

جزوه درس ریاضی هفتم

کانون فرهنگی آموزش (قلم چی)

مدرس :

مهندس کیوان حفیظی نژاد

به نام خدا

نام داوطلب :

شمارنده :

مدرسه :

نام جزوه :

پایه:

فهرست مطالب

فصل اول : راهبرد های حل مسئله

فصل دوم : عدد های صحیح

فصل سوم : جبر و معادله

فصل چهارم : هندسه و استدلال

فصل پنجم : شمارنده ها و اعداد اول

فصل ششم : سطح و حجم

فصل هفتم : توان و جذر

فصل هشتم : بردار مختصات

فصل نهم : آمار و احتمالات

***فصل اول : راهبرد های حل مسئله***

1. **راهبرد در رسم شکل:** کشیدن یک شکل متناسب می تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور خود کامل آن را حل کند به طوریکه نیاز به نوشتن و انجام عملیلات نباشد.

**حل چند مثال:**

1. یک باغچه مستطیل شکل به طول **15** متر و عرض **10** متر داریم. اگر به فاصله یک متر از لبه باغچه دور تا دور آن را نرده بکشیم چند متر نرده احتیاج داریم؟
2. توپی از ارتفاع **24** متری سطح رمین رها می شود و پس از هر بار خوردن به زمین تا نصف ارتفاع قبلی خود بالا می رود. این توپ از لحظه رها شدن تا دومین مرتبه که به زمین می خورد چند متر به سمت بالا حرکت کرده است؟
3. قورباغه ای می خواهد از یک دیوار عمودی بالا رود. او با هر بار جهش **5** متر به سمت بالا می رود ولی **3** متر سُر می خورد . اگر ارتفاع دیوار **13** متر باشد او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟

1. **راهبرد الگو سازی :** برای حل بعضی از مساظل باید همه حالات ممکن رابنویسیم . الگو سازی به ما کمک می کند تا تمام حالات ممکن را بنویسیم . با توجه به نظم و ترتیبی که در نوشتن الگو ها داریم این راهبرد را راهبرد تفکر نظام دار گوییم .

**حل چند مثال:**

1. دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها 24 و حاصل جمع آنها کمترین حالت ممکن را داشته باشد.
2. با ارقام **4**،**3**،**2**،**1**،**0** چند عدد **3** رقمی بدون تکرار می توان نوشت **؟**
3. در مثال قبلی با اعداد داده شده چند عدد **4** رقمی با تکرار می توان نوشت ؟
4. با چند حالت می توان با سکه های **50** و **100** تومانی ،**500** تومان پول درست کنیم ؟
5. **راهبرد حذف حالت های نامطلوب :**در این راهبرد به شرایط و اطلاعات مسئله دقت می کنیم و با نوشتن تمامی حالت های ممکن و با توجه به اطلاعات مسئله حالت های نامطلوب را حذف میکنیم .

**حل چند مثال:**

1. مجموع سن **3** نفر **14** سال می باشد و همچنین حاصلضرب آنها **70** است . سن بزرگترین و

کوچکترین فرد را بدست آورید .

1. **راهبرد الگو یابی :** در ریاضی همواره با **2** نوع الگو یا دنباله مواجه هستیم : الگوی عددی – الگوی هندسی ، کشف الگو رابطه و نظم موجود در بین دنباله های عددی و یا هندسی به ما کمک میکند تا بتوانیم خواسته های مسئله را بدست آوریم .

**حل چند مثال :**

1. در الگو های زیر **3** عدد بعدی دنباله را مشخص کنید .

............................................... ، 7 ، 5 ، 3 ، 1

......................................... ، 18 ، 11 ، 5 ، 0

1. با توجه به شکل زیر در شکل چهارم چند چوب کبریت خواهیم داشت :
2. **راهبرد حدس و آزمایش :** ممکن است حل یک مسئله راه مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به آن دشوار باشد . در این حالت میتوانیم با توجه به شرایط موجود جواب مسئله را حدس بزنیم .

