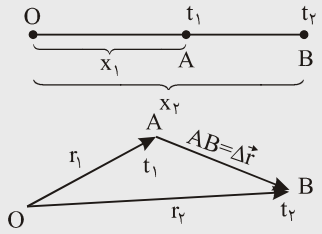
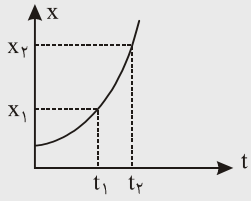
حرکت‌شناسی

سرعت متوسط: کمیتی برداری است. جابه‌جایی متحرک در واحد زمان است. سرعت متوسط بین دو لحظه‌ی t_1 و t_2 برابر است با:



در یک بعد $\vec{V}_{AB} = \dfrac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$

در دو بعد $\vec{V}_{AB} = \dfrac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}$

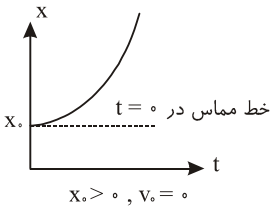


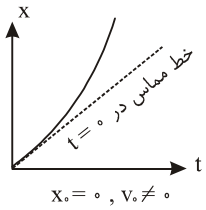
سرعت لحظه‌ای: حد سرعت متوسط است وقتی Δt به سمت صفر میل کند.

$$V_{\text{لحظه‌ای}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

نتیجه‌ی ۱: بردار سرعت همواره مماس بر مسیرحرکت است. پس اگر مسیر حرکت، خط راست نباشد، حتی اگر اندازه‌ی سرعت ثابت بماند بردار سرعت تغییر می‌کند.

نتیجه‌ی ۲: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه، سرعت در آن لحظه می‌باشد.





بردارهای مکان یک متحرک در دو لحظه‌ی $t_1 = ۲$ و $t_2 = ۴$ به صورت $\vec{r}_1 = ۲\vec{i} + ۴\vec{j}$ و $\vec{r}_2 = \alpha\vec{i} + ۳\vec{j}$ می‌باشد. اگر سرعت متوسط متحرک بین این دو لحظه $\vec{V} = ۲\vec{i} + \beta\vec{j}$ باشد، α و β کدام است؟

حل:

$$\vec{V} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow ۲\vec{i} + \beta\vec{j} = \frac{(\alpha - ۲)\vec{i} + (۳ - ۴)\vec{j}}{۴ - ۲} \Rightarrow (\alpha - ۲)\vec{i} - \vec{j} = ۴\vec{i} + ۲\beta\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} \alpha - ۲ = ۴ \to \alpha = ۶ \\ ۲\beta = -۱ \to \beta = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$$

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای: تغییر بردار سرعت در واحد زمان را شتاب متوسط می‌گوییم. شتاب لحظه‌ای مشتق معادله‌ی سرعت نسبت به زمان و یا مشتق دوم معادله‌ی حرکت نسبت به زمان می‌باشد.

$\alpha_{\text{لحظه‌ای}} = \dfrac{dV}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2}$	$\vec{\alpha}_{\text{متوسط}} = \dfrac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t}$

معادله حرکت متحرکی که بر روی محور xها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^3 + ۳t + ۶$ می‌باشد. بدست آورید:

۱) شتاب متوسط در دو ثانیه اول حرکت **۲) شتاب در $t = ۳$**

حل:

$$\bar{\alpha} = \frac{V_2 - V_0}{t_2 - t_0} = \frac{(۳\times ۲^2 + ۳) - (۳\times ۰^2 + ۳)}{۲ - ۰} = ۶\frac{m}{s^2}$$

$$۱)\ V = \frac{dx}{dt} = ۳t^2 + ۳$$

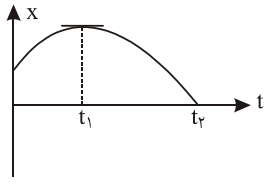
$$۲)\ \alpha = \frac{dV}{dt} = ۶t \xrightarrow{t=۳} \alpha_۳ = ۶\times ۳ = ۱۸\frac{m}{s^2}$$

نوع حرکت (تندشونده یا کندشونده)

در حرکت یک بعدی	در حرکت دو بعدی
اگر a و V هم علامت باشند ⇐ حرکت تندشونده می‌باشد.	$\vec{a}.\vec{V} > ۰ \Rightarrow$ حرکت تندشونده
اگر a و Vهم علامت نباشند ⇐ حرکت کندشونده می‌باشد.	$\vec{a}.\vec{V} < ۰ \Rightarrow$ حرکت کندشونده

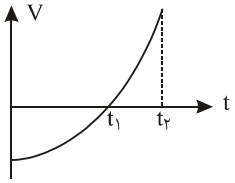
در نمودارهای سرعت - زمان: هرگاه نمودار به محور زمان نزدیک شود، حرکت کندشونده و هرگاه دور شود حرکت تندشونده است.

در نمودارهای مکان - زمان: هرگاه نمودار به نقاط اکسترمم نزدیک شود، حرکت کندشونده و هرگاه از نقاط اکسترمم دور شود حرکت تندشونده است.



بین $t = ۰$ و $t_۱$ حرکت کندشونده

بین $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت تندشونده



بین $t = ۰$ تا $t_۱$ حرکت کندشونده

بین $t_۱$ تا $t_۲$ حرکت تندشونده

▼درباره نمودارهای مکان- زمان

۱- محل برخورد منحنی بر محورقائم، مکان اولیه را نشان می‌دهد.

۲- محل برخورد منحنی با محور افق، نمایش لحظه‌هایی است که متحرک در مبدأ مکان حضور دارد.

۳- شیب خط مماس بر منحنی در هر لحظه، سرعت در آن لحظه را نشان می‌دهد.

۴- نقاط اکسترمم، لحظه‌های توقف می‌باشد.

۵- نقاط عطف لحظه‌هایی را نشان می‌دهد که جهت نیرو یا شتاب متحرک عوض می‌شود.

۶- قسمت‌های صعودی تابع $V > ۰$ است و متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند. قسمت‌های نزولی تابع $V < ۰$ می‌باشد و متحرک در جهت منفی حرکت می‌کند.

▼درباره‌ی نمودارهای سرعت - زمان

۱- محل برخورد منحنی بر محورقائم، سرعت اولیه را نشان می‌دهد.

۲- محل برخورد منحنی با محور افق، نمایش لحظه‌های توقف می‌باشد.

۳- زمان‌هایی که نمودار بالای محور زمان است $V > ۰$ و متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند و قسمت‌هایی که نمودار زیر محور زمان است $V < ۰$ و متحرک در جهت منفی حرکت می‌کند.

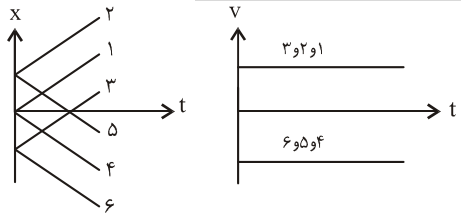
۴- شیب خط مماس بر منحنی درهر لحظه، شتاب در آن لحظه را نشان می‌دهد.

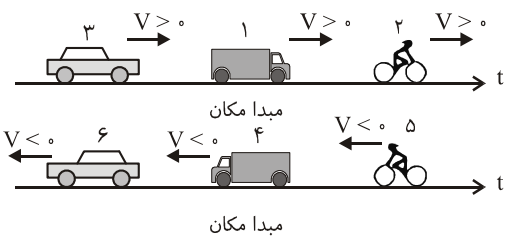
۵- مساحت زیر نمودار $V - t$، جابه‌جایی را نشان می‌دهد.

درباره نمودار شتاب - زمان: سطح زیر نمودار شتاب- زمان برابر با تغییر سرعت متحرک می‌باشد.

حرکت مستقیم الخط یکنواخت: سرعت حرکت ثابت است. جابه‌جایی متناسب با زمان جابه‌جایی و سرعت می‌باشد. در این حرکت سرعت متوسط برابر با سرعت لحظه‌ای است. تابع حرکت تابعی درجه ۱ نسبت به زمان به شکل مقابل می‌باشد. $\boxed{x = Vt + x_۰}$

نمودارهای x-t و v-t در حرکت یکنواخت:





حرکت بر روی خط راست با شتاب ثابت: در این حرکت جابه‌جایی برابر جابه‌جایی متحرکی است که به طور یکنواخت و با سرعتی برابر معدل سرعت‌های ابتدا و انتهای مسیر $(\frac{V + V_۰}{۲})$ حرکت می‌کند معادلات آن عبارتند از:

مستقل از زمان	مستقل از V	مستقل از مکان	مستقل از شتاب
$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x$	$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t + x_۰$	$V = at + V_۰$	$\Delta x = \frac{V + V_۰}{۲}t$
$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + Vt$	$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t$	$\overline{V} = \frac{۱}{۲}at + V_۰$	$\overline{V} = \frac{V + V_۰}{۲}$

جابه‌جایی متحرک در n ثانیه‌ی آخر حرکت و در ثانیه‌ی آخر حرکت از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

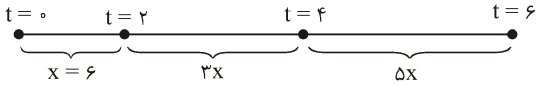
$$\Delta x = \frac{1}{2}an(2t-n)+nV_0 \xrightarrow{n=1\ \text{در ثانیه‌ی آخر}} \Delta x = \frac{1}{2}a(2t-1)+V_0$$

بنابراین نسبت جابه‌جایی در ثانیه‌ی P ام به جابه‌جایی در ثانیه‌ی Kام برابر خواهدبود:

$$\frac{\Delta x_p}{\Delta x_k} = \frac{\frac{1}{2}a(2p-1)+V_0}{\frac{1}{2}a(2k-1)+V_0} \xrightarrow{\text{اگر } V_0=0 \text{ باشد}} \frac{\Delta x_p}{\Delta x_k} = \frac{2p-1}{2k-1}$$

قضیه: متحرکی که بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، در بازه‌های زمانی یکسان، مسافت‌هایی به نسبت‌های x و 3x و 5x و . . . می‌پیماید.

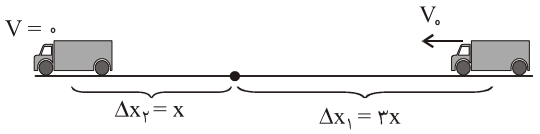
متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و در دو ثانیه‌ی اول 6m جابه‌جا می‌شود. این متحرک بین دو لحظه‌ی $t=4$ و $t=6$ چقدر جابه‌جا می‌شود؟



حل: $\Rightarrow \Delta x = 5x = 5\times 6 = 30m$

قضیه: متحرکی که با شتاب‌ثابت ترمز می‌کند و می‌ایستد، از لحظه‌ی توقف به قبل در بازه‌های زمانی یکسان مسافت‌هایی به نسبت‌های x و 3x و 5x و . . . طی می‌کند.

متحرکی با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از 4 ثانیه می‌ایستد. اگر در دو ثانیه‌ی اول Δx_1 و در دو ثانیه‌ی آخر Δx_2 متر جابه‌جا شود، نسبت $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$ چیست؟

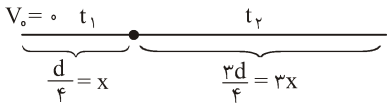


$$\Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

قضیه: اگر متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت شروع به حرکت کند، و در بازه‌های زمانی t و t' و t'' و . . . مسافت‌هایی به نسبت‌های x و 3x و 5x و . . . طی کند، حتماً $t = t' = t'' = \ldots$ می‌باشد.

جسمی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به حرکت در می‌آید و مسافت d را طی می‌کند. اگر $\frac{d}{4}$ اول مسیر را در مدت t_1 و بقیه‌ی مسیر را در مدت t_2 طی کرده باشد، نسبت $\frac{t_2}{t_1}$ چیست؟

حل: چون بین مسافت‌های طی شده نسبت‌های x و 3x برقرار است پس $t_1 = t_2$ و $\frac{t_2}{t_1} = 1$ می‌باشد.



حرکت شتاب ثابت کندشونده:

در صورتی که جهت اولیه‌ی حرکت را مثبت در نظر بگیریم: $(V_0 > 0)$ و شتاب در خلاف جهت حرکت باشد $(a < 0)$ در ابتدا حرکت کندشونده می‌شود. در صورتی که قدرمطلق شتاب را a فرض کنیم، معادلات این حرکت به شکل زیر می‌شود:

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0 \qquad V = -at + V_0 \qquad V^2 - V_0^2 = -2a\Delta x$$

متحرکی که حرکت کندشونده دارد پس از مدتی (زمان توقف) و پیمودن مسافتی (طول خط ترمز) می‌ایستد.

$$\text{طول خط ترمز } x = \frac{V_0^2}{2a} \qquad \text{زمان توقف } t = \frac{V_0}{a}$$

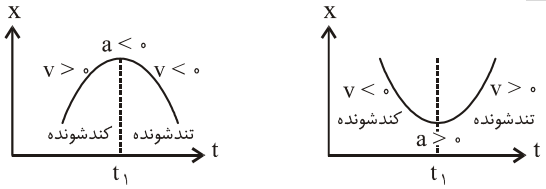
همانطوری که ملاحظه می‌شود، طول خط ترمز با مجذور سرعت اولیه متناسب است.

