

## نکات ریاضی عمومی ( دنباله ها)

تعاریف اولیه در بحث در بحث دنباله ها

دنباله: یک دنباله ، مانند،  $\{a_n\}$  (که در آن  $a_n$  را جمله ی عمومی دنباله می گویند ( رشته ا از اعداد است که با قرار دادن مقادیر اعداد طبیعی در  $a_n$  حاصل می شود، یعنی

$$\{a_n\}: a_1, a_2, a_3, \dots$$

**نکته 1 =** دنباله  $\{a_n\}$  را همگرا می گویند ، هر گاه حد  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  موجود باشد (حاصل عددی محدود و مشخص باشد) و در صورت موجود نبودن حد مذکور، دنباله  $\{a_n\}$  را واگرا می گویند.

**نکته 2 =** اگر دنباله ی همگرا باشد، باید حد جمله عمومی آن برای  $n \rightarrow \infty$  یکتا باشد.

**نکته 3 =** دنباله  $\{a_n\}$  می توان به دلایلی ، نظیر زیر واگرا باشد.

3-1==  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \pm \infty$  باشد، یعنی، حد جمله عمومی در بی نهایت

بی کران شود. ( عددی محدود نشود).

3-2== حد جمله ی عمومی در بی نهایت ، اگر چه محدود است، اما نامعلوم

باشد. (مثلا، دارای نوسان باشد)

3-3== حد جمله عمومی در بی نهایت برای شماره های زوج یا فرد متفاوت

باشد.

**نکته 4=** تمام قضایای حد ، قوانین هم ارزی و .... که در حد توابع مطرح می شود در حد دنباله ها نیز قابل استفاده است.

**نکته 5=** دنباله  $\{a_n\}$  صعودی است ، هر گاه به ازای هر  $n$  ای داشته باشیم:

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n \text{ یا } a_n \leq a_{n+1}$$

**نکته 6=** دنباله  $\{a_n\}$  نزولی است ، هر گاه به ازای هر  $n$  ای داشته باشیم:

$$a_1 \geq a_2 \geq \dots \geq a_n \text{ یا } a_n \geq a_{n+1}$$

**نکته 7=** برای تعیین وضعیت یکنوایی دنباله ، می توان از مشتق استفاده

کرد ، بدین ترتیب که دنباله  $\{a_n\}$ :

صعودی است ، هر گاه  $a'_n \geq 0$  باشد.

نزولی است ، هر گاه  $a'_n \leq 0$  باشد.

اگر دنباله  $\{a_n\}$  دارای جملات مثبت باشد:

الف: این دنباله صعودی است ، هر گاه به ازاء همه مقادیر طبیعی  $n$  داشته باشیم:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$$

ب: این دنباله نزولی است ، هر گاه به ازاء همه مقادیر طبیعی  $n$  داشته باشیم:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$$

**نکته 8=** عدد  $M$  را یک کران پایین دنباله  $\{a_n\}$  می نامند هرگاه:

$$\forall n \in N : m \leq a_n$$

عدد  $M$  را یک کران بالا دنباله  $\{a_n\}$  می نامند هرگاه:

$$\forall n \in N : m \geq a_n$$

دنباله  $\{a_n\}$  را کراندار می گویند، هر گاه از بالا و پایین کراندار باشد.