**حل چند مثال :**

1. دو زاویه متمم همدیگرند . اگر اندازه یکی **3** برابر دیگری باشد حاصلضرب آنها چقدر است ؟
2. دو زاویه مکمل همدیگرند . اگر اندازه یکی از آنها **4** برابر دیگری با **10** واحد بیشتر باشد اندازه ی هریک از زاویه ها را محاسبه کنید .
3. **راهبرد زیر مسئله :** با استفاده از این روش می توانیم مسائل پیچیده را به چندین مسئله راحت تر و آسان تر تقسیم کنیم .

**حل چند مثال :**

1. پس انداز هفتگی محمد **5000** تومان است . او حساب کرد اگر **5** هفته پس انداز او ربع قیمت ساعتی است که او قصد خریدش را دارد . حال قیمت ساعت را محاسبه کنید .
2. طول ،عرض و ارتفاع استخری به ترتیب **5**و**4**و**3** متر می باشد . اگر بخواهیم استخر را رنگ کنیم و برای هر متر مربع **3/0** کیلو گرم رنگ لازم داشته باشیم برای رنگ کردن تمامی استخر چند کیلو گرم رنگ لازم است ؟
3. **راهبرد حل مسئله ساده تر :** برای حل مسئله بعضی مسائل ابتدا باید مسئله ساده تری که با جواب اصلی در ارتباط است را حل کنیم سپس با استفاده از آن به حل مسئله اصلی بپردازیم .

**حل چند مثال :**

1. حاصل عبارت مقابل را بدست آورید .
2. تعداد قطر های یک **30** ضلعی را بدست آورید .
3. **راهبرد روش های نمادین :** بسیاری از مسائل را می توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم .

**حل چند مثال :**

1. فاطمه کتاب داستانی را در **6** ساعت مطالعه کرد و **10** صفحه از آن باقی ماند . اگر این کتاب **200** صفحه داشته باشد به طور متوسط در هر ساعت چنئ صفحه مطالعه کرده است ؟
2. علیرضا **28000** تومان پول داشت . او **4** دفتر خرید و مقدار **23000** تومان از فروشنده دریافت کرد. قیمت هر دفتر را محاسبه کنید .

***فصل دوم : عدد های صحیح***

در سال های گذشته یاد گرفته ایم که برای شمردن از اعداد .......، 3 ، 2 ، 1 کمک بگیریم و عدد 0 را برای مفهوم هیچ چیز یا هیچ مقداری استفاده کنیم . این اعداد همراه قرینه هایشان یعنی .......، 2- ،1- مجموعه ی اعدادی را تشکیل می دهند که به آنها اعداد صحیح گوییم . .... ، 2+ ، 1+ ، 0 ، 1- ،2 - ، ....

**نکات مهم:**

1. عدد صفر علامت ندارد .
2. عدد های صحیح مثبت همان اعداد طبیعی هستند .
3. از اعداد صحیح می توان برای بیان دما استفاده کرد .

**محور اعداد صحیح :**

**نکاتی در رابطه با محور :**

1. اعداد صحیح مثبت از صفر بزرگتر هستند ولی اعداد صحیح منفی از صفر کوچیکترند .
2. اعداد صحیح مثبت از اعداد صحیح منفی بزرگترند .
3. بزرگترین عدد صحیح منفی و مثبت وجود ندارد (بی نهایت است) .

**مثال :** در جای خالی علامت < = > قرار دهید .

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 5- | 0 5+ | 17- 17+ |

**قرینه اعداد صحیح :**

1. در ریاضی قرینه اعداد را با علامت منفی نمایش می دهیم . یعنی 2- قرینه عدد 2+ می باشد .
2. عدد صفر قرینه ندارد و یا به عبارت بهتر قرینه عدد صفر خود صفر است .
3. علامت + یک عدد را میتوانیم در نظر نگیریم .