متحرکی با سرعت $۳۱\frac{m}{s}$ در حرکت است. ترمز می‌کند و با شتاب ثابت پس از پیمودن ۸ متر متوقف می‌شود. در صورتی که این متحرک با سرعت $۶۲\frac{m}{s}$ در حرکت باشد و با همان وضع ترمز کند پس از پیمودن چه مسافتی می‌ایستد؟

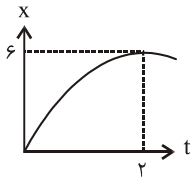
۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۲۴

حل: چون سرعت اولیه دو برابر شده طول خط ترمز چهاربرابر یعنی ۳۲ متر می‌شود.

نمودار مکان – زمان در حرکت شتاب ثابت: به صورت سهمی می‌باشند. اگر تقعر آن به سمت بالا باشد $a>۰$ و اگر به طرف پایین باشد $a<۰$ می‌باشد.



نمودار $x-t$ یک متحرک یک سهمی به شکل مقابل است. سرعت اولیه و شتاب حرکت چیست؟

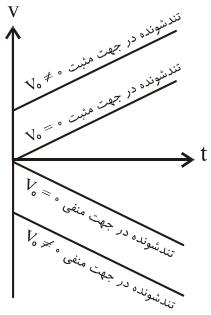


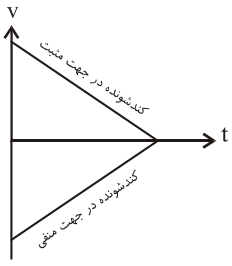
حل: در $t=۲$ سرعت صفر است.

$$\Delta x=\frac{V+V_۰}{۲}t \Rightarrow ۶=\frac{۰+V_۰}{۲}\times ۲ \rightarrow V_۰=۶\frac{m}{s}$$

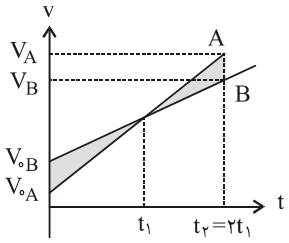
$$a=\frac{V-V_۰}{t}=\frac{۰-۶}{۲}=-۳\frac{m}{s^۲}$$

نمودار سرعت – زمان در حرکت شتاب ثابت: خطی با شیب ثابت است. اگر نمودار از محور زمان دور شود حرکت تندشونده و اگر نزدیک شود حرکت، کندشونده است. در صورتی که شیب خط مثبت باشد $a>۰$ و اگر منفی باشد $a<۰$ می‌باشد. اگر نمودار بالای محور زمان باشد $V>۰$ است و متحرک در جهت مثبت حرکت می‌کند و در صورتی که نمودار زیر محور زمان باشد، $V<۰$ است و متحرک در جهت منفی حرکت می‌کند.

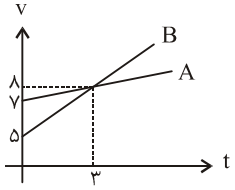




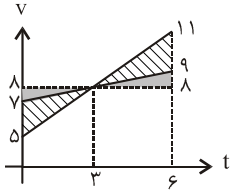
اگر نمودار $V-t$ دو متحرکی که همزمان و از یک نقطه شروع به حرکت کرده باشند به شکل مقابل باشد، دو متحرک در لحظه‌ی $t_۱$ سرعت یکسانی دارند و در لحظه‌ی $t_۲=۲t_۱$ به هم می‌رسند. در ضمن اختلاف سرعت آن‌ها در شروع و لحظه‌ی رسیدن به هم یکی است اما اگر در ابتدا سرعت B بیش‌تر از A است در لحظه رسیدن سرعت A بیش‌تر از B می‌شود.



نمودار دو متحرک که از یک نقطه همزمان شروع به حرکت می‌کنند به شکل مقابل است. در چه لحظه‌ای دو متحرک به هم می‌رسند و در این لحظه $\frac{V_A}{V_B}$ چه می‌شود؟



حل: در لحظه‌ی $t_۲=۲t_۱=۶s$ دو متحرک به هم می‌رسند. در ضمن برای آن که به هم برسند باید سطح زیر نمودار A و B باهم برابر باشد و لازمه‌ی آن این است که مثلث‌های نقطه‌چین با هم برابر و هاشورخورده‌ها نیز با هم برابر باشد.

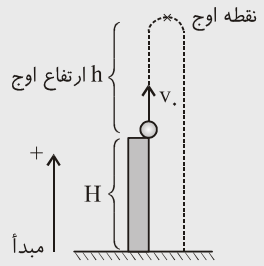


$$\frac{V_B}{V_A}=\frac{۱۱}{۹}$$

پرتاب جسم در راستای قائم: برای بررسی چنین حرکتی که با شتاب ثابت g انجام می‌شود، معمولاً مبدأ مکان را زمین و جهت مثبت را رو به بالا در نظر می‌گیریم در نتیجه معادلات آن به شکل صفحه بعد می‌شود.

نکته۱: در یک نقطه از مسیر سرعت رفت قرینه‌ی سرعت برگشت می‌باشد.

نکته۲: زمان‌ها در رفت و برگشت به یک نقطه برابرند.



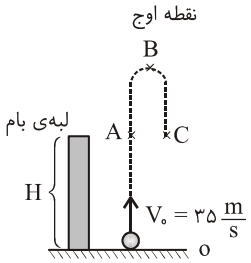
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t + H$$

$$V = -gt + V_0 \rightarrow \boxed{t_{اوج} = \frac{V_0}{g}}$$

$$V^2 - V_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow \boxed{h_{اوج} = \frac{V_0^2}{2g}}$$

* طبق رابطه‌ی $t = \frac{V_0}{g}$ اگر زمان رسیدن گلوله از نقطه‌ی A تا اوج را (t) در $(g = 10)$ ضرب کنیم، سرعت گلوله در نقطه‌ی A بدست می‌آید.

گلوله‌ای را از پایین یک ساختمان در شرایط خلاء و در امتداد قائم با سرعت $35\frac{m}{s}$ به بالا پرتاب می‌کنیم. زمان دو عبورمتوالی از لبه‌ی بام 6s می‌شود. ارتفاع ساختمان چند متر است؟

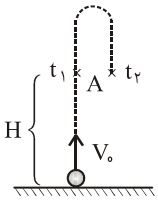


حل:

$$t_{ABC} = 6s \Rightarrow t_{AB} = 3s \Rightarrow V_A = 30\frac{m}{s}$$

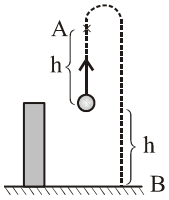
$$V_A^2 - V_0^2 = -2g\Delta y \Rightarrow 30^2 - 35^2 = -2\times10(H - 0) \Rightarrow H = 16/25m$$

گلوله‌ای را در شرایط خلاء با سرعت V_0 در امتداد قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. این گلوله در لحظه‌های t_1 و t_2 پس از پرتاب از نقطه‌ی A به ارتفاع h از محل پرتاب می‌گذرد در این صورت روابط زیر برقرار است:



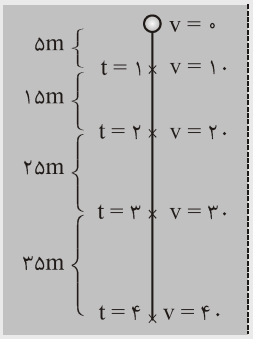
$$\boxed{h = \frac{1}{2}gt_1t_2} \qquad \boxed{V_0 = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)} \qquad \boxed{V_A = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)}$$

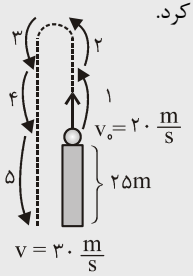
نکته: اگر گلوله‌ای در شرایط خلاء با سرعت V_0 پرتاب شود سرعت گلوله در h متری بالای افق پرتاب و در h متری پایین افق پرتاب از روابط زیر به دست می‌آید.



$$\boxed{V_A = \sqrt{V_0^2 - 2gh}} \qquad \boxed{V_B = \sqrt{V_0^2 + 2gh}}$$

نکته: به کمک جدول مقابل می‌توان بسیاری از مسائل مربوط به حرکت پرتاب در امتداد قائم را حل کرد.



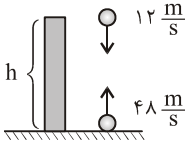


از بالای برجی به ارتفاع 25m گلوله‌ای را با سرعت $20\frac{m}{s}$ در امتداد قائم به بالا پرتاب می‌کنیم. پس از چه مدت و با چه سرعتی گلوله به سطح افق می‌رسد؟

حل: مطابق شکل پس از $t = 5s$ ثانیه و با سرعت $30\frac{m}{s}$ گلوله به زمین می‌رسد.

نکته: دو گلوله در شرایط خلاء به هرشکلی که در فضا همزمان پرتاب شوند نسبت به هم حرکتی یکنواخت دارند. برای حل مسائل مربوط به این دو گلوله فرض می‌کنیم یکی از گلوله‌ها ایستاده و دیگری با سرعت نسبی به طوریکنواخت حرکت می‌کند. (سرعت نسبی دوگلوله، تفاضل برداری دو سرعت می‌باشد اگر گلوله‌ها در یک راستا به طرف هم حرکت کنند، سرعت نسبی، جمع مقادیر دو سرعت و در صورتی که در یک جهت حرکت کنند، سرعت نسبی، تفاضل مقادیر سرعت‌ها می‌باشد.

از بالا و پایین برجی هم زمان دو گلوله مطابق شکل پرتاب می‌شوند و پس از ۱/۷۵ ثانیه به هم می‌رسند. ارتفاع برج چند متر است؟



حل: فرض می‌کنیم یکی از گلوله‌ها ایستاده و دیگری با سرعت $V = 12 + 48 = 60\frac{m}{s}$ یکنواخت به طرف دیگری حرکت می‌کند و پس از $t = 1/75s$ طول برج را طی می‌کند و به دومی می‌رسد. در این صورت داریم:

$$x = Vt \Rightarrow h = 60\times1/75 = 105m$$

حرکت در دو بعد: بردار مکان متحرکی که در صفحه‌ی xoy حرکت می‌کند با بردار $\vec{r}$ نشان داده می‌شود.

$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j} \xrightarrow[y=g(t)]{x=f(t)} \vec{r}=f(t)\vec{i}+g(t)\vec{j}$$

- اگر بردار مکان یک متحرک در یک لحظه $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$ باشد فاصله‌ی آن در این لحظه از مبدأ برابر است با $|\vec{r}|=\sqrt{x^2+y^2}$
- اگر بردار مکان یک متحرک در لحظه‌ی t_1 به صورت $\vec{r}_1=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}$ و در لحظه‌ی t_2 به صورت $\vec{r}_2=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}$ باشد بردار جابه‌جایی در مدت $\Delta t=t_2-t_1$ برابر است:

$$\overrightarrow{\Delta r}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}$$

سرعت متوسط جسم در این بازه نیز از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\overline{\vec{V}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=(\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i}+(\frac{\Delta y}{\Delta t})\vec{j}=\overline{V}_x\vec{i}+\overline{V}_y\vec{j}$$

جسمی در صفحه حرکت می‌کند و مکان آن در SI به صورت $\vec{r}=2t^2\vec{i}+(3t-1)\vec{j}$ است. سرعت متوسط آن در بازه‌ی زمانی بین صفر تا $t=1$ چند متر بر ثانیه است؟

حل:

$$\left.\begin{matrix}t=0\Rightarrow \vec{r}_0=-\vec{j}\\ t=1\Rightarrow \vec{r}_1=2\vec{i}+2\vec{j}\end{matrix}\right| \Rightarrow \overrightarrow{\Delta r}=\vec{r}_1-\vec{r}_0=2\vec{i}+3\vec{j}$$

$$\overline{\vec{V}}=\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}=\frac{2\vec{i}+3\vec{j}}{1}=2\vec{i}+3\vec{j}\Rightarrow|\overline{\vec{V}}|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}\,\frac{m}{s}$$

سرعت لحظه‌ای: مشتق بردار مکان جسم نسبت به زمان می‌باشد.

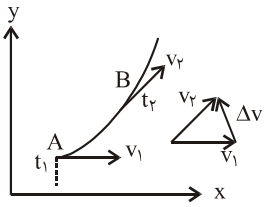
$$\boxed{\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}=(\frac{dx}{dt})\vec{i}+(\frac{dy}{dt})\vec{j}=Vx\vec{i}+Vy\vec{j}}$$

معادله‌های یک متحرک در دو امتداد x و y به صورت $x=3t^2+5, y=8t+4$ می‌باشد. سرعت متحرک در $t=1$ چیست؟

حل:

$$\vec{V}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}=6t\vec{i}+8\vec{j}\xrightarrow{t=1}\vec{V}_1=6\vec{i}+8\vec{j}\Rightarrow|\vec{V}|=\sqrt{6^2+8^2}=10\frac{m}{s}$$

شتاب متوسط و لحظه‌ای: تغییر بردار سرعت در واحد زمان را **شتاب متوسط** می‌گوییم.



اگر متحرک در لحظه‌ی t_1 در نقطه‌ی A سرعتی برابر V_1 و در لحظه‌ی t_2 در نقطه‌ی B سرعتی برابر V_2 داشته باشد داریم:

$$\boxed{\vec{a}=(\frac{\Delta V_x}{\Delta t})\vec{i}+(\frac{\Delta V_y}{\Delta t})\vec{j}=\overline{a}_x\vec{i}+\overline{a}_y\vec{j}}$$

شتاب لحظه‌ای در t_1، حد مقدار فوق است وقتی Δt به سمت صفر میل کند.

$$\vec{a}=\frac{dV_x}{dt}\vec{i}+\frac{dV_y}{dt}\vec{j}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}$$

* در حرکت با بزرگی سرعت ثابت روی دایره، $\overrightarrow{\Delta V}$ بر $\vec{V}$ عمود است یعنی شتاب بر سرعت عمود می‌باشد.

