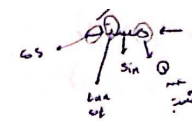


دسته علامت tan, cot مثبت و منفی هستند.



۱- دایره مطلق دایره واحد است. ربع علامت آن ...

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{r}$$

$$\frac{r}{180} \rightarrow R$$

۳- ... مثلث قائمه

- * $\sin \alpha = \sin \beta$
- $\cos \alpha = -\cos \beta$
- $\tan \alpha = -\tan \beta$
- $\cot \alpha = -\cot \beta$

- $\sin \alpha = \cos \beta$
- $\cos \alpha = \sin \beta$
- $\tan \alpha = \cot \beta$
- $\cot \alpha = \tan \beta$

۲- زوایای متمم β

۱- زوایای قریبه
 $\tan(-\theta) = -\tan \theta$ $\sin(-\theta) = -\sin \theta$
 $\cot(-\theta) = -\cot \theta$ $\cos(-\theta) = \cos \theta$

تایم Sin و cos و tan و cot در حالت دایره واحد

حالتی که دو Sin یا دو Cos یا یک Sin و یک Cos با هم ضرب می شود در این حالت زاویه مطلق را کسینوس و جیبوسی و فنوسی بودن آن زاویه دایره مستقیم می کنیم. جیب طریقی روابط آنرا علامت مناسب برداشته می شود

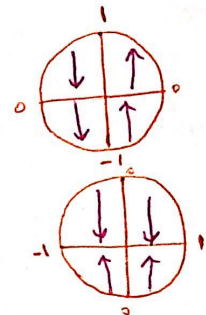
$\sin^2 \alpha \rightarrow \sin \alpha$ (با علامت مناسب)

$\cos^2 \alpha \rightarrow \cos \alpha$ (با علامت مناسب)

مثال

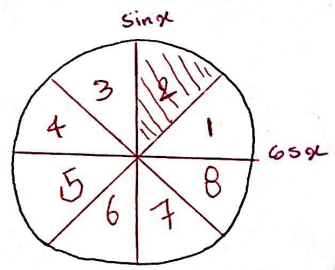
$y = \sin x$

$y = \cos x$



$\cos^2 40^\circ = \cos(90^\circ - 40^\circ) = \sin 40^\circ$

* از طریق نمودار آن یادگیری آسان تر است

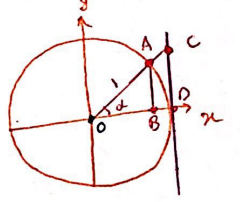


حالت دوم حالتی که Sin با Cos یا Sin با Sin یا Cos با Cos ضرب می شود از راه دایره ۸ تیکه می توانیم درک کنیم اول Sin و Cos را از ملاحظاتی معنی کنیم سایر هم علامت نبودند و مسئله حل می شود

حل $\sin 90^\circ \cos 90^\circ \rightarrow \sin 90^\circ \cos 90^\circ = 0$
 $\sin 0^\circ \cos 0^\circ = 1$

۳- حالتی که Sin با Sin یا Cos با Cos ضرب می شود در این حالت زاویه مطلق را کسینوس و جیبوسی و فنوسی بودن آن زاویه دایره مستقیم می کنیم. جیب طریقی روابط آنرا علامت مناسب برداشته می شود

$OA = OD = 1$
 $AB = y = \sin \alpha$
 $BD = 1 - \cos \alpha$
 $CD = \tan \alpha$



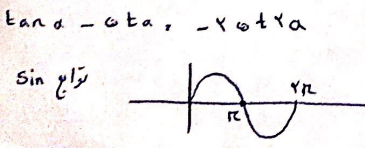
$x^2 + y^2 = 1$

نمای روابط مثلثاتی درجه ۳۷ و ۳۸

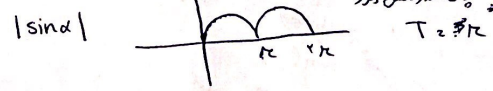
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha$
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha$

$1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$
 $1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$