**مثال :** حاصل جمع و تفریق های زیر را بدست آورید .

= (3) - 5 -

= (3-) - 5 -

= (2+) - 3 -

= 1- 3 -

= (5-) + 8

= 11 - 7

= (5+) - 8

**ضرب و تقسیم اعداد صحیح :**

1. **ضرب :**

**الف) استفاده از محور اعداد صحیح :**

6+ = (2+) × 3

6- = (3- ) × 2

**ب) نکته تستی :** با استفاده ازفرمول زیر همواره می توانیم حاصل عبارات ضربی را به دست آوریم :

عدد مثبت = عدد مثبت × عدد مثبت (1

عدد منفی = عدد منفی × عدد مثبت (2

عدد مثبت = عدد منفی × عدد منفی (3

عدد منفی = عدد مثبت × عدد منفی (4

1. **تقسیم :** تمامی نکات گفته شده در مورد ضرب نیز در مورد تقسیم هم صادق می باشد .

**مثال :** حاصل تقسیم ها را بدست آورید :

|  |  |
| --- | --- |
| = (7-) ÷ (21+) | = (2-) ÷ (14-) |
| = (8-) ÷ (32+) | = (4+) ÷ (28-) |

**مثال :** اگر مجموع 2 عدد صحیح 16 باشد بیشترین مقدار حاصلضرب آنها چقدر است ؟

**برگه تمرین :**

1. حاصل عبارات را بدست آورید :

= **(((3-)-)-)-(1**

= (3-5÷10-13)×4-16 **(2**

= (4+)-(4-)**(3**

= (5-)÷(25+)**(4**

= (5+)×(0)**(5**

= (3-)×(9-)**(6**

= (9+)×(11)**(7**

= (3-)÷(3-)**(8**

= (8-)+4+**(9**

= (5-)-5- **(10**

**=3-4- (11**

= (4-)×3**(12**

= (3-)-(3-) **(13**

= (4-)-(2+) **(14**

=49-78+**(15**

***فصل سوم : جبر و معادله***

1. **یک جمله ای جبری :** به عبارت های زیر توجه می کنیم . هر کدام از آنها یک جمله ی جبری محسوب می شوند . معمولا هر یک جمله ای جبری به دو قسمت تقسیم می شوند . یک قسمت عددی که آن را ضریب گوییم و یک قسمت حرفی که شامل متغیر هاست .

5b , 6 x ,11 y ضریب 6 x متغیر

1. **عبارات های جبری :** عبارت هایی که در آنها هم ضریب – هم متغیر – هم علامت های ریاضی داریم عبارت جبری گوییم مانند :

5b – 6x ; 11b +

1. **جملات مشابه :** در عبارات جبری چند یک جمله ای را زمانی مشابه گوییم که قسمت متغیر متغیر آنها باهم یکسان باشد یعنی داشته باشیم **.**

5a + 5b – 2a – 3b -------->3a – 2a + 5b - 3b = a -2b

1. **ساده کردن عبارات جبری :**
2. حاصل عبارات جبری زیر را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید .

- 3x - 5 – 11x - 7 = (1

2x – 4y + 7 – 3x + 2y + 1 =(2

3a – 4b – 5a + 2b + 11 =(3

5a – 2a - 9a – 4b =(4

1. **ضرب یک عدد در یک جمله ای جبری :** برای ضرب یک عدد در یک جمله جبری کافیست عدد را در ضریب آن یک جمله ای ضرب کنیم مانند :

|  |  |
| --- | --- |
| - 4 × (-2xyz) = 8xyz | 5 × (-3x) = -15x |

* به دست آوردن محیط ومساحت شکل های هندسی با استفاده از عبارات جبری :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| مساحت | محیط | رابطه مساحت | رابطه محیط | شکل |
|  |  |  |  | مربع |
|  |  |  |  | مثلث متساوی الاضلاع |
|  |  |  |  | مثلث متساوی الساقین |
|  |  |  |  | مستطیل |
|  |  |  |  | متوازی الاضلاع |
|  |  |  |  | لوزی |
|  |  |  |  | دایره |
|  |  |  |  | ذوزنقه |

**مثال:** محیط و مساحت شکل مقابل را به صورت عبارت جبری بنویسید :

X = 3

**مثال :** مقدار عددی عبارت x-3y+3 به ازای را به دست آورید **.**

Y= -2

1. **معادله :** برای حل کردن معادله همواره باید متغیرها را در یک سمت تساوی و عددهای صحیح را در سمت دیگر نگهداریم و سپس اقدام به حل کنیم .