بردار مکان یک متحرک در SI به صورت $\vec{r}=(2t^3+3t)\vec{i}+(4t^2-t)\vec{j}$ داده شده است.

۱) شتاب متوسط متحرک در دو ثانیه اول حرکت چیست؟ **۲) شتاب متحرک در $t=2$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟**

حل:

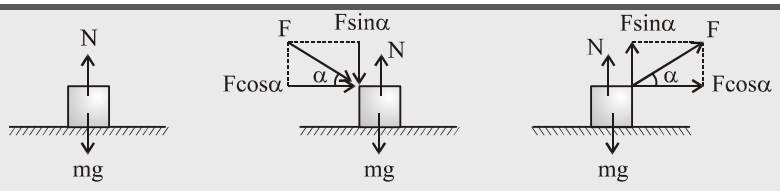
۱) $\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}=(6t^2+3)\vec{i}+(8t-1)\vec{j}$

شتاب متوسط $\vec{a}=\frac{V_2-V_0}{\Delta t}=\frac{\left[(6\times2^2+3)\vec{i}+(8\times2-1)\vec{j}\right]-(3i-j)}{2-0}=12\vec{i}+8\vec{j}$

۲) شتاب لحظه‌ای $\vec{a}=\frac{dV_x}{dt}\vec{i}+\frac{dV_y}{dt}\vec{j}=\frac{d(6t^2+3)}{dt}\vec{i}+\frac{d(8t-1)}{dt}\vec{j}=12t\vec{i}+8\vec{j}$

$$t=2\Rightarrow\vec{a}=24\vec{i}+8\vec{j}\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{24^2+8^2}=8\sqrt{10}\,\frac{m}{s^2}$$

نیروی عمودی سطح: نیرویی است که از طرف سطح به طور عمود بر جسم وارد می‌شود.



قانون اول نیوتن: هرگاه برآیند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد. اگر جسم ساکن است ساکن می‌ماند و اگر حرکت دارد به حرکت مستقیم‌الخط یکنواخت خود ادامه می‌دهد.

قانون دوم نیوتن: برآیند نیروهای وارد بر جسم به آن شتابی هم راستا و هم‌جهت و متناسب با آن می‌دهد بطوری که شتاب با جرم جسم نسبت معکوس دارد.

$$\boxed{\sum \mathbf{F} = \mathbf{ma}} \rightarrow (\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}^2})\ \text{شتاب جسم} \qquad \leftarrow \text{برآیند نیروها (N)}$$
$$\text{جرم جسم (kg)} \hookleftarrow$$

قانون سوم نیوتن: هر عمل یک عکس‌العمل دارد مساوی خود و در خلاف جهت آن. نیروهای عمل و عکس‌العمل به دو جسم وارد می‌شوند در نتیجه نمی‌توان برآیندی برای آن‌ها در نظر گرفت.

تکانه: کمیتی برداری است. حاصل‌ضرب جرم در سرعت جسم می‌باشد. آن را با P نشان می‌دهیم.

$$\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \leftarrow \boxed{\mathbf{P} = \mathbf{mV}} \rightarrow \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$
$$\text{جرم جسم (kg)}$$

- تکانه همواره بر مسیر حرکت مماس می‌باشد. تکانه هم راستا و هم جهت با سرعت است.
- نمودار $\mathbf{P}-\mathbf{t}$ شبیه به نمودار $\mathbf{V}-\mathbf{t}$ می‌باشد.
- اگر تغییر تکانه‌ی جسمی در مدت $\mathbf{\Delta t}$، $\overrightarrow{\mathbf{\Delta P}}$ باشد نیروی متوسطی که در این مدت بر جسم وارد می‌شود برابر است با: $\boxed{\overline{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{\Delta P}}{\mathbf{\Delta t}}}$
- نیروی وارد برجسم در هر لحظه برابر با مشتق معادله‌ی تکانه نسبت به زمان است. $\boxed{\text{لحظه‌ای } \mathbf{F} = \frac{\mathbf{dP}}{\mathbf{dt}}}$
- هرگاه برآیند نیروهای وارد برجسمی صفر باشد، تکانه‌ی آن ثابت می‌ماند.
- سطح زیر نمودار $\mathbf{F}-\mathbf{t}$ برابر با تغییر تکانه‌ی جسم است.
- **رابطه‌ی تکانه با انرژی جنبشی:** $\boxed{\mathbf{K} = \frac{\mathbf{P}^2}{2\mathbf{m}}}$
- هرگاه به دو جسم در زمان‌های مساوی نیروهای یکسانی وارد شود، تغییر تکانه‌ی آن‌ها نیز یکسان می‌شود و در صورتی که در ابتدا تکانه‌ی دو جسم برابر باشد (مثلاً دو جسم ساکن باشند) در هر لحظه، تکانه‌ی دو جسم برابر می‌شود. در این صورت می‌توان نوشت:

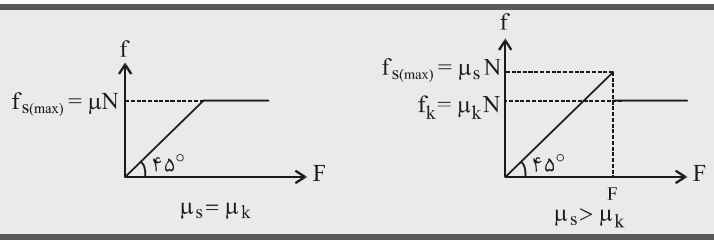
$$\left.\begin{aligned} \mathbf{m}_1\mathbf{V}_1 &= \mathbf{m}_2\mathbf{V}_2 \\ \mathbf{m}_1\mathbf{x}_1 &= \mathbf{m}_2\mathbf{x}_2 \\ \mathbf{m}_1\mathbf{a}_1 &= \mathbf{m}_2\mathbf{a}_2 \end{aligned}\right| \Rightarrow \boxed{\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1} = \frac{\mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1} = \frac{\mathbf{x}_2}{\mathbf{x}_1} = \frac{\mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_1} = \frac{\mathbf{m}_1}{\mathbf{m}_2}}$$

نیروی اصطکاک: نیرویی است که از طرف سطح و مماس بر سطح به جسم وارد می‌شود. عکس‌العمل آن نیرویی است مماس بر سطح که از طرف جسم به سطح وارد می‌شود. اگر جسم روی سطح نلغزد، نیروی اصطکاک را **ایستایی** می‌گوییم و آن را با $\mathbf{f_s}$ نشان می‌دهیم. در این حالت نیروی اصطکاک از رابطه‌ی کلی $\overrightarrow{\sum \mathbf{F}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{a}}$ محاسبه می‌شود. وقتی جسم در آستانه‌ی لغزش قرار می‌گیرد، نیروی اصطکاک به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد که از رابطه $\mathbf{f_{s\,max}} = \mathbf{\mu_s N}$ به دست می‌آید $\mathbf{\mu_s}$ ضریب اصطکاک ایستایی است که به جنس سطح تماس و میزان صافی و زبری آن بستگی دارد.

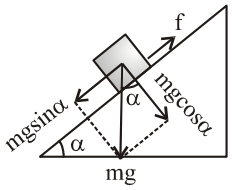
در صورتی که جسم روی سطح بلغزد، نیروی اصطکاک را «**جنبشی**» می‌گوییم و آن را با $\mathbf{f_k}$ نشان می‌دهیم مقدار آن از رابطه‌ی $\mathbf{f_k} = \mathbf{\mu_k N}$ محاسبه می‌شود.

نیروی اصطکاک
- جسم روی سطح می‌لغزد ⟶ $\boxed{\mathbf{f_k} = \mathbf{\mu_k N}}$
- جسم روی سطح نمی‌لغزد ⟶ $\boxed{0 \le \mathbf{f_s} \le \mathbf{f_{s\,max}} = \mathbf{\mu_s N}}$ ⇒ از رابطه‌ی $\sum \mathbf{F} = \mathbf{ma}$ محاسبه می‌شود

نمودار نیروی اصطکاک برحسب نیروی محرک در امتداد سطح (F) به شکل زیر است.



اصطکاک روی سطح شیب‌دار: جسمی به جرم m را روی سطح شیب‌دار به زاویه‌ی α قرار می‌دهیم نیروی اصطکاک از روابط زیر به دست می‌آید.



۱) جسم ساکن می‌ماند. $\boxed{f_s = mg\sin\alpha} \Leftrightarrow \boxed{\mu_s > tg\alpha}$

۲) جسم در آستانه لغزش قرار می‌گیرد. $\boxed{f_s = \mu_s mg\cos\alpha = mg\sin\alpha} \Leftrightarrow \boxed{\mu_s = tg\alpha}$

۳) جسم به طور یکنواخت به پایین سر می‌خورد. $\boxed{f_k = \mu_k mg\cos\alpha = mg\sin\alpha} \Leftrightarrow \boxed{\mu_k = tg\alpha}$

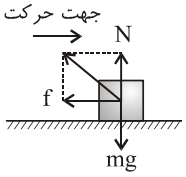
۴) جسم با شتاب به پایین سر می‌خورد. $\boxed{f_k = \mu_k mg\cos\alpha} \Leftrightarrow \boxed{\mu_k < tg\alpha}$

حرکت جسم روی سطح افقی بدون اعمال نیرو: جسمی به جرم m را با سرعت V_0 روی یک سطح افقی پرتاب می‌کنیم. شتاب حرکت جسم، زمانی که در راه است تا توقف کند و طول خط ترمز (مسافتی که طی می‌کند تا بایستد.) از روابط زیر به دست می‌آید.

$$\boxed{a = -\mu_k g} \Rightarrow \boxed{t_{\text{توقف}} = \frac{V_0}{\mu_k g}} \Rightarrow \boxed{\text{طول خط ترمز } x = \frac{V_0^2}{2\mu_k g}}$$

- شتاب حرکت جسم روی سطح افقی بدون اعمال نیروی خارجی به جرم جسم بستگی ندارد و با ضریب اصطکاک سطح متناسب است.

نیروی عکس‌العمل سطح (واکنش سطح): نیرویی است که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود (R). دو مؤلفه دارد. یکی عمود بر سطح (N) و دیگری در امتداد سطح (اصطکاک f). و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.



$$\boxed{R = \sqrt{f^2 + N^2}}$$

در صورتی که جسم روی سطح در آستانه‌ی لغزش باشد و یا بلغزد نیروی واکنش سطح از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

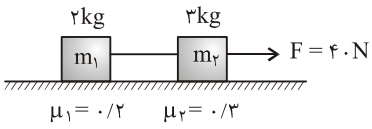
$$\boxed{R = \sqrt{f^2 + N^2} = N\sqrt{1+\mu^2}}$$

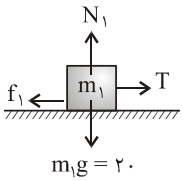
برای حل مسائل دینامیک پس از رسم شکل و نیروهای وارد برجسم، نیروها را به دو مولفه در امتداد حرکت و عمود بر آن تجزیه می‌کنیم و مقادیر مولفه‌ها را به دست می‌آوریم. سپس معادله نیوتن ($\sum F = ma$) در این دو امتداد را می‌نویسیم و آن‌ها را در یک دستگاه حل می‌کنیم.

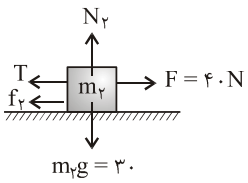
کشش نخ: نیرویی است که به نخ پاره شده وارد می‌شود تا جسم وضع سابق خود را حفظ کند. در امتداد نخ به جسم وارد می‌شود و نوک پیکان آن به طرف بیرون جسم است. کشش نخ بدون جرم در طرفین قرقره‌ی بدون اصطکاک برابر است.

در شکل مقابل، کشش نخ را به دست آورید؟

حل:







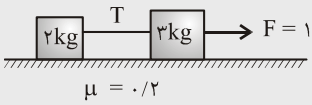
$$m_1 \text{ برای } \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = 20, f_1 = \mu_1 N_1 = 0/2 \times 20 = 4N \\ \sum F_x = ma \Rightarrow T - 4 = 2a \ (A) \end{cases}$$

$$m_2 \text{ برای } \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = 30, f_2 = \mu_2 N_2 = 0/3 \times 30 = 9N \\ \sum F_x = ma \Rightarrow 40 - T - 9 = 3a \ (B) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} T = 14/8N \\ a = 5/4 \frac{m}{s^2} \end{matrix}$$

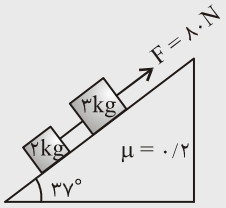
اگر **۱**- نیروی F در امتداد سطح باشد **۲**- ضریب اصطکاک کلیه سطوح یکسان باشد **۳**- اجسام در حال لغزش و یا در آستانه لغزش باشند می‌توان به کمک تناسب نیروی کشش نخ را به دست آورد.