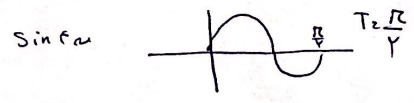
$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha + \frac{\pi}{4})$
 $\frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$
 $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$



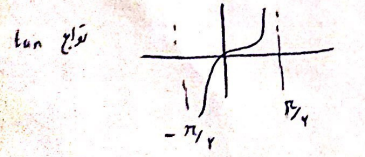
$T = 2\pi$



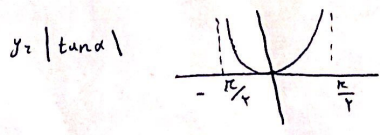
$T = \pi$



نقطه $T = 2\pi$

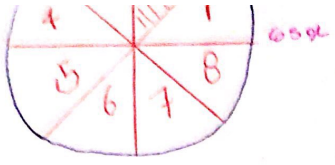


$T = \pi$



$y = A \sin(ax + b) + B = T \cdot \frac{T}{a}$

$\sin(\frac{\pi}{8} - 3x) + 11$

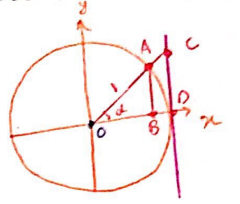


مقایسه کنیم سایر هم علامت بودند و متضاد هلو می شوند

بر تمام مختصات بود $\sin \alpha$ در ربع اول $\cos \alpha$ در ربع اول $\tan \alpha$ در ربع اول $\cot \alpha$ در ربع اول

در این موارد اگر چه علامت ما اول علامت مترادفین پس طبق علامت ما

در ربع دوم $\sin \alpha$ $\cos \alpha$ $\tan \alpha$ $\cot \alpha$



$OA = OD = 1$
 $AB = y = \sin \alpha$
 $BD = 1 - \cos \alpha$
 $CD = \tan \alpha$
 $x_A^2 + y_A^2 = 1$

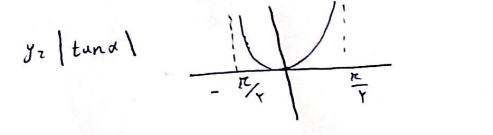
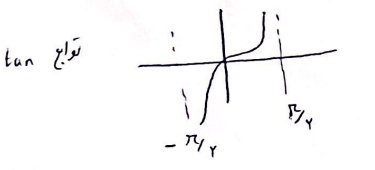
برای روابط شناختی در صورت $\frac{1}{\sin^2 \alpha}$ و $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$ فرجه وجود دارد اما آنهایی که در م می بود:
 $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
 $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$

$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha$
 $1 - \cos 2\alpha = 2 \sin^2 \alpha$

$(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 = 1 \pm \sin 2\alpha$
 $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$
 $\tan \alpha - \cot \alpha = -2 \cot 2\alpha$

$\frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha} = \tan(\frac{\pi}{4} - \alpha)$
 $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \tan(\frac{\pi}{4} + \alpha)$

$\sin \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$
 $\cos \alpha = \frac{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$
 $\sin \alpha \pm \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha \pm \frac{\pi}{4})$



$y = A \sin(ax + b) + B = T = \frac{T}{|a|}$
 این قدر طول را بنویس نمی شود می نویسی!

$y = a \sin(\frac{\pi}{\lambda} - \omega x) + 11$
 $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$y = 4 \tan(3x + \frac{\pi}{4}) \rightarrow T = \frac{\pi}{3}$

$y = |\sin^2(2x - \frac{\pi}{4})| \rightarrow T = \frac{\pi}{2}$

نقطه نعلی بود

به طور کلی فرایع Sin و cos اگر داشته باشند $T = \frac{\pi}{|a|}$ توان زوج $T = \frac{\pi}{|a|}$ توان فرد $T = \frac{\pi}{|a|}$

