۳۱- برای حل معادلهٔ دیفرانسیل $\begin{cases} y'' - 4xy' + 4x^2 y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \sqrt{2} \end{cases}$ از تغییر متغیر $y = e^{x^2} u$ استفاده می‌کنیم.

$y(0) = 0 \rightarrow A = 0$

$y'(0) = \sqrt{2} \rightarrow B = 1$

$y = e^{x^2} u \rightarrow y' = 2x e^{x^2} u + u' e^{x^2}$

$y'' = 2u e^{x^2} + 4x^2 e^{x^2} u + u'' e^{x^2} + 4x e^{x^2} u'$

جاگذاری

$e^{x^2}(u'' + 4x u' + u(4x^2 + 2) - 4x u' - 8x^2 u + 4x^2 u) = 0$

$u'' + 2u = 0 \rightarrow s^2 + 2 = 0 \rightarrow s = \pm\sqrt{2}\, j \rightarrow u = A\cos\sqrt{2}x + B\sin\sqrt{2}x$

$u = \sin\sqrt{2}x \rightarrow y = e^{x^2}\sin\sqrt{2}x \rightarrow y(\sqrt{2}) = e^2 \sin 2$

$y(\sqrt{2})$ کدام است؟

۱) $e^2 \sin\sqrt{2}$

۲) $e^2 \cos\sqrt{2}$

۳) $e^2 \sin 2$

۴) $e^2 \cos 2$

« نوید جهانگیری »

۳۲- مسیرهای متعامد به دسته منحنی‌های $r = c(1-\sin\theta)$، در مختصات قطبی، کدام است؟

۱) $r = c(1-\sin\theta)$

۲) $r = c(1+\sin\theta)$

۳) $r = c(1-\cos\theta)$

۴) $r = c(1+\cos\theta)$

$r' = \frac{dr}{d\theta} = -c\cos\theta \rightarrow c = \frac{-r'}{\cos\theta}$

$r = -\frac{r'}{\cos\theta}(1-\sin\theta)$ $\quad r' \to -r'$, $\theta \to \theta$

$\frac{r'}{r} = \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$

$\frac{dr}{r} = (\sec\theta - \tan\theta)\,d\theta \Longrightarrow \ln r = \ln(\sec\theta + \tan\theta) + \ln\cos\theta + \ln c$

$\ln r = \ln(1+\sin\theta) + \ln c \rightarrow r = c(1+\sin\theta)$

۳۳ اگر y جواب معادلهٔ دیفرانسیل $\begin{cases} y''' - 4y'^2 = 3y \\ y'(0) = 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$ باشد، $y'^2(1)$ کدام است؟

۱) $\frac{11e^2 + 9}{8}$

۲) $\frac{11e^2 - 9}{8}$

۳) $\frac{35e^{-8} + 27}{32}$

۴) $\frac{35e^8 - 27}{32}$

معادله مرتبه دو غیرخطی فاقد متغیر مستقل x

$y' = p$ ، $y'' = p\frac{dp}{dy}$

$p\frac{dp}{dy} - 4p^2 = 3y \rightarrow \frac{dp}{dy} - 4p = 3yp^{-1}$ برنولی

$z = p^2 \rightarrow z' - 8z = 6y$

$u(y) = e^{-\int 8\,dy} = e^{-8y}$

$z = p^2 = e^{8y}\left[6\left(\int ye^{-8y}dy + c\right)\right] = ce^{8y} - \frac{3}{4}y - \frac{3}{32} = y'^2$

$\int ye^{-8y}dy = y\left(\frac{-1}{8}e^{-8y}\right) - \frac{1}{64}e^{-8y}$

$y'^2(1) = \frac{35}{32}e^8 - \frac{3}{4}y(1) - \frac{3}{32} = \frac{35e^8 - 27}{32}$ ← گزینه ۴

$c = \frac{35}{32}$

شرط $y(1) = 1$

سوال نقطه ثابت با $y(1)$ و $y'(1)$ و ذکر شرط همتر صر!

۳۴- تبدل معکوس لاپلاس $F(s) = \tanh^{-1}\frac{1}{s}$، کدام است؟

۱) $\frac{\sin t}{t}$

۲) $t\sin t$

۳) $\frac{\sinh t}{t}$

۴) $t\sinh t$

$$\frac{dF(s)}{ds} = \frac{-\frac{1}{s^2}}{1-\left(\frac{1}{s^2}\right)} = \frac{-1}{s^2-1} = \frac{-\frac{1}{2}}{s-1} + \frac{+\frac{1}{2}}{s+1}$$

$$\xrightarrow{L^{-1}} -tf(t) = \frac{-1}{2}\left(e^{t} - e^{-t}\right)$$

$$f(t) = \frac{\sinh t}{t}$$

$$\frac{e^{t} - e^{-t}}{2} = \sinh t$$

$$y = \tanh^{-1} u \rightarrow y' = \frac{u'}{1-u^2}$$

۳۵- ضریب x^3 در سری مکلورن جواب حاصل از مسئلهٔ $(2x+1)y''-xy'+y=0, y(0)=1, y'(0)=0$، کدام است؟

$y=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ بسط مکلورن حول $x=0$

$a_n=\frac{y^{(n)}(0)}{n!} \rightarrow a_3=\frac{y'''(0)}{6}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

$(2x+1)y''-xy'+y=0 \xrightarrow{x=0} y''(0)=-y(0)=-1$

مشتق $\rightarrow 2y''+(2x+1)y'''-y'-xy''+y'=0$

$x=0 \rightarrow y'''(0)=2$

۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{6}$

۳) $-\frac{1}{3}$

۴) $-\frac{1}{6}$

برای برقراری ارتباط با بنده با شماره زیر تماس بگیرید

موفق باشید

09028262541

نوید جهانگیری