در شکل‌های زیر نیروی کشش نخ چیست؟



۵kg ۱۰۰N

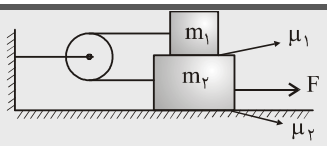
۲kg T = ۴۰N



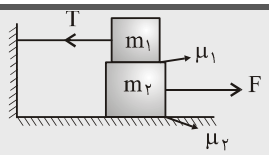
۵kg ۸۰N

۲kg T = ۳۲N

روابطی برای محاسبه حداقل F برای کشیدن وزنه‌ی زیری در شکل‌های زیر ارائه شده است:



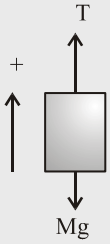
$$T = f_1 = \mu_1 m_1 g$$
$$F = 2f_1 + f_2 = 2\mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g$$



$$T = f_1 = \mu_1 m_1 g$$
$$F = f_1 + f_2 = \mu_1 m_1 g + \mu_2 (m_1 + m_2) g$$

آسانسور

الف) آسانسور بالا می‌رود



$$\sum F_y = ma \Rightarrow T - Mg = Ma$$
$$\boxed{\vec{T} = M(\vec{g} + \vec{a})}$$

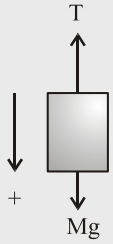
وزن ظاهری جسمی به جرم m درون آسانسور نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید. $\vec{W'} = m(\vec{g} + \vec{a})$

۱) اگر آسانسور تندشونده بالابرود، $a > 0$ و $W' > W$ می‌باشد.

۲) اگر آسانسور یکنواخت بالابرود، $a = 0$ و $W' = W$ می‌باشد.

۳) اگر آسانسور کندشونده بالابرود، $a < 0$ و $W' < W$ می‌باشد.

ب) آسانسور پایین می‌رود



$$\sum F_y = ma \Rightarrow Mg - T = Ma$$
$$\boxed{\vec{T} = M(\vec{g} - \vec{a})}$$

وزن ظاهری جسمی به جرم m درون آسانسور نیز از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید. $\vec{W'} = m(\vec{g} - \vec{a})$

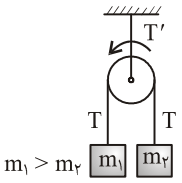
۱) اگر آسانسور تندشونده پایین برود، $a > 0$ و $W' < W$ می‌باشد

۲) اگر آسانسور یکنواخت پایین برود، $a = 0$ و $W' = W$ می‌باشد.

۳) اگر آسانسور کندشونده پایین برود، $a < 0$ و $W' > W$ می‌باشد.

* بنابراین اگر شتاب آسانسور روبه بالا باشد $W' > W$ و اگر رو به پایین باشد $W' < W$ می‌باشد.

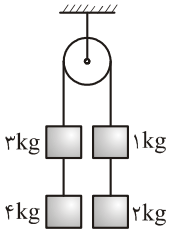
ماشین آتوود: در صورتی که $m_2 > m_1$ و دستگاه از حال سکون به حرکت در آید و از جرم قرقره و اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود شتاب، کشش نخ طرفین قرقره و بالای قرقره از روابط زیر به دست می‌آید.



$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \qquad T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \qquad \boxed{T' = 2T}$$

اگر در هر طرف قرقره دو یا چند جسم داشته باشیم روابط فوق صادق است. در این حالت مجموع جرم یک طرف را m_1 و طرف دیگر را m_2 در نظر می‌گیریم. کشش نخ بدست آمده، کشش نخ طرفین قرقره می‌باشد.

در شکل مقابل شتاب حرکت وزنه‌ها و کشش نخ طرفین قرقره چیست؟



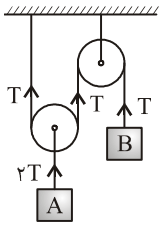
حل:

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{(4+3) - (1+2)}{4+3+1+2} \times 10 = 4 \frac{m}{s^2}$$

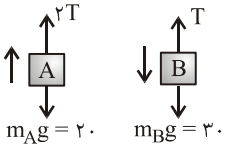
$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g = \frac{2 \times (4+3)(1+2)}{(4+3) + (1+2)} \times 10 = 42N$$

قرقره‌های متحرک: برای حل مسائل مربوط به قرقره‌های متحرک ابتدا جسم متصل به قرقره‌ی متحرک را به اندازه‌ی واحد جابه‌جا می‌کنیم و جابه‌جایی اجسام دیگر را اندازه می‌گیریم. نسبت سرعت و شتاب وزنه‌ها به نسبت جابه‌جایی آن‌ها خواهد بود.

در شکل مقابل $m_B = ۳kg, m_A = ۲kg$ می‌باشد. اگر از جرم نخ و اصطکاک‌ها صرف‌نظر شود، شتاب حرکت وزنه‌ی A چند متر بر مجذور ثانیه است؟



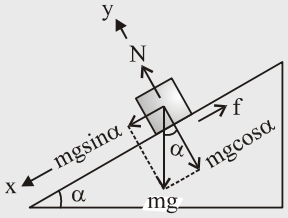
حل: در صورتی که وزنه‌ی A به اندازه واحد بالا برود و باید وزنه‌ی B، ۲ واحد جابه‌جا شود پس $a_B = ۲a_A$



$$\left.\begin{array}{l} A \text{ برای } \sum F = ma \Rightarrow ۲T - ۲۰ = ۲a_A \\ B \text{ برای } \sum F = ma \Rightarrow ۳۰ - T = ۳a_B = ۶a_A \end{array}\right| \Rightarrow a_A = \frac{۲۰}{۷}\frac{m}{s^۲}$$

سطح شیب‌دار: از پایین سطح شیب‌داری به زاویه‌ی α جسمی به جرم m را با سرعت اولیه $V_.$ به بالا پرتاب می‌کنیم جدول زیر شتاب در رفت و برگشت و همچنین زمان توقف و مسافت طی شده تا توقف در رفت را نشان می‌دهد.

شتاب در برگشت:

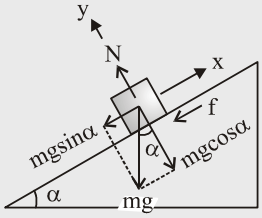


$$\sum F_y = ۰ \rightarrow N = mg\cos\alpha$$
$$f = \mu mg\cos\alpha$$

$$\sum F = ma \rightarrow mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$
$$\boxed{a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$

اندازه‌ی شتاب در رفت بیش‌تر از برگشت و زمان رفت کم‌تر از زمان برگشت می‌باشد.

شتاب در رفت:



$$\sum F_y = ۰ \rightarrow N = mg\cos\alpha$$
$$f = \mu mg\cos\alpha$$

$$\sum F_x = ma \rightarrow -mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha = ma$$
$$\boxed{a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

زمان توقف $t_s = \dfrac{V_.}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

طول خط ترمز $x_s = \dfrac{V_.^۲}{۲g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$

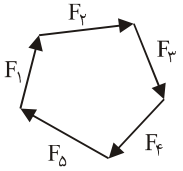
از پایین سطح شیب‌داری به زاویه‌ی ۴۵° گلوله‌ای که ضریب اصطکاکش با سطح $\mu = ۱/۴$ است را با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ به طرف بالا پرتاب می‌کنیم گلوله چه مسافتی برحسب متر روی سطح بالا می‌رود و با چه شتابی برحسب $\frac{m}{s^۲}$ به پایین برمی‌گردد؟

حل:

$$x = \frac{V_.^۲}{۲g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = \frac{۱۲^۲}{۲\times۱۰(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + ۱/۴\times\frac{\sqrt{۲}}{۲})} = ۳\sqrt{۲}m$$

چون $\mu = ۱/۴ > tg۴۵ = ۱$ می‌باشد پس جسم به پایین برنمی‌گردد و شتاب در برگشت صفر می‌شود.

تعادل: جسمی در حال تعادل است که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. در این صورت نیروها تشکیل یک کثیرالاضلاع می‌دهند. برآیند یک دسته از نیروها قرینه‌ی برآیند دسته باقی‌مانده می‌شود.



در این صورت اگر یک دسته از نیروها حذف شود، اندازه‌ی برآیند دسته باقیمانده اندازه‌ای برابر با اندازه‌ی برآیند نیروهای حذف شده دارد.

$$\vec{F_۱} + \vec{F_۲} + \vec{F_۳} + \vec{F_۴} + \vec{F_۵} = ۰$$
$$(\vec{F_۱} + \vec{F_۲} + \vec{F_۳}) = -(\vec{F_۴} + \vec{F_۵})$$

جسمی به جرم $۲kg$ تحت اثر نیروهایی با اندازه‌های $۱۰N$ و $۲۰N$ و $۳۰N$ و $۴۰N$ در حال تعادل است. اگر نیروی ۳۰ نیوتنی حذف شود جسم با چه شتابی حرکت می‌کند؟

حل: با حذف نیروی ۳۰ نیوتنی، اندازه‌ی برآیند نیروهای باقیمانده $۳۰N$ می‌شود

$$\sum F = ma \Rightarrow ۳۰ = ۲a \rightarrow a = ۱۵\frac{m}{s^۲}$$

* در صورتی که به جسم در حال تعادل سه نیرو وارد شده باشد، آن سه نیرو تشکیل یک مثلث می‌دهند. در این حالت اندازه‌ی هر نیرو از جمع اندازه‌ی نیروهای دیگر کوچک‌تر یا مساوی و از تفاضل اندازه‌ی نیروهای دیگر بزرگ‌تر یا مساوی می‌باشد.

برآیند کدام دسته از نیروهای با اندازه‌های زیر می‌تواند صفر باشد؟

۱) ۲ و ۴ و ۷ ۲) ۳ و ۴ و ۸ ۳✓) ۵ و ۶ و ۹ ۴) ۲ و ۵ و ۸

حرکت دایره‌ای: حرکتی است که متحرک بر مسیر دایره انجام می‌دهد.

سرعت زاویه‌ای متوسط و لحظه‌ای: زاویه‌ای است که متحرک در واحد زمان طی می‌کند.

$$\bar{\omega}=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\rightarrow \frac{rad}{s}\qquad \omega=\frac{d\theta}{dt}$$

معادله‌ی زاویه‌ی پیموده شده در یک حرکت دایره‌ای به صورت $\theta=t^3+2t+1$ بدست آورید:

۱) سرعت زاویه‌ای متوسط در دو ثانیه‌ی اول ۲) سرعت زاویه‌ای در $t=2$

حل:

$$1)\ \bar{\omega}=\frac{\theta_2-\theta_1}{2-0}=\frac{(2^3+2\times2+1)-(1)}{2}=6\frac{rad}{s}$$

$$2)\ \omega=\frac{d\theta}{dt}=3t^2+2\xrightarrow{t=2}\omega_2=3\times2^2+2=14\frac{rad}{s}$$

حرکت دایره‌ای یکنواخت: حرکتی است که با سرعت زاویه‌ای ثابت انجام می‌شود در این حرکت سرعت زاویه‌ای متوسط و لحظه‌ای برابرند معادله‌ی آن به صورت مقابل است.

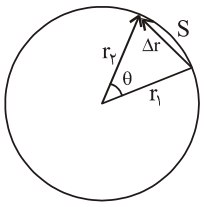
$$\theta=\omega t+\theta_0$$

دوره: مدت زمانی است که متحرک یک دور کامل دایره را طی می‌کند (T) واحد آن ثانیه است.

بسامد: تعداد دورها در واحد زمان می‌باشد (f) واحد آن هرتز است.

2π رادیان T ثانیه	دور ۱ T ثانیه
$\omega\Rightarrow\boxed{\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f}$ ۱	$f\Rightarrow\boxed{f=\frac{1}{T}}$ ۱

سرعت خطی در حرکت دایره‌ای: در مدتی که متحرک زاویه‌ی θ را می‌پیماید طول قوس طی شده S می‌باشد.



زاویه‌ی طی شده	طول قوس
2π	$2\pi R$
θ	$s\Rightarrow\boxed{s=R\theta}$

طرفین رابطه را به Δt (زمان جابه‌جایی) تقسیم می‌کنیم. در حد وقتی Δt به سمت صفر میل‌کند طول قوس به سمت جابه‌جایی میل می‌کند.

$$|\bar{V}|=\text{حد}_{\Delta t\to0}\left|\frac{\overrightarrow{\Delta r}}{\Delta t}\right|=\text{حد}_{\Delta t\to0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\text{حد}_{\Delta t\to0}R\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\Rightarrow\boxed{V=R\omega}$$

شتاب در حرکت دایره‌ای یکنواخت: سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت می‌باشد و در این نوع حرکت راستای آن تغییر می‌کند. در نتیجه‌ی تغییر بردار سرعت، حرکت شتاب‌دار است این شتاب در امتداد شعاع و به طرف مرکز دایره می‌باشد که به آن شتاب مرکزگرا می‌گوییم.

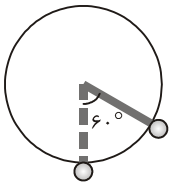
$$\boxed{a=\frac{V^2}{R}=R\omega^2=V\omega}$$

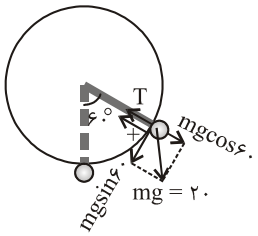
نیروی مرکزگرا: عامل دوران یک جسم روی مسیر دایره، نیرویی در امتداد شعاع و به طرف مرکز دایره است که به آن نیروی مرکزگرا می‌گوییم:

$$\boxed{F=m\frac{V^2}{R}=mR\omega^2=mV\omega}$$

- متحرکی به جرم m که با سرعت V بر روی دایره حرکت می‌کند. طی مدتی که زاویه‌ی α را طی می‌کند تغییر سرعتی برابر $\Delta V=2V\sin\frac{\alpha}{2}$ دارد و تکانه‌اش به اندازه‌ی $\Delta P=2P\sin\frac{\alpha}{2}$ تغییر می‌کند.
- برای حل مسئله‌ی دینامیک در حرکت دورانی پس از رسم شکل و نیروهای وارد برجسم، نیروها را به دو مولفه در امتداد شعاع و عمود به آن تجزیه می‌کنیم. سپس جهت مثبت در امتداد شعاع را به طرف مرکز دایره در نظر می‌گیریم و برآیند نیروهای مرکزگرا را محاسبه کرده آن‌ها را برحسب شرایط برابر $\frac{mV^2}{R}$ یا $mR\omega^2$ قرار می‌دهیم.