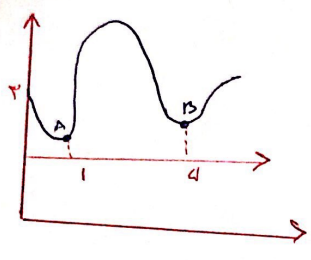
$T = \frac{\pi}{|a|}$ در بلای بسوزن او بود

عبارت: $\max = \sqrt{a^2 + c}$ + ازین $\sqrt{a^2 + c}$ $\min = -\sqrt{a^2 + c}$

برای حل سوالات توابع مثلثات همیشه ۲ چیز نیاز است: ① \max و \min نامی که داریم
 ② دوره تناوب $\leftarrow \frac{T}{|a|}$ ازین $\frac{T}{|a|}$

نکته: هر ۴ قسمت از توابع \sin و \cos یک دوره محسوب می شود
 علامت \sin و \cos در هر ۴ ربع T می باشد

شکل رو به قسمتی از نمودار $y = a + \sin(bx)$ است. مقدار هر نقطه \rightarrow مثال $y = \frac{2a}{3}$

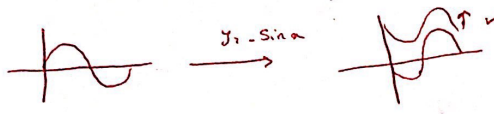


① باید دوره تناوب دیدیم $\rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{4} \rightarrow |b| = 4 \rightarrow b = \pm 4$

چون \max و \min داریم پس فرض می کنیم $\varphi(0) = 3 \rightarrow a = 3$

① $y = 3 + \sin(\frac{\pi}{4}x)$
 ② $y = 3 - \sin(\frac{\pi}{4}x)$

راه سنجش
 آزمون!



$y = 3 - \sin(\frac{\pi}{4}x)$ $y(\frac{2\pi}{4}) \rightarrow \frac{-2}{4}$

حل کردن روابط \sin و \cos و کوچک کردن کمان
 ⑤ روش وجود دارد

۱- کمان کوچک است پس به جای π و 180 می نازیم \leftarrow مثال: $\cot(\frac{1170}{4}) = \cot(29.25)$
 $\cot(29.25 - 30) = -\cot(0.75) = -\sqrt{3}$

۲- کمان بزرگ است هر این صورت آن را به صورت جمع یا ضمیمه عدد و کسر در بیاریم به طوری \sin و \cos مضارب زوایای آن را \tan هر دو مضارب
 نزد آن را ساده می کند \leftarrow مثال: $\cot(\frac{113\pi}{4}) = \cot(\frac{113\pi}{4}) = \cot(28.25) = -\sqrt{3}$

$\frac{113 \cdot \frac{\pi}{4}}{18}$

$\cot(\frac{113\pi}{4}) = \cot(\frac{113\pi}{4}) = \cot(\frac{4\pi}{4}) = \cot(100) = -\sqrt{3}$

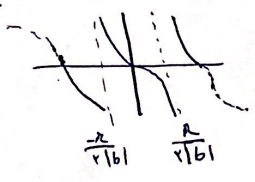
④ دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|a|}$

⑤ اگر فریب آنا مثبت \leftarrow صدوی
 ⑥ اگر فریب آنا منفی \leftarrow نزولی
 $y = \tan bx$ $(-\frac{\pi}{2|b|}, \frac{\pi}{2|b|})$ \leftarrow کید شکل کامل تابع بازدهی

مثال: تابع با ضابطه

مثال $f(x) = \tan ax$ هر زاویه $(-b < b)$ آید انزوی است \leftarrow از بزرگترین مقادیر برابر $\frac{1}{f}$ باشد $f(\frac{1}{2})$ کمان است