**مثال :** معادلات زیر را حل کنید .

5x – 6 = 19**(1**

b + 4 = 9**(2**

4x – 4 = 2x + 2**(3**

-x = - 10**(4**

**مثال:** سه برابر عددی را با 4 جمع می کنیم و حاصل 16 می شود . آن عدد کدام است ؟

**مثال :** اگر از 5 برابر عددی به اضافه ی خود آن 2 واحد کم کنیم پاسخ 24 می شود . آن عدد چیست؟

**مثال :** عبارات جبری را ساده کنید .

2(2x – 3y) -5 (x – 2y) =

-3(4x+4y) + 15 ( 2x + y) =

***فصل چهارم : هندسه و استدلال***

برای جا انداختن مفهوم استدلال و همچنین هندسه این فصل را با مباحث گذشته آغاز میکنیم .

**مثال :** در شکل زیر نام نیم خط ها – پاره خط ها ، خط ها را بنویسید .

**مثال :** روابط زیر را کامل کنید .

A

CB

**مثال :** در شکل روبرو چرا BE =AC ؟A

BC

ED

1. **انواع زاویه :**
2. **نیم صفحه 180 درجه**
3. **منفرجه (باز) 180 > باز > 90**
4. **قائمه (راست) 90** = **قائمه**
5. **حاده (تند) 90 > تند > 0**

**مثال :** در شکل مقابل اثبات کنید O1 = O3

**نکات مهم :**

1. می دانیم در هر مثلث مجموع زاوایا برابر 180 درجه است و زوایای خارجی 360 درجه است .
2. مثلث ها را با توجه به اندازه زاویه هایشان به 3 دسته تقسیم می کنیم :

* مثلث هایی که هرر 3 زاویه آنها تند است .
* مثلث هایی که یک زاویه قائمه دارند .
* مثلث هایی که یک زاویه باز دارند .

1. چند ضلعی هایی که هیج زاویه بزرگتر از 180 درجه ندارند محدب (کوژ) نامیده می شوند .
2. به جند ضلعی هایی که هیچ یا دست کم یک زاویه بزرگتر از 180 دارند مقعر یا کاو گوییم .
3. به چند ضلعی هایی که همه اضلاع زوایایشان با هم برابر است چند ضلعی منتظم گوییم .

**مثال :** در شکل مقابل اندازه زاویه XAZ برابر 120 درجه می باشد . زاویه XAZ چه کسری از XAZ می باشد ؟

**مثال :** در شکل مقابل می دانیم زاویه های toy = xoz= 90 هستند .نتیجه بگیرید xoy = toz

**مثال :** در هر یک از اشکال زیر X و Y را محاسبه کنید .

AB = AC = BC

AB = AC

***فصل پنجم : شمارنده ها و اعداد اول***

منظور از شمارنده اعدادی هستند که از بخش پذیری و تقسیم عدد داده شده و اصلی حاصل شده اند .برای مثال شمارنده های اعداد 12 را می نویسیم : 12 ، 6 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 = 12

حال شمارنده های اعداد زیر را مشخص کنید .

|  |  |
| --- | --- |
| =13 | =15 |
| = 6 | =17 |

در مثال های بالا اعداد 13 و 17 تنها برخوردشان و یک بخش پذیر بودند . به این گونه اعداد که فقط و فقط 2 شمارنده دارند و این شمارنده ها یکی خودشان و دیگری 1 می باشد اعداد اول گوییم .