به انتهای میله‌ای به طول ۸۰cm گلوله‌ای به جرم ۲kg می‌بندیم و آن را حول انتهای دیگر میله در سطح قائم دوران می‌دهیم. در لحظه‌ی نشان داده شده سرعت گلوله ۲ $\frac{m}{s}$ است. نیروی کشش میله در این لحظه چند نیوتن است؟



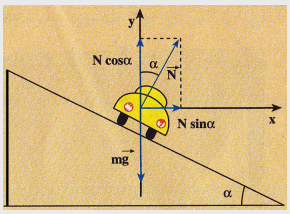


حل:

$$T - mg\cos ۶۰ = \frac{mV^۲}{R} \Rightarrow T = mg\cos ۶۰^\circ + \frac{mV^۲}{R}$$

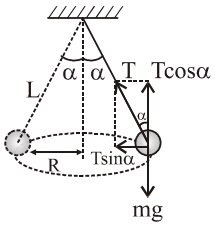
$$T = ۲۰\times\frac{۱}{۲} + \frac{۲\times ۲^۲}{۰/۸} = ۲۰N$$

شیب عرضی جاده: حداکثر سرعت مجاز در پیچ افقی یک جاده $V = \sqrt{\mu_s Rg}$ می‌باشد. برای افزایش این سرعت و برای دوران در جاده‌ی بدون اصطکاک در عرض به جاده شیب می‌دهیم. تا مولفه‌ی افقی نیروی وارد بر اتومبیل، تأمین کننده‌ی نیروی مرکزگرا شود.



$$\left.\begin{aligned} N\sin\alpha &= \frac{mV^۲}{R} \\ N\cos\alpha &= mg \end{aligned}\right| \Rightarrow \tan\alpha = \frac{V^۲}{Rg} = \frac{a}{g}$$

آونگ مخروطی: کشش نخ به دو مولفه یکی در امتداد قائم به مقدار $T\cos\theta$ که با mg خنثی می‌شود و دیگری در امتداد افق به مقدار $T\sin\alpha$ که نیروی مرکزگرا می‌باشد تجزیه می‌شود.



$$\left.\begin{aligned} T\sin\alpha &= mR\omega^۲ \\ T\cos\alpha &= mg \end{aligned}\right| \Rightarrow \tan\alpha = \frac{R\omega^۲}{g} = \frac{a}{g}$$

$$\tan\alpha = \frac{R\omega^۲}{g} \xrightarrow{R=L\sin\alpha} \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{L\sin\alpha.\omega^۲}{g} \Rightarrow \frac{۱}{\cos\alpha} = \frac{L\omega^۲}{g}$$

ماهواره: ماهواره فقط تحت اثر نیروی وزنش در حرکت است. حرکت ماهواره سقوط آزاد است. اجسام در ماهواره بی‌وزن هستند.

سرعت ماهواره: سرعت ماهواره از رابطه زیر بدست می‌آید.

$V = \sqrt{rg}$ ← شتاب جاذبه در محل ماهواره
↘ (شعاع دوران ماهواره) فاصله از مرکز زمین

سرعت ماهواره از روابط زیر نیز محاسبه می‌گردد.

$$V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} = Re\sqrt{\frac{g.}{r}} \Rightarrow \boxed{V \propto \frac{۱}{\sqrt{r}}}$$

دوره‌ی حرکت ماهواره نیز از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$T^۲ = \frac{۴\pi^۲}{GM_e}r^۳ \Rightarrow \boxed{T^۲ \propto r^۳}$$

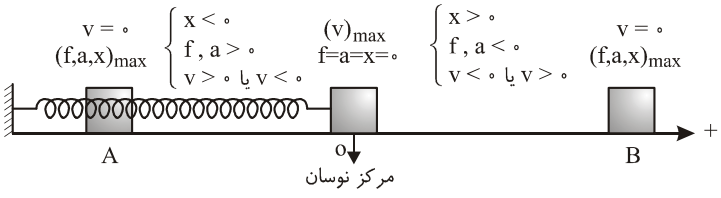
اگر شعاع دوران یک ماهواره چهار برابر شود، سرعت و دوره آن چند برابر می‌شود؟

حل:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{r_۱}{r_۲}} = \sqrt{\frac{۱}{۴}} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۱}{۲} \quad ; \quad (\frac{T_۲}{T_۱})^۲ = (\frac{r_۲}{r_۱})^۳ = ۴^۳ = ۶۴ \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = ۸$$

حرکت نوسانی

حرکت نوسانی: حرکتی است که یک متحرک روی یک پاره‌خط (AB) حول وسط آن (نقطه‌ی o) چنان انجام می‌دهد که همواره شتابی متناسب با فاصله نوسانگر از مرکز نوسان و به طرف مرکز نوسان داشته باشد.



بعد حرکت: به فاصله‌ی نوسانگر از مرکز نوسان بعد می‌گوییم. بیش‌ترین فاصله از مرکز نوسان **دامنه** می‌باشد. زمان یک رفت و برگشت کامل را **دوره حرکت** می‌نامیم. و تعداد نوسانات در واحد زمان را **بسامد** می‌نامیم. و داریم:

$$T = \frac{1}{f}$$

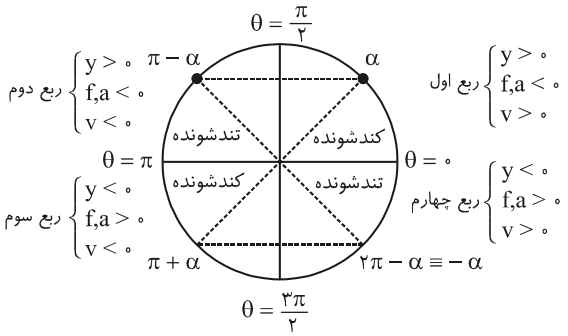
تعریف دیگر حرکت نوسانی: هرگاه یک متحرک روی دایره حرکت دورانی یکنواخت کند، تصویرش روی هر یک از قطرها، یک حرکت نوسانی دارد.

معادله‌ی حرکت نوسانی: معادله‌ای است که در هر لحظه، فاصله‌ی نوسانگر را از مرکز نوسان نشان می‌دهد.

$$\text{بعد حرکت} \leftarrow y = A\sin(\omega t + \theta_0) \rightarrow \text{فاز اولیه} \xrightarrow{t=0} y_0 = A\sin\theta_0 \rightarrow \sin\theta_0 = \frac{y_0}{A}$$

(بعد بیشینه (دامنه) — فاز حرکت)

اگر متحرک فرضی روی دایره‌ی مرجع حرکت دایره‌ای یکنواخت داشته باشد. تصویرش حرکت نوسانی دارد. که اگر نوسانگر به طرف انتهای مسیر برود حرکت کندشونده و وقتی متحرک به طرف مرکز نوسان می‌رود حرکت تندشونده است.



* اگر متحرک روی پاره‌خطی به طول d نوسان کند، $A = \frac{d}{2}$ است.

رابطه‌ی سرعت زاویه‌ای – بسامد و دوره $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

نوسانگری بر روی پاره‌خطی به طول ۱۰ سانتی‌متر نوسان می‌کند و در مدت ۴ ثانیه ۲۰ بار پاره‌خط را طی می‌کند. اگر در مبدأ زمان در نصف بعد ماکزیمم در بعدهای منفی حرکت کندشونده داشته باشد معادله‌ی حرکت آن در SI چیست؟

حل:

(نوسان) ۱۰ = ۲۰ بار ۴ ثانیه

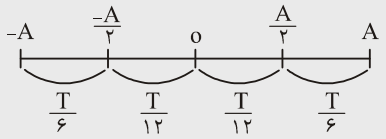
$$f = 2/5\,Hz \Rightarrow \omega = 2\pi f = 5\pi \qquad (1)$$

$$A = \frac{d}{2} = \frac{10}{2} = 5cm = 0/05m$$

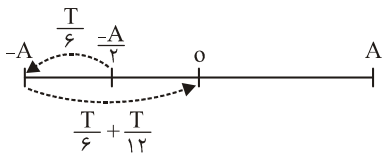
$$\sin\theta_0 = \frac{y_0}{A} \xrightarrow{y_0 = -\frac{1}{2}A} \sin\theta_0 = -\frac{1}{2} \xrightarrow[\text{کندشونده}]{y<0} \text{ربع سوم} \Rightarrow \theta_0 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

$$y = A\sin(\omega t + \theta_0) \Rightarrow y = 0/05\sin(5\pi t + \frac{7\pi}{6})$$

* اگر نوسانگری از مرکز نوسان حرکت کند و مسیرش را تا انتها به دو نیمه‌ی مساوی تقسیم کند، نیمه‌ی اول را در $\frac{T}{12}$ و نیمه‌ی دوم را در مدت $\frac{T}{6}$ می‌پیماید.



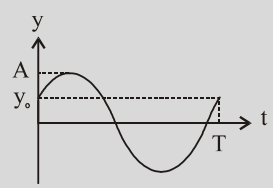
نوسانگری با دوره‌ی $T = 0/12s$ در حرکت است. در ابتدا در نصف بعد بیشینه و در بعدهای منفی قرار دارد و به طرف انتهای مسیر پیش می‌رود. پس از چه مدت به مرکز نوسان می‌رسد؟



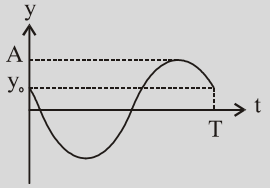
حل:

$$t = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{12} = \frac{5}{12}T = \frac{5}{12} \times 0/12 = 0/05s$$

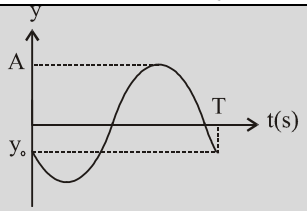
▼ نمودار مکان- زمان در حرکت نوسانی



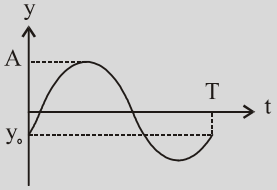
فاز اولیه در ربع اول



فاز اولیه در ربع دوم

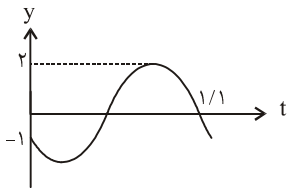


فاز اولیه در ربع سوم



فاز اولیه در ربع چهارم

نمودار مکان- زمان جسم مرتعشی به شکل مقابل است. معادله‌ی حرکت آن چیست؟



حل:

$$\sin\theta_{\circ}=\frac{y_{\circ}}{A}=-\frac{۱}{۲}\xrightarrow{\text{ربع سوم}}\theta_{\circ}=\pi+\frac{\pi}{۶}=\frac{۷\pi}{۶}$$

در لحظه‌ی $t=۱/۱$ برای دومین بار $y=۰$ می‌شود.

$$y=۲\sin(\omega t+\frac{۷\pi}{۶})=۰$$

مقادیر صفر و π قابل قبول نیستند چون $t<۰$ می‌شود. در ۲π برای اولین بار و ۳π یا ۲π یا π

$$\sin(\omega t+\frac{۷\pi}{۶})=۰\Rightarrow\omega t+\frac{۷\pi}{۶}=۰\ \text{یا}\ \pi$$

۳π برای دومین بار $y=۰$ می‌شود.

$$t=۱/۱\Rightarrow ۱/۱\omega+\frac{۷\pi}{۶}=۳\pi\rightarrow\omega=\frac{۵\pi}{۳}$$

$$y=A\sin(\omega t+\theta_{\circ})\Rightarrow y=۲\sin(\frac{۵\pi}{۳}t+\frac{۷\pi}{۶})$$

▼ سرعت- شتاب و نیرو در حرکت نوسانی

$$y=A\sin(\omega t+\theta_{\circ})$$

$$V=\frac{dy}{dt}=A\omega\cos(\omega t+\theta_{\circ})\Rightarrow\boxed{V_m=A\omega}$$

$$a=\frac{dV}{dt}=-A\omega^{۲}\sin(\omega t+\theta_{\circ})\Rightarrow\boxed{a_m=A\omega^{۲}}\Rightarrow\boxed{a_m=V_m.\omega}$$

$y=A\sin(\omega t+\theta)$

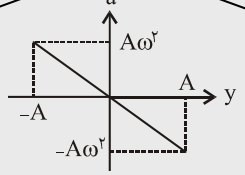
$$\boxed{a=-\omega^{۲}y}\xrightarrow{a+\omega^{۲}y=۰}\boxed{\frac{d^{۲}y}{dt^{۲}}+\omega^{۲}y=۰}$$ شکل دوم معادله نوسانی

$\omega=\frac{۲\pi}{T}$

$$\boxed{T=۲\pi\sqrt{\frac{-y}{a}}}$$

$F=ma$

$$\boxed{F=-m\omega^{۲}y}$$ نیروی نوسانی



▼ روابط مستقل از زمان درحرکت‌های نوسانی

روابط مستقل از زمان در حرکت‌های نوسانی	
$(\frac{y}{A})^{۲}+(\frac{V}{V_m})^{۲}=۱$	$\rightarrow V=\pm\omega\sqrt{A^{۲}-y^{۲}}$
$(\frac{a}{a_m})^{۲}+(\frac{V}{V_m})^{۲}=۱$	$\rightarrow a=\pm\omega\sqrt{V_m^{۲}-V^{۲}}$

معادله حرکت متحرکی در SI به صورت $y=۰/۰۲\sin(۱۰۰t-\frac{\pi}{۸})$ می‌باشد. وقتی نوسان‌گر در $x=+۱cm$ قرار دارد و حرکتش تندشونده است، سرعتش چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

حل: وقتی بعد مثبت و حرکت تندشونده است، فاز اولیه در ربع دوم می‌باشد و سرعت منفی است.