$a < 0 \rightarrow$ آید انزوی



$b = \frac{2\pi}{T}$

$\frac{2\pi}{|a|} = \frac{1}{4} \rightarrow |a| = 8 \rightarrow a = -8$

$f(x) = -\tan(8x) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$

۱- اگر $\sin u = \cos u$ \leftarrow مستقیم \leftarrow دو طرف را تقسیم ببلایه می کنیم تا $\tan u = 1$
 ۲- اگر $\sin u = \cos u$ \leftarrow مستقیم \leftarrow از تغییر جنس استفاده می کنیم $(\frac{\pi}{4} - x)$
 ۳- اگر $\tan u = \tan v$ \leftarrow مستقیم \leftarrow $\tan u = \frac{1}{\tan v}$
 ۴- اگر $\sin u = \sin v$ \leftarrow مستقیم \leftarrow $\tan u = -\tan v$

نکته: در روابط با محالات مثلثات

\cot را تبدیل به \tan می کنیم

$\cos u = -\cos k$ \leftarrow $\sin u = \sin(-k)$
 $\cos u = \cos(\pi - k)$ \leftarrow $\tan u = \tan(-k)$

واکنش کلی سلول	نیم واکنش کاهش	نیم واکنش اکسایش	نوع سلول	نام سلول
$2NaCl(L) \rightarrow 2Na(L) + Cl_2(g)$	$Na^+(L) + e^- \rightarrow Na(L)$	$2Cl^-(L) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$	اکترولیت	سلول دانفر (روش تیرنیل فلز مذوم از برکت سیم اکسید مناب $NaCl$)
$2Al_2O_3(s) + 3C(s) \rightarrow 4Al(L) + 3CO_2(g)$ در خطه وجود در اکتیو با کربن واکنش می رسد.	$Al^{3+} + 3e^- \rightarrow Al(L)$	$2O^{2-}(L) \rightarrow O_2(g) + 4e^-$	اکترولیت	سلول فعال (روش تیرنیل) از طریق Al_2O_3 مناب
$2H_2O(L) \rightarrow O_2(g) + 2H_2(g)$	$2H_2O + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-$	$2H_2O(L) \rightarrow O_2(g) + 4H^+ + 4e^-$	اکترولیت	برقکافت آب $2H_2O \rightarrow 2H_2 + O_2$
$4Fe + 2O_2(g) + 2H_2O(L) \rightarrow 4Fe(OH)_2(s)$	$O_2(g) + 2H_2O(L) + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$	$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$	گالوانی	زرد زین یا خوردن آهن
	$O_2(g) + 2H_2O(L) + 4e^- \rightarrow 4OH^-$	$Zn(s) \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$	گالوانی	آهن سفید (گالوانیزه) $Zn - Fe$
	$Ag^+ + e^- \rightarrow Ag(s, \text{شسته})$	$Ag(s, \text{آلوده}) \rightarrow Ag^+ + e^-$	اکترولیت	آبکاری Ag و Fe
	$O_2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4OH^-(aq)$	$Fe(s) \rightarrow Fe^{2+}(aq) + 2e^-$	گالوانی	حالی Fe و Sn
	$O_2(g) + 4H^+ + 4e^- \rightarrow 2H_2O$	$H_2 \rightarrow 2H^+ + 2e^-$	گالوانی	سلول سوخت

حرکت با شتاب ثابت :

① - می تواند در یک مسیر راست باشد - می تواند در یک مسیر منحنی باشد (مثال ذرات)

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

② - معادله مکان مربوط به این نوع حرکت که به در صورت قابل برگشت است

* جایابی از منبر تا خانه نشان رسد

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

③ - معادله سرعت - زمان این نوع حرکت در صورت برده است

$$v = at + v_0$$

چون در این نوع حرکت ، معادله سرعت - زمان خطی تغییر می کند پس سرعت متوسط مطابق مشتق متوسط بارز خواهد بود

۱- مستقل از زمان $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$

۲ رابطه معروف در این نوع حرکت

$$\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

۲- مستقل از زمان $\Delta x = \bar{v}\Delta t \rightarrow \Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$ * نسی که \bar{v} را از t_1 تا t_2 بجاییم

حرکت تند شدن $av > 0$
 ↓
 آمد سرعت اولیه صفر باشد یا هم علامت شتاب (حرکت تند شدن)
 ↓
 $\Delta x = d = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$

