

21- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله ی حسابی به ترتیب سه جمله ی متوالی از یک دنباله ی هندسی باشند، قدر نسبت دنباله ی هندسی کدام است؟

$$3 - 4 \quad 2 - 3 \quad \frac{3}{2} - 2 \quad \frac{4}{3} - 1$$

جواب: گزینه ی 4

اگر جملات چهارم و ششم و دوازدهم یک دنباله ی حسابی به ترتیب t_4, t_6, t_{12}

و سه جمله ی اول یک دنباله ی هندسی به ترتیب a_1, a_2, a_3 باشند در این صورت:

$$a_1 = t_4 = t_1 + 3d$$

$$a_2 = t_6 = t_1 + 5d$$

$$a_3 = t_{12} = t_1 + 11d$$

$$\rightarrow a_2^2 = a_1 a_3 \rightarrow (t_1 + 5d)^2 = (t_1 + 3d)(t_1 + 11d)$$

$$\rightarrow t_1^2 + 25d^2 + 10t_1d = t_1^2 + 33d^2 + 14t_1d$$

$$-4t_1d = 8d^2 \rightarrow t_1 = -2d \quad (d \neq 0)$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{t_1 + 5d}{t_1 + 3d} = \frac{-2d + 5d}{-2d + 3d} = \frac{3d}{d} = 3$$

(سراسری ریاضی 81)

22- در یک دنباله ی حسابی جملات اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله ی

متوالی از یک دنباله ی هندسی صعودی اند ، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$$\frac{3}{2} - 4 \quad 2 - 3 \quad \frac{5}{4} - 2 \quad \frac{6}{5} - 1$$

جواب: گزینه ی 4

$$a = a_1 \quad b = a_5 \quad c = a_{11}$$

$$a_5^2 = a_1 \cdot a_{11} \rightarrow (a_1 + 4d)^2 = a_1(a_1 + 10d)$$

$$a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10a_1d$$

$$\rightarrow 2a_1d = 16d^2 \rightarrow a_1 = 8d$$

$$\frac{b}{a} = q \rightarrow \frac{a_5}{a_1} = q \rightarrow$$

$$q = \frac{a_1 + 4d}{a_1} = \frac{8d + 4d}{8d} = \frac{3}{2} \rightarrow q = \frac{3}{2}$$

(سراسری ریاضی خارج از کشور-87)

23- در یک دنباله ی عددی، جملات سوم، هفتم و نهم، می توانند سه جمله ی متوالی

از دنباله ی هندسی باشند، چندمین جمله این دنباله، صفر است؟

9-1 10-2 11-3 12-4

جواب: گزینه ی 3

$$\begin{aligned} a_7^2 &= a_3 \cdot a_9 \rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d) \cdot (a_1 + 8d) \\ &\rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 16d^2 \end{aligned}$$