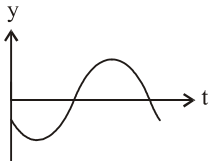
$$V=-\omega\sqrt{A^{۲}-x^{۲}}\xrightarrow{A=۰/۰۲m=۲cm}V=-۱۰۰\sqrt{۲^{۲}-۱^{۲}}=-۱۰۰\sqrt{۳}\frac{cm}{s}=-\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

▼ اختلاف فاز بین معادله حرکت- سرعت و شتاب

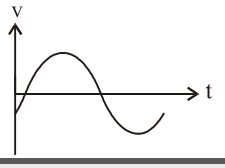
در حرکت نوسانی همواره نیرو و شتاب هم فازند	$y=A\sin(\omega t+\theta_{\circ})$
و نسبت به سرعت $\frac{\pi}{۲}$ و نسبت به بعد به اندازه‌ی π تقدم فاز دارند.	$V=A\omega\cos(\omega t+\theta_{\circ})=V_m\sin(\omega t+\theta_{\circ}+\frac{\pi}{۲})$
سرعت نسبت به شتاب $\frac{\pi}{۲}$ تأخیر فاز و نسبت به بعد به	$a=-A\omega^{۲}\sin(\omega t+\theta_{\circ})=a_m\sin(\omega t+\theta_{\circ}+\pi)$
اندازه‌ی $\frac{\pi}{۲}$ تقدم فاز دارد.	$f=ma\rightarrow f=f_m\sin(\omega t+\theta_{\circ}+\pi)$

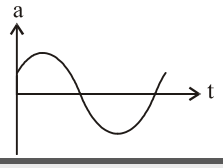
با توجه به مطالب فوق. اگر فاز اولیه معادله حرکت در ربع اول باشد فاز اولیه معادله سینوسی سرعت در ربع دوم و فاز اولیه‌ی شتاب در ربع سوم است. اگر فاز اولیه معادله حرکت در ربع دوم باشد، فاز اولیه معادله‌ی سینوسی سرعت در ربع سوم و فاز اولیه شتاب در ربع چهارم است.

نمودار $y-t$ یک نوسانگر به شکل مقابل است. نمودار سرعت – زمان و شتاب زمان، آن چگونه است؟



حل: چون فاز اولیه $y-t$، در ربع سوم است، فاز اولیه سرعت و شتاب به ترتیب ربع چهارم و اول می‌باشد.





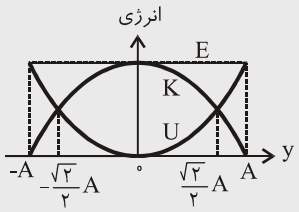
▼ انرژی

انرژی جنبشی $K=\frac{1}{2}mV^2=\frac{1}{2}m\omega^2(A^2-y^2)$

انرژی پتانسیل $U=\frac{1}{2}m\omega^2y^2$

انرژی مکانیکی $E=K+U=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$

$$\frac{K}{U}=\frac{A^2-y^2}{y^2}$$
$$\Rightarrow \frac{K}{E}=\frac{A^2-y^2}{A^2}$$
$$\frac{U}{E}=\frac{y^2}{A^2}$$



انرژی مکانیکی $E=\frac{1}{2}m\omega^2A^2$ با مجذور دامنه و مجذور بسامد نسبت مستقیم دارد.

در چه فاصله‌ای از مرکز نوسان انرژی پتانسیل و جنبشی برابر است؟

حل:

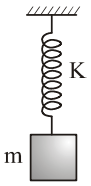
$$\frac{k}{U}=1\Rightarrow\frac{A^2-y^2}{y^2}=1\rightarrow y^2=\frac{1}{2}A^2\Rightarrow\boxed{y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A}$$

در حرکت‌های نوسانی در مکان‌های $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و در فازهای $\theta=(2n-1)\frac{\pi}{4}$ انرژی پتانسیل و جنبشی برابرند.

نوسان جرم و فنر: دوره حرکت و بسامد زاویه‌ای از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

* دوره حرکت نوسانی جرم و فنر به دامنه، شتاب جاذبه و طول فنر بستگی ندارد. با جذر جرم نسبت مستقیم و با جذر ضریب سختی فنر نسبت عکس دارد.

* انرژی مکانیکی مجموعه‌ی جرم و فنر از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.



$$\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}\Rightarrow\boxed{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\boxed{E=\frac{1}{2}kA^2}$$

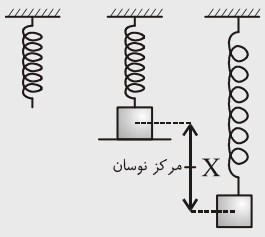
به فنری به ثابت k، جسمی به جرم m می‌بندیم و با دامنه‌ی A به نوسان در می‌آوریم. انرژی مکانیکی آن E می‌شود اگر فنر را به دو نیمه تقسیم کنیم و به یک نیمه‌ی آن جسمی به جرم ۳m بیاویزیم و آن را به دامنه $\frac{A}{2}$ به نوسان درمی‌آوریم. انرژی مکانیکی آن چند E می‌شود؟

حل: وقتی فنری به ثابت k به دو نیمه تقسیم می‌شود، ضریب سختی هر نیمه 2k می‌شود.

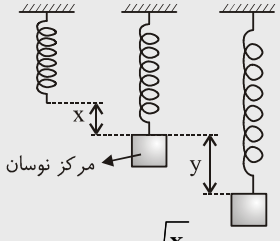
$$E=\frac{1}{2}kA^2\rightarrow\frac{E_2}{E_1}=\frac{k_2}{k_1}.(\frac{A_2}{A_1})^2\Rightarrow\frac{E_2}{E_1}=2\times(\frac{1}{2})^2=\frac{1}{2}$$

به فنری به ثابت k، جسمی به جرم m می‌بندیم و رها می‌کنیم تا جسم بر روی پاره‌خطی به طول X نوسان کند دامنه و دوره آن از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$A=\frac{X}{2},T=2\pi\sqrt{\frac{X}{2g}}$$



به فنری به ثابت k، که از سقف آویزان است جسمی به جرم m می‌بندیم. فنر پس از تغییر طولی به اندازه x جسم را به تعادل در می‌آورد. جسم را به اندازه y از وضع تعادل خارج کرده و رها می‌کنیم و جسم با دامنه و دوره زیر نوسان می‌کند



$$A=y,T=2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$$

آونگ ساده: دوره‌ی یکه آونگ ساده از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\boxed{T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

دوره آونگ ساده به جرم گلوله بستگی ندارد.

اگر به جرم گلوله علاوه بر نیروی وزن نیرویی در امتداد قائم وارد شود برای محاسبه‌ی دوره حرکت آونگ، شتاب ناشی از این نیرو تأثیر دارد. اگر نیرو به طرف بالا بود این شتاب را از g کم و اگر به طرف پایین بود جمع می‌کنیم.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g\pm a}}$$

نیرو به طرف پایین

نیرو به طرف بالا

گلوله‌ی یک آونگ آهنی است و با دوره‌ی $T = ۲s$ نوسان می‌کند. طول آونگ را نصف می‌کنیم و به کمک یک آهنربا نیرویی معادل وزن گلوله در امتداد قائم به طرف پایین به آن وارد می‌کنیم. دوره‌ی آن چند ثانیه می‌شود؟

حل:

$$\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L} \times \frac{g}{g + \frac{F}{m}}} \Rightarrow \frac{T'}{۲} = \sqrt{\frac{۱}{۲} \times \frac{g}{g + \frac{mg}{m}}} \Rightarrow T' = ۱s$$

موج‌های مکانیکی

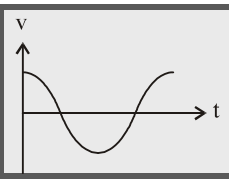
موج با سرعت ثابت در یک محیط همگن منتشر می‌شود. و معادله‌ی انتشار آن به صورت $x = Vt$ می‌باشد. سرعت انتشار امواج مکانیکی در جامدات بیش‌تر از مایعات و در مایعات بیش‌تر از گازهاست.

سرعت ارتعاشات ذرات محیط

$V = A\omega\cos(\omega t + \theta_{.})$

به خواص منبع ($\theta_{.}, \omega, A$) بستگی دارد.

مستقل از خواص محیط است.



سرعت انتشار موج

به خواص محیط بستگی دارد.

به خواص منبع بستگی ندارد.

طول موج: مسافتی که موج در یک دوره طی می‌کند طول موج نام دارد. (λ)

$$\boxed{\lambda = VT = \frac{V}{f}}$$

سرعت انتشار موج در یک سیم: جرم واحد طول سیم را با μ نشان می‌دهیم

$$\mu = \frac{m}{L} \leftarrow \text{جرم واحد طول سیم } (\frac{kg}{m})$$

$$\boxed{V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\rho.A}} = \frac{۲}{D}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}} \rightarrow \quad \text{سرعت انتشار ارتعاش } \frac{m}{s} \quad \text{چگالی سیم } (\frac{kg}{m^۳})$$

قطر سیم (m)

بنابراین برای مقایسه سرعت انتشار ارتعاشات در دو سیم از روابط زیر استفاده می‌کنیم.

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}} \times \sqrt{\frac{\mu_۱}{\mu_۲}} \Big/ \sqrt{\frac{\rho_۱}{\rho_۲}} \times \sqrt{\frac{A_۱}{A_۲}} \quad \text{یا} \quad \sqrt{\frac{\rho_۱}{\rho_۲}} \times \frac{D_۱}{D_۲}$$

تاری به طول L را که m گرم جرم دارد با نیروی F بین دو نقطه می‌کشیم و آن را مرتعش می‌کنیم. اگر تار دیگری به طول $\frac{۵}{۴}L$ و جرم $۸m$ را با همان نیروی کشش، مرتعش کنیم، سرعت انتشار موج در آن چند برابر سیم اول است؟

حل:

$$\mu_۲ = \frac{m_۲}{L_۲} = \frac{۰/۸m}{\frac{۵}{۴}L} = (۰/۸)^۲\frac{m}{L} = (۰/۸)^۲\mu_۱ \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}} \times \sqrt{\frac{\mu_۱}{\mu_۲}} = ۱ \times \sqrt{\frac{\mu_۱}{۰/۸^۲\mu_۱}} = \frac{۵}{۴}$$

در رابطه‌ی $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ در صورتی که جرم سیم تغییر نکند و طول آن تغییرکند سرعت انتشار ارتعاشات با جذر طول سیم نسبت مستقیم پیدا می‌کند ولی اگر با تغییر طول سیم جرم آن هم به همان نسبت تغییرکند، μ ثابت می‌ماند و سرعت انتشار ارتعاشات به طول سیم بستگی ندارد.

سرعت انتشار ارتعاشات در سیمی که با نیروی F کشیده می‌شود V می‌باشد. اگر سیم را از دستگاهی عبور دهیم تا طولش دو برابر شود و سیم را با همان نیرو بکشیم، سرعت انتشار ارتعاشات در سیم چند برابر می‌شود؟

حل: چون جرم ثابت می‌ماند سرعت انتشار ارتعاشات با جذر طول نسبت مستقیم دارد.

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{L_۲}{L_۱}} = \sqrt{۲}$$

دو سیم به طول‌های L و $۳L$ از یک کلاف سیم همگن می‌بریم و آن‌ها را با نیروی کشش یکسان می‌کشیم. سرعت انتشار ارتعاشات در سیم اول چند برابر سرعت در سیم دوم است؟ (جواب: ۱ برابر)

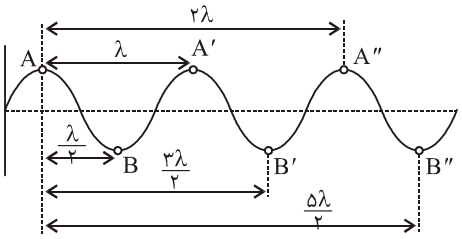
* وقتی امواج یک منبع موج از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود بسامد ثابت می‌ماند در این صورت طبق رابطه‌ی $\lambda = \frac{V}{f}$ طول موج به نسبت تغییرات سرعت انتشار موج تغییرمی‌کند.

$$f_۱ = f_۲ \Rightarrow \boxed{\frac{\lambda_۱}{\lambda_۲} = \frac{V_۱}{V_۲}}$$

* اگر دو منبع امواج خود را در یک محیط منتشر کنند، سرعت انتشار امواج برای هر دو منبع در این محیط برابر است و $V_1 = V_2 \Rightarrow \boxed{\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1}}$

طبق رابطه‌ی $\lambda = \frac{V}{f}$ طول موج با فرکانس منبع نسبت عکس دارد.

نقاط هم فاز: نقاطی هستند که در هر لحظه بعدهای برابر دارند. فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر مضرب صحیح از λ است، موج فاصله نقاط هم‌فاز را در مضرب صحیحی از یک دوره طی می‌کند (نقاط A, A', A'') اختلاف فاز معادله آن‌ها مضرب زوجی از π است.