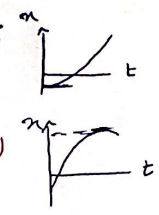
تیز کردن متحرک
 ① - $a < 0$
 ② - $v_0 < 0$ (سرعت منفی) *

مسائل معروف فیزیک : ① - در حرکت با شتاب ثابت سطحی هر دو

② - نسبت زمان x متر اول به نسبت زمانی آن متروم را می خواهند

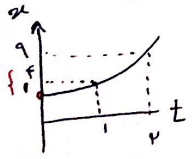
③ - از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$ و چون این فرمول از منبر تا پایه اول است پس حال که میرا روی نسبت اول را می نزنیم .

موزادمان مربوط به حرکت با شتاب ثابت :



تغییر : در مسائل جنبه توقف از همین چیزی بره می گیریم ! *

(دبر اوج) * $\Delta x = \frac{1}{2}at^2$ نکته : Δx منفی می شود *



۲ راه برای جایگذاری در معادله $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$
 ① - $x_0 = 0$ (فیزیک بکل صورت) * مثلا

$$\frac{\Delta x_{0-1}}{\frac{1}{2}at^2} = \frac{\Delta x_{0-2}}{\frac{1}{2}at^2} = 4$$

$$\frac{\Delta x_{0-1}}{\Delta x_{0-2}} = \frac{\frac{1}{2}at^2 + v_0t}{\frac{1}{2}at^2 + v_0t} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{v_0t}{\frac{1}{2}at^2} = 1 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2}at$$

$$\begin{cases} v_2 = \frac{1}{2}at + v_0 \\ a = 2a + 2v_0 \end{cases} \rightarrow v_0, a \text{ بیست می گیریم}$$

اگر جایابی هر بازه t_1 تا t_2 را بخوانند : $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = v_0 + \frac{1}{2}at$

نسبت متوسط از منبر تا $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}at^2 + v_0t}{t} = \frac{1}{2}at + v_0$

مثال :

مشتری از حال سکون با شتاب ثابت بر روی صیر مستقیم حرکت می آید . اگر سرعت متوسط این متحرک در ۳ ثانیه اول حرکت برابر $\frac{4}{3} \text{ m/s}$ باشد سرعت آن در پایان ثانیه معلوم کنید چقدر $\frac{4}{3} \text{ m/s}$ فرمول داری بر روی خود

شتاب ثابت $v = at + v_0 \rightarrow v_0 = 0, a = 2 \rightarrow a = 2$

$$\Delta x = d = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

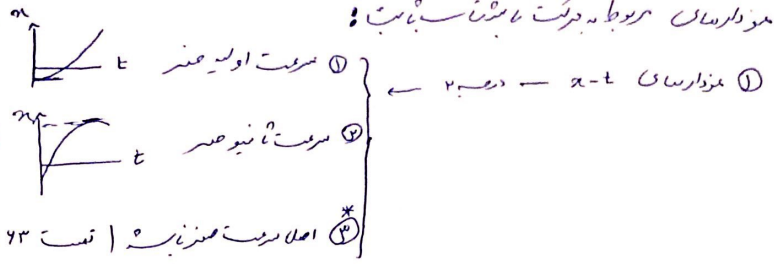
مسائل مربوطه فیزیک: ۱- حرکت با شتاب ثابت (معادله حرکت)

۲- نسبت زمان و مسافت اول بدست زنی در شروع راهی فراموش

۳- از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$ و این فرمول از مسافت Δx پس حاصل می شود نسبت اول را می نویسیم.

موزارسی مربوط به حرکت با شتاب ثابت:

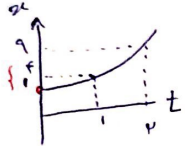
۱) موزارسی $a-t$ - در v - سرعت اول در t - تغییر: در مسائل متغیر توقف از همین چیزی بر می آید!