تعدادی از اعداد اول به شرح زیر می باشند . .... ، 13 ، 11 ، 7 ، 5 ، 3 ، 2

**مثال :** جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید .

1. مجموع 2 عدد طبیعی فرد همواره عددی ............................................ است .
2. مجموع 2 عددطبیعی زوج همیشه عددی ........................................... است .
3. مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی .............................................. است .
4. حاصل جمع دو عدد اول همواره عددی اول است . بلی خیر

**مثال :** مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن اعداد طبیعی می باشند برابر با 18 می باشد . تمام حالت هایی که طول و عرض این مستطیل می تواند داشته باشد را حساب کنید .

**بزرگترین عدد مشترک :**

**کوچکترین عدد مشترک :**

این بحث را با شرح مثالی برای شما توضیح خواهیم داد .

2 عدد 18 ، 24 را در نظر بگیرید . آن ها را تفکیک کنید یا به عبارتی بهتر شمارنده های این دو عدد را

بدست آورید . = 18

= 24

**نکته :**

**مثال :** می خواهیم یک قاب مستطیلی به طول 14 و عرض 12 را با کاشی مربعی پر کنیم . ضلع این کاشی چه اعدادی میتواند باشد ؟!

**مثال :** بزرگترین و کوچکترین دو عدد زیر را بدست آورید .

ب . م . م ک . م . م = 15

= 20

***فصل ششم : سطح و حجم***

حجم ها را می توان به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد – حجم های هندسی شکل های مشخص و تعریف شده دارند . حجم های هندسی را می تئان به 3 دسته تقسیم کرد : منشوری – کروی – هرمی

برخی از حجم های هندسی ترکیبی از این 3 نوع هستند **.**

* از حجم های هرمی می توانیم به مخروط اشاره کنیم .
* از حجم های منشوری می توانیم به چند ضلعی ها اشاره کنیم .
* مثالی از حجم های کروی ، توپ می باشد .
* حجم های منشوری بین 2 صفحه موازی قرار می گیرند .
* به دو صفحه موازی که سطح منشوری را قطع می کند قائده و به سطح های اطراف آن وجه جانبی گوییم .
* به محل برخورد سطح ها یال و به نقطه برخورد هر 3 سطح راس گوییم .

**انواع منشور :** سه پهلو – چهار پهلو – پنج پهلو – شش پهلو

**نحوه محاسبه حجم :** به طور کلی فرمول اصلی ما باری پیدا کردن حجم بصورت مقابل است .

* در فرمول مقابل s همان مساحت قائده است . V = S ×H
* در فرمول مقابل h همان ارتفاع است .
* لازم به ذکر است که s که همان مساحت قائده می باشد در شکل ها و متفاوت است یعنی در یک شکل می تئاند مربع ، در شکل دیگر مستطیل ، ........ باشد .

**مثال :** منبع ابی به شکل استوانه است که شعاع قائده آن 0.8 متر و ارتفاعش 2 متر است . این منبع چند متر مکعب آب می گیرد ؟

***فصل هفتم : توان و جذر***

برای راحت تر کردن مفهوم جذر و توان ابتدا آن را با شرح مثالی برای شما باز خواهیم کرد .

10=2 × 5 =2 × 2× 2× 2× 2

عباراتی نظیر 2 × 2× 2× 2× 2 را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت می نویسیم و آن را چنین می خوانیم : 2 به توان 5 . در این عبارت 2 را پایه و5 را توان گوییم و درست شبیه همان کاری است که در ساده کردن می کردیم .