نقاط در فاز مقابل: نقاطی هستند که در هر لحظه بعد قرینه‌ای دارند. فاصله آن‌ها از یکدیگر مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است. موج فاصله‌ی دو نقطه‌ی در فاز مقابل را در مضرب فردی از $\frac{T}{2}$ طی می‌کند (نقاط A با B' یا B'' یا B''')

نقاط هم‌فاز	نقاط در فاز مقابل
$d = n\lambda$	$d = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$
$\Delta\theta = 2n\pi$	$\Delta\theta = (2n-1)\pi$
$t = nT$	$t = (2n-1)\frac{T}{2}$

موج طولی: موجی است که امتداد ارتعاشات ذرات محیط، منطبق بر امتداد انتشار موج است. امواج مکانیکی در سیالات طولی منتشر می‌شوند.

موج عرضی: موجی است که امتداد ارتعاشات ذرات محیط، عمود بر امتداد انتشار موج است. در سطح جدایی بین دو محیط امواج مکانیکی، عرضی منتشر می‌شوند.

معادله موج: اگر معادله‌ی منبع ارتعاشات یک موج که با سرعت V و طول موج λ در یک محیط منتشر می‌شود به صورت $y_{.} = A\sin(\omega t + \theta_{.})$ باشد معادله ارتعاشات نقطه‌ای به فاصله‌ی x از منبع موج (ox در جهت انتشارموج) به شکل‌های زیر است.

$$U_y = A\sin(\omega t - kx) = A\sin(\omega t - \omega t_m) = A\sin(\omega t - \frac{\omega x}{V}) = A\sin(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}) \qquad \boxed{k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

(U_y: جهت انتشار ذرات محیط، x: جهت انتشار موج)

t_m زمان رسیدن موج از منبع به نقطه‌ی موردنظر و k عدد موج است.

بنابراین اختلاف فاز معادله حرکت ارتعاشی دو نقطه که در یک امتداد با منبع موج هستند از روابط زیر بدست می‌آید: $\boxed{\phi = \frac{\omega x}{V} = \omega t_m = \frac{2\pi x}{\lambda} = kx}$

معادله‌ی حرکت ارتعاشی دو نقطه از یک محیط در یک امتداد با منبع موج هستند به صورت $y_A = 2\sin(100\pi t - \frac{\pi}{8})$ و $y_B = 2\sin(100\pi t - \frac{\pi}{12})$ می‌باشد. اگر امواج با سرعت $24\frac{m}{s}$ درمحیط منتشر شوند، بدست آورید؟

۱) حداقل فاصله این دو نقطه

۲) فاصله این دو نقطه به شرطی که بدانیم بین این دو نقطه، سه نقطه‌ی هم فاز با A وجود دارد.

حل:

$$1)\ \phi = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{24} \qquad \phi = \frac{\omega x}{V} \Rightarrow \frac{\pi}{24} = \frac{100\pi x}{24} \Rightarrow \boxed{x = 0/01m}$$

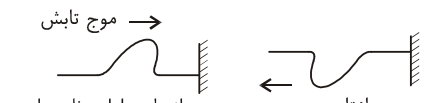
در این حالت به ازاء هر نقطه هم فاز با یکی از دو نقطه، به مقدار فوق λ اضافه می‌کنیم.

$$2)\ \lambda = \frac{V}{f} = \frac{24}{50} = 0/48m$$

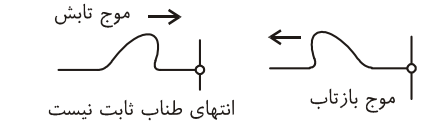
$$x' = x + 3\lambda = 0/01 + 3\times 0/48 = 1/54m$$

جبهه‌ی موج: مکان هندسی نقطه‌هایی از محیط است که در آن نقطه‌ها، تابع موج دارای فاز یکسانی است.

بازتاب موج از انتهای ثابت: اگر انتهای یک محیط نتواند نوسان کند، آن را مانع سخت می‌گوییم. موج در برخورد به مانع سخت طوری برمی‌گردد که امواج در رفت به طرف مانع و برگشت از روی آن در محل مانع اختلاف فازی به اندازه‌ی π دارند. یعنی موج برگشتی، وارون موج رفت می‌باشد.

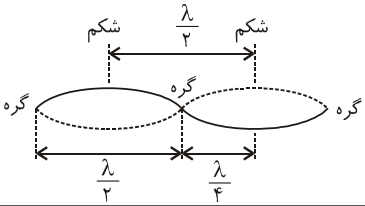


بازتاب موج از انتهای آزاد: اگر انتهای محیط بتواند آزادانه نوسان کند، آن را مانع نرم می‌گوییم. موج در برخورد به مانع نرم بدون اختلاف فاز برمی‌گردد. یعنی موج وارونه نمی‌شود.



اصل برهم نهی موج‌ها: هر موج در حال انتشار بدون آن که برای انتشار سایر موج‌ها مزاحمتی ایجاد کند، از آن‌ها عبور می‌کند. در نقطه‌ای که دو یا چند موج با هم تلاقی می‌کنند. جابه‌جایی ذره‌ای از محیط که در آن نقطه است، برابر برآیند جابه‌جایی‌های حاصل از هر یک از موج‌هاست $\vec{U} = \vec{U_1} + \vec{U_2} + ...$

فاصله‌ی گره‌ها و شکم‌ها: فاصله‌ی دو گره متوالی یا دو شکم متوالی $\frac{\lambda}{2}$ و فاصله‌ی یک گره از شکم مجاورش $\frac{\lambda}{4}$ می‌باشد.



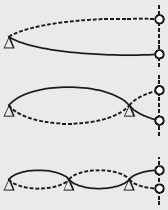
تعیین بسامد و طول موج: در تارهای دو سربسته و یک سر بسته

تارهای یک سربسته

اولین صوت (صوت اصلی) $L = \frac{\lambda}{4}$

دومین صوت $L = \frac{3\lambda}{4}$

سومین صوت $L = \frac{5\lambda}{4}$



$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \xrightarrow{\lambda=\frac{V}{f}} f = \frac{(2n-1)V}{4L} = \frac{2n-1}{4L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

تعداد شکم‌ها= تعداد گره‌ها= شماره صوت = n

شماره هماهنگ $= 2n-1$

به ازاء $n=1$ تار بم‌ترین صوت (صوت اصلی) را اجرا می‌کند. تار مرتعش یک سربسته فقط هماهنگ‌های فرد صوت اصلی را اجرا می‌کنند.

بسامد صوت اصلی $\rightarrow$ بسامد صوت n ام $f_n = (2n-1)f_1$

اگر f' و f'' بسامدهای متوالی تار باشند داریم:

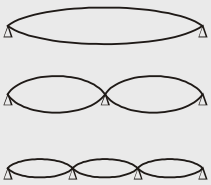
$f_1 = \frac{|f' - f''|}{2}$

تارهای دو سربسته

اولین صوت (صوت اصلی) $L = \frac{\lambda_1}{2}$

دومین صوت $L = 2\frac{\lambda}{2}$

سومین صوت $L = \frac{3\lambda_3}{2}$



$L = n\frac{\lambda_n}{2} \xrightarrow{\lambda=\frac{V}{f}} f = \frac{nV}{2L} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

تعداد شکم‌ها = شماره صوت = شماره هماهنگ = n

تعداد گره‌ها $= n+1$

به ازاء $n=1$ تار بم‌ترین صوت (صوت اصلی) را اجرا می‌کند.

مضارب صحیحی از بسامد صوت اصلی را هماهنگ صوت اصلی می‌گوییم تارمرتعش دو سربسته هماهنگ‌های فرد و زوج صوت اصلی را اجرا می‌کنند.

بسامد صوت اصلی $\rightarrow$ بسامد صوت n ام $f_n = nf_1$

اگر f' و f'' بسامدهای متوالی تار باشند داریم: $f_1 = |f' - f''|$

برهم نهی سازنده: هرگاه اختلاف فاصله‌ی یک نقطه تا دو منبع مضرب صحیح از λ باشد، امواج رسیده از دو منبع به این نقطه، هم فازند ترکیب امواج در این نقطه، سازنده است. دامنه ارتعاشی این نقطه برابر با جمع دامنه‌های امواج رسیده به این نقطه می‌شود. انرژی ارتعاشی این نقطه بیشینه می‌شود. در این حالت در این نقطه شکم تولید می‌شود. $d_2 - d_1 = n\lambda$

برهم نهی ویرانگر: هرگاه اختلاف فاصله‌ی یک نقطه از دو منبع مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ باشد، امواج رسیده به این نقطه، در فاز مقابل‌اند. ترکیب امواج در این نقطه ویرانگر است دامنه ارتعاشی این نقطه تفاضل دامنه دو موج رسیده می‌باشد. انرژی ارتعاشی این نقطه کم‌ترین است در این حالت در این نقطه گره ایجاد می‌شود.

$d_2 - d_1 = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$

صوت

امواجی که فرکانس آن‌ها بین $20Hz$ تا $20000\ Hz$ باشد توسط انسان شنیده می‌شود. صوتی که بسامدش کم‌تر است **فروصوت** و صوتی که بسامدش بیش‌تر است **فراصوت** می‌گوییم. سرعت انتشار صوت در یک گاز از رابطه زیر به دست می‌آید.

$V = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}$ $\rightarrow$ $T = C + 273$ $\rightarrow$ $M = \frac{m}{n}$

$\gamma = \frac{C_{MP}}{C_{MV}}$ (به تعداد اتم‌های تشکیل دهنده مولکول گاز بستگی دارد)

برای مقایسه سرعت انتشار صوت در دو گاز از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$\frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma'} \times \frac{T}{T'} \times \frac{M'}{M}}$

سرعت صوت در هوا، سرعت صوت در هوای صفردرجه $331\ \frac{m}{s}$ است. در دماهای حدود صفر از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید. $V = V_0 + 0/6\theta$

لوله‌های صوتی دو سرباز

اولین صوت (صوت اصلی) $L=\frac{\lambda}{2}$

$L=\frac{2\lambda}{2}$

$L=\frac{3\lambda}{2}$

$L=\frac{n\lambda}{2} \xrightarrow{\lambda=\frac{V}{f}} f=\frac{nV}{2L}=\frac{n}{2L}\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

تعداد گره‌ها= شماره صوت = شماره هماهنگ= n

تعداد شکم‌ها $=n+1$

لوله‌های صوتی یک سربسته

اولین صوت (صوت اصلی) $L=\frac{\lambda}{4}$

دومین صوت $L=\frac{3\lambda}{4}$

سومین صوت $L=\frac{5\lambda}{4}$

$L=(2n-1)\frac{\lambda}{4} \xrightarrow{\lambda=\frac{V}{f}} f=\frac{(2n-1)V}{4L}=\frac{2n-1}{4L}\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$

تعداد گره‌ها = تعداد شکم‌ها = شماره صوت = n

شماره هماهنگ $=2n-1$

اگر f' و f'' فرکانس‌های دو صوت متوالی یک لوله صوتی باز باشد داریم:

$f_1=|f'-f''|$

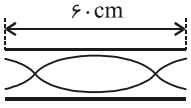
اگر f' و f'' فرکانس‌های دو صوت متوالی یک لوله صوتی یک سربسته باشد داریم: $f_1=\frac{|f'-f''|}{2}$

- در صورتی که دو منبع صوتی هم صدا باشند، بسامد آن‌ها برابر است.
- در صورتی که بسامد دو منبع صوتی برابر باشد، یکدیگر را تشدید می‌کنند.
- در لوله‌های صوتی، موج‌های ایستاده‌ی طولی و در تارهای مرتعش، موج‌های ایستاده عرضی تولید می‌شود.

▼مقایسه‌ی لوله‌های صوتی باز و بسته

$$\frac{f_{باز}}{f_{بسته}}=\frac{n_{باز}}{2n-1_{بسته}}\times\frac{2L_{بسته}}{L_{باز}}\times\sqrt{\frac{\gamma_{باز}}{\gamma_{بسته}}\times\frac{T_{باز}}{T_{بسته}}\times\frac{M_{بسته}}{M_{باز}}}$$

در شکل مقابل، لوله‌ی صوتی؛ صدای دیاپازونی به تشدید درآمده است. طول لوله صوتی یک انتهای بسته‌ای چند سانتی‌متر باشد؛ آن هم در همان محل به تشدید در آید و در طول آن نیز ۳ شکم تشکیل شود.



(سراسری ریاضی -۸۹)

حل: $\frac{f_{باز}}{f_{بسته}}=\frac{n_{باز}}{2n-1_{بسته}}\times\frac{2L_{بسته}}{L_{باز}} \xrightarrow{f=f} 1=\frac{2}{2\times3-1}\times\frac{2\times L_{بسته}}{60} \Rightarrow L_{بسته}=75cm$

شدت صوت: مقدار انرژی صوتی است که در واحد زمان عمود بر واحد سطح عبور کند. آن را با I نشان می‌دهیم.

$I=\frac{\frac{E}{t}}{A}=\frac{E}{A.t}=\frac{P}{A}$

$I=\frac{P}{4\pi R^2}$ ← شدت صوت گذرنده از کره‌ای به شعاع R

مقایسه‌ی شدت صوت‌ها: شدت صوت با مجذور دامنه ارتعاش منبع و مجذور فرکانس آن نسبت مستقیم و با مجذور فاصله‌ی شنونده از منبع نسبت عکس دارد.