۲) در $\Delta x = \frac{1}{2} at^2$ نکته Δx یعنی مسافت

۳) در $\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$ موزارسی در مسافت

۴) در $\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$ نسبت v_0 و a



$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2$$

$$\Delta x_{0-10} = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = 8$$

$$\Delta x_{0-20} = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t = 18$$

$$\frac{\Delta x_{0-10}}{\Delta x_{0-20}} = \frac{\frac{1}{2} at^2 + v_0 t}{\frac{1}{2} at^2 + v_0 t} = \frac{8}{18}$$

اگر در جایی t را بداند v را بداند: $v = v_0 + at$ - مسافت Δx و زمان t

برای سرعت متوسط: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} at^2 + v_0 t}{t} = \frac{1}{2} at + v_0$

مثال: خودرویی از حال سکون با شتاب ثابت a در $t = 3$ ثانیه حرکت کرده و در $t = 5$ ثانیه حرکت کرده است. مسافت آن در $t = 3$ ثانیه Δx_1 و در $t = 5$ ثانیه Δx_2 است. نسبت Δx_1 به Δx_2 را بیابید.

$$\bar{v}_{0-3} = 4 \quad \bar{v}_{0-5} = 7$$

$$v = at + v_0 \rightarrow 4 = 3a \rightarrow a = \frac{4}{3}$$

$$v = at \rightarrow v_{t=4} = 14$$

مسائل باحال دیدن منابع و حساب خط تیز (Δx) با سرعت زمان ایستادن متحرک:

$$t = \frac{v_0}{|a|} \quad \Delta x = \frac{v_0^2}{2|a|}$$

مثال: اتوموبیلی با سرعت 72 km/h در حال حرکت است. در یک لحظه تیزر و اتوموبیل با شتاب ثابت $\frac{1}{5} \text{ m/s}^2$ کند می شود. در t ثانیه بعد توقف می کند. طول این مسافت Δx و زمان t را بیابید.

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \quad a = \frac{1}{5} \text{ m/s}^2 \quad \Delta x = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{400}{2 \times \frac{1}{5}} = 1000 \text{ (m)}$$

$$t = \frac{v_0}{a} = \frac{20}{\frac{1}{5}} = 100 \text{ (s)}$$

در حرکت با شتاب ثابت a جابجایی یا تشکیل تصاعد در معادله است که $a t^2$ از تصاعد در معادله است که ϕ

مثال ۱: متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت در حرکت است. جابجایی در t_1 ثانیه دوم چند برابر جابجایی در t_2 ثانیه چهارم است!

- ۱- با فرض a معلوم کنیم در t_1 یا t_2 حرکت طی مسافت s چه مسافت طی کرده و مطلوب هر بار زمانهای t_1 و t_2 را می دانیم.
- ۲- با از a بازنه های زمان یکسان سرعتهای آنها را بدست می آوریم.

لغو استغناء!

$$a_1 = \frac{at^2}{2} = \frac{a \cdot 14}{2} = 7a$$

$$a_1, a_2, a_3, a_4 \rightarrow \frac{44a}{54a} = \frac{22}{27}$$

$a_1 = 7a$, $a_2 = 14a$, $a_3 = 21a$, $a_4 = 28a$
 +14a, +17a

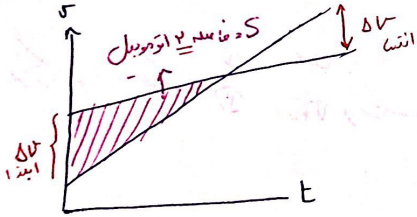
در نهایت آن به شتاب کمتری زودتر جلوی افتد!

مسئله ۱

توی این مساله بین تری در دو جا شتاب کم تر (در تری جیت - هم کلان هم زمان)

توی تری سرعت کم تر و در جا شتاب بیشتر
 زمان هم همان سکون ۲ برابر زمان هم سرعت سکون

نکته: اختلاف سرعت در ابتدا مساوی است = اختلاف سرعت در لحظه هم مکان سکون!



شکل هم نسبت Δv انتها Δv ابتدا