**مثال :** عبارات زیر را تجریه کنید .

144 25

**مثال :** حاصل عبارات را محاسبه کنید .

|  |  |
| --- | --- |
| (11 | (1 |
| (12 | (2 |
| (13 | (3 |
| (14 | (4 |
| (15 | (5 |
| (16 | (6 |
| (17 | (7 |
|  | (8 |
|  | (9 |
|  | (10 |

**مثال :** حاصل عبارات زیر را به ازای عدد های داده شده به دست آورید .

a = 1

b = 0

x = -1

**مثال :** اگر باشد حاصل را به دست آورید .

**جذر و ریشه :** این بحث را با شرح مثالی برای شما توضیح خواهیم داد .

**در تساوی**  عدد 16 را توان دوم با مجذور عدد 4 و عدد 4 را ریشه دوم یا جذر عدد 16 گوییم.

**سوال :** آیا -4 هم ریشه ی عدد 16 می باشد ؟ چرا ؟

**نکته :** توان دوم یا مجذور عدد 3 را با و توان دوم یا مجذور عدد -3 را با نمایش می دهیم . برای مثال ریشه های دوم مثبت از نماد (رادیکال) استفاده می کنیم .

**مثال :** تساوی های زیر را کامل کنید :

|  |  |
| --- | --- |
| **(6** | **(1** |
| **(7** | **(2** |
| **(8** | **(3** |
| **(9** | **(4** |
| **(10** | **(5** |

**مثال :** جاهای خالی را تکمیل کنید .

1. 7 و 7- ریشه های ...................... است .
2. مجذور عدد صفر همان ..................................... است .
3. اگر عددی صفر نباشد توان دوم آن همیشه ............................. است .
4. هر عدد مثبت دارای ................... ریشه دوم است که یکی از انها ........................ دیگری است .

***فصل هشتم : بردار و مختصات***

در مبحث ریاضی به پاره خط جهت دار بردار گوییم . برای مثال بردار OA را به صورت زیر نمایش می دهیم .

**بردار های قرینه :** دو بردار را زمانی قرینه گوییم که هم راست و هم اندازه باشند ولی جهت هایشان باهم عکس باشد مانند :

**بردار های مساوی :** دو بردار هنگامی برابرند که هم راستا ، هم اندازه ، هم جهت باشند .

**مبحث انتقال بردار ها و مختصات :**

***فصل نهم :آمار و احتمالات :***

**نکته :** علم آمار علم جمع آوری اطلاعات ،سازماندهی و بررسی آنهاست . اطلاع جمع آوری شده را داده های آماری گوییم .

**نکته :** برای مقایسه و بررسی بهتر داده های آماری از انواع نمودار استفاده می کنیم . هر نمودار با توجه به موضوعی که داده های آن جمع آوری شده است و نوع اطلاعات بدست آمده کارایی دارد . برای مثال نمودار میله ای برای مقایسه تعداد ، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به کار می رود . آن چه اهمیت دارد رسم نمودار ها نیست بلکه انتخاب نمودار مناسب مناسب برای موضوع مورد نظر می باشد .

**نکته :** نمودار خط شکسته برای نمایش تغییرها کاربرد دارد . برای نمونه تغییر ها در بازارهای مالی قیمت طلا – نفت – سهام و.... را با این نمودار نمایش می دهیم .

**نکته :** بعضی از داده ها و اطلاعات جمع آوری شده نشان می دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبیتی به بخش های کوچکتر تقسیم شده است . در این حالت از نمودار دایره ای استفاده می کنیم . در نمودار دایره ای به طور معمول نسبت و سهم هر بخش به صورت درصد محاسبه کرده و سپس روی نمودار نمایش می دهد .

احتمال یا اندازه گیری شانس : وقتی یک سکه را می اندازیم دو حالت هم شانس ممکن است اتفاق بیفتد . یا سکه رو می آید و یا پشت و چون هر دو حالت دارای شانس یکسان و مساوس هستند پس احتمال آمدن رو یا پشت برابر می باشد .

* فرمول کلی برای پیدا کردن احتمال یک اتفاق به صورت زیر می باشد .

**سوال :** صفر بودن احتمال به چه معناست ؟

**سوال :** یک بودن احتمال به چه معناست ؟

**مثال :** در یک کیسه 4 مهره آبی و 1 مهره قرمز داریم . یک مهره را به تصادف بیرون می آوریم . احتمال آنکه مهره بیرون آورده شده قرمز باشد را محاسبه کنید .