$I\alpha\frac{A^2f^2}{d^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1}=(\frac{A_2}{A_1}\times\frac{f_2}{f_1}\times\frac{d_1}{d_2})^2$

شدت صوت آستانه‌ی شنوایی: کم‌ترین شدت صوتی که انسان می‌تواند بشنود، آستانه‌ی شنوایی می‌باشد شدت آن برابر است با:

$I_0=10^{-6}\frac{\mu w}{m^2}=10^{-12}\frac{w}{m^2}$

شدت آستانه‌ی دردناکی: بیشینه‌ی شدت صوتی که انسان می‌تواند بدون درد گوش بشنود، آستانه دردناکی می‌باشد. شدت آن برابر با آستانه‌ی شنوایی و دردناکی به بسامد بستگی دارند.

$I=1\frac{w}{m^2}$

تراز شدت صوت: عبارتست از لگاریتم در پایه‌ی ده نسبت شدت صوت به صوت مبنا و آن را با β نشان می‌دهیم.

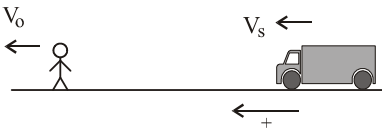
$\beta=\log\frac{I}{I_0}$

تراز شدت دو صوت: برای مقایسه‌ی تراز شدت صوت‌ها از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.

$\frac{I_2}{I_1}=(\frac{f_2}{f_1}\times\frac{A_2}{A_1}\times\frac{d_1}{d_2})^2$; $\beta_2-\beta_1=\log\frac{I_2}{I_1}$

▼اثر دوپلر (مخصوص رشته ریاضی):

هرگاه یک منبع و یک شنونده نسبت به هم حرکت داشته باشند. بسامدی که شنونده دریافت می‌کند با بسامد واقعی منبع صوت متفاوت است به این پدیده، **«پدیده دوپلر»** می‌گوییم.



در استفاده از این رابطه جهت مثبت از طرف منبع به طرف شنونده است.

سرعت شنونده ↑ ، بسامدی که شنونده دریافت می‌کند ← $f_o = \frac{V - V_o}{V - V_s} f_s$ ← بسامد منبع ، سرعت صوت در هوا ↙ ، سرعت منبع ↘

* **اگر منبع صوت ساکن باشد، همواره شنونده صوت دریافتی را با همان طول موج گسیل شده از منبع دریافت می‌کند.**

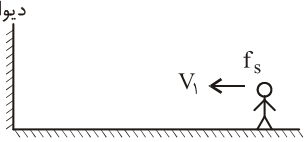
$$\lambda_o = \lambda_s = \frac{V}{f_s}$$

* اگر چشمه‌ی صوت با سرعت V_s حرکت کند طول موج در جلو و پشت منبع از رابطه‌های زیر محاسبه می‌شود.

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_{o_1} = \dfrac{V - V_s}{f_s} \quad \text{در جلوی چشمه صوت} \\ \lambda_{o_2} = \dfrac{V + V_s}{f_s} \quad \text{در پشت چشمه صوت} \end{array}\right| \Rightarrow \boxed{\frac{\lambda_{o_1}}{\lambda_{o_2}} = \frac{f_{o_2}}{f_{o_1}} = \frac{V - V_s}{V + V_s}}$$

; فرکانس در جلوی منبع = f_{o_1} ، فرکانس در پشت منبع = f_{o_2}

اگر شخصی منبعی با بسامد f_s در دست داشته باشد و با سرعت V_1 به طرف دیواری حرکت کند. بسامد صوت برگشتی از صخره که توسط شنونده ساکن دریافت می‌شود و همچنین بسامد صوت برگشتی که خودشخص دریافت می‌کند از دو رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.



$\boxed{f = \frac{V + V_1}{V - V_1} f_s}$ بسامد پژواک (دریافتی توسط شخص)	$\boxed{f = \frac{V}{V - V_1} f_s}$ بسامد پژواک (دریافتی توسط شنونده ساکن)

تذکر: اگر شخص از دیوار با سرعت V_1 دور شود. در فرمول‌های فوق به جای V_1 بایستی $-V_1$ قرار داد.

موج‌های الکترومغناطیس

از دو میدان الکتریکی و مغناطیسی متناوبِ هم فرکانسِ عمود برهم تشکیل می‌شود.

۱- از تغییر هریک از دو میدان، دیگری به وجود می‌آید.
۲- امواجی عرضی و رونده می‌باشند.
۳- از روی موانع منعکس می‌شوند.
۴- برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند.
۵- توسط محیط‌های مادی جذب می‌شوند.
۶- در محیط‌های غیرفلزی، هم فازند.
۷- حامل بارالکتریکی نیستند.
۸- حامل انرژی هستند.
۹- تمامی آن‌ها در خلاء با سرعت C منتشر می‌شوند که از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \simeq 3\times10^8 \frac{m}{s} \quad \mu_0 = 4\pi\times10^{-7} \frac{T.m}{A}, \varepsilon_0 = 8/85\times10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$$

طیف امواج الکترومغناطیس: این موج‌ها، طیف پیوسته‌ای را تشکیل می‌دهند که با وجود تفاوت بسیار در بسامد و نحوه‌ی تولید و آشکارسازی آن‌ها ماهیت و قانون‌های حاکم بر آن‌ها یکسان است.

اشعه گاما	اشعه X	فرابنفش UV	نورمرئی	فروسرخ IR	امواج رادیویی			
			بنفش-نیلی-آبی-سبز-زرد-نارنجی-قرمز		ماهواره	تلویزیون	رادیو	بی‌سیم
$\lambda = 10^{-12}m$	$\lambda = 10^{-10}m$	$\lambda = 10^{-8}m$	$\lambda_v = 4100\text{Å}$ $\lambda_r = 6600\text{Å}$	$\lambda = 10^{-4}m$	$\lambda = 10^{-2}m$			$\lambda = 10^{5}m$

طول موج کوتاه‌تر- بسامد، قدرت نفوذ، انرژی بیشتر ←

* رنگ یک نور وابسته به بسامد آن است. وقتی نور از یک محیط وارد محیط دیگر می‌شود، بسامد آن تغییر نمی‌کند ولی سرعت انتشار آن تغییر می‌کند. بنابراین رنگ نور عوض نمی‌شود. طبق رابطه $\lambda = \frac{V}{f}$، طول موج نور به نسبت تغییر سرعت آن، تغییر می‌کند. ضریب شکست →

$$\boxed{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{n_1}{n_2}}$$

← طول موج (m)
← سرعت انتشار نور $(\frac{m}{s})$

نحوه‌ی تولید، آشکارسازی و کاربرد طیف موج‌های الکترومغناطیسی

نام و حدود طول موج	چشمه	وسایل آشکارسازی	بعضی از ویژگی‌های خاص و کاربرد
پرتو گاما (γ) $1Pm = 10^{-12}m$	هسته‌ی مواد رادیواکتیو و پرتوهای کیهانی	شمارش‌گر گایگر- مولر و فیلم عکاسی	فوتون‌های با انرژی بسیار بالا و با قدرت نفوذ بسیار زیاد، خیلی خطرناک کاربرد : بافت‌های سرطانی را ازبین می‌برد، برای پیدا کردن ترک در فلزات، برای ضدعفونی‌کردن تجهیزات و وسایل
پرتوی ایکس (X) $100Pm = 10^{-10}m$	لامپ پرتو X	فیلم عکاسی و صفحه‌ی فلوئورسان	فوتون‌های بسیار پرانرژی و با قدرت نفوذ زیاد، خیلی خطرناک کاربرد : استفاده در پرتونگاری، استفاده در مطالعه‌ی ساختار بلورها، معالجه‌ی بیماری‌های پوستی، استفاده در پرتو درمانی
فرابنفش (uv) $10nm = 10^{-8}m$	خورشید، جسم‌های خیلی داغ، جرقه‌ی الکتریکی، لامپ بخار جیوه	فیلم عکاسی، فوتوسل	ویژگی‌ها : توسط شیشه جذب می‌شود، سبب بسیاری از واکنش‌های شیمیایی می‌شود، یاخته‌های زنده را از بین می‌برد. کاربرد : لامپ‌های uv در پزشکی
نور مرئی (سبز) $0/6\mu m = 6\times10^{-7}m$	خورشید، جسم‌های داغ، لیزرها	چشم، فیلم عکاسی، فوتوسل	ویژگی‌ها : در دیدن اجسام نقش اساسی دارد، برای رشد گیاهان و عمل فتوسنتز نقش حیاتی دارد. کاربرد : در سیستم‌های مخابراتی (لیزر و تارهای نوری) مورد استفاده قرار می‌گیرد.
فروسرخ (IR) $100\mu m = 10^{-4}m$	خورشید، جسم‌های گرم و داغ	فیلم‌های مخصوص عکاسی	ویژگی : هنگامی که جذب می‌شود، پوست را گرم می‌کند. کاربرد : برای گرم‌کردن، برای فیلم‌برداری و عکاسی در مه و تاریکی، عکاسی IR توسط ماهواره‌ها
رادیویی $3m(VHF)$	اجاق‌های مایکروویو، آنتن‌های رادیویی و تلویزیونی	رادیو و تلویزیون	کاربرد : در آشپزی، رادیو، تلویزیون، مخابرات ماهواره‌ای و در رادارها برای آشکارسازی هواپیما، موشک و کشتی

آزمایش یانگ: دو منبع نوری تک رنگ در فاصله‌ی a از یکدیگر قرار دارند و امواجی را با طول موج λ در محیط منتشر می‌کنند، پرده‌ای در فاصله‌ی D از دو منبع قرار دارد و نوارهای تداخلی روی آن تشکیل می‌شود. عمودمنصف S_1, S_2 دو منبع را در دو نقطه‌ی O قطع می‌کنند که محل تشکیل نوار روشن مرکزی است. در آزمایش یانگ از فرمول‌های زیر استفاده می‌شود.

فاصله‌ی n امین نوار روشن از نوار روشن مرکزی (فاصله‌ی $n+1$ نوار روشن و یا تاریک متوالی) $x = n\frac{\lambda D}{a}$

فاصله‌ی n امین نوار تاریک از نوار روشن مرکزی $x = \frac{2n-1}{2}\frac{\lambda D}{a} = (n-0/5)\frac{\lambda D}{a}$

اگر پهنای نوارها یکسان باشد پهنای هر نوار برابر خواهدبود با: $I = \frac{1}{2}\frac{\lambda D}{a}$

اختلاف فاز امواج رسیده از دو منبع به محل تشکیل n امین نوار روشن ..... $\Delta\phi = 2n\pi$

اختلاف فاز امواج رسیده از دو منبع به محل تشکیل n امین نوار تاریک ..... $\Delta\phi = (2n-1)\pi$

اختلاف راه امواج رسیده از دو منبع به محل تشکیل n امین نوار روشن ..... $d_2 - d_1 = n\lambda$

اختلاف راه امواج رسیده از دو منبع به محل تشکیل n امین نوار تاریک ..... $d_2 - d_1 = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$

اختلاف زمانی امواج رسیده از دو منبع به محل تشکیل n امین نوار روشن ..... $\Delta t = nT = n\frac{\lambda}{C}$

اختلاف زمانی امواج رسیده از دو منبع به محل تشکیل n امین نوار تاریک ..... $\Delta t = (2n-1)\frac{T}{2} = \frac{2n-1}{2}\frac{\lambda}{C}$

آشنایی با فیزیک اتمی و لیزر

تابش ازسطح اجسام: ازسطح همه‌ی اجسام در هر دمایی موج‌های الکترومغناطیسی گسیل می‌شودکه به آن «**تابش گرمایی**» می‌گوییم. تابش گسیل شده از هر جسم به دمای آن و برخی از **خصوصیات سطح** آن بستگی دارد. و در آن همه‌ی طول موج‌ها از فروسرخ تا مرئی و فرابنفش به صورت طیف پیوسته وجود دارد.

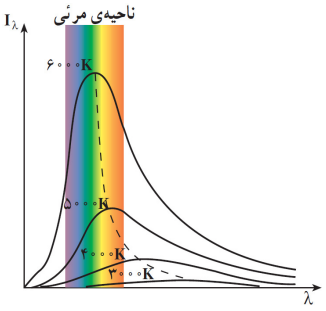
ضریب جذب: از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$a_\lambda = \frac{\text{انرژی تابشی جذب شده با طول موج } \lambda}{\text{انرژی تابشی فرودی با طول موج } \lambda} < 1$$

جسم سیاه: جسمی است که ضریب جذب آن برای تمام طول موج‌ها، ۱ باشد. هرجسم سیاهی، سیاه رنگ است ولی هرجسم سیاه رنگی جسم سیاه نیست.

شدت تابش: مقدار کل موج‌های الکترومغناطیسی‌ای که در واحد زمان از واحد سطح آن جسم گسیل می‌شود شدت تابش نام دارد هرچه ضریب جذب جسم بیش‌تر باشد، شدت تابش آن نیز بیش‌تر است. **جسم سیاه بهترین گسیل دهنده موج‌های الکترومغناطیسی و بهترین جذب کننده‌ی این موج‌هاست.**

تابندگی: تابندگی یک جسم در طول موج λ برابر است با مقدار انرژی موج‌های الکترومغناطیس با طول موج‌های بین λ و $\lambda + \Delta\lambda$ که در واحد زمان از واحد سطح جسم گسیل می‌شود. آن را با I_λ نشان می‌دهیم. نمودار تابندگی برحسب λ به شکل زیر است. وقتی دمای جسم بالا می‌رود اولاً گسترده‌ی طول موج‌های تابشی افزایش می‌یابد. ثانیاً تابندگی تمامی طول موج‌ها زیاد می‌شود. ثالثاً بیشینه‌ی منحنی یعنی طول موجی که با بیش‌ترین تابندگی گسیل می‌شود به طرف طول موج‌های کوتاه‌تر میل می‌کند این مطلب با معادله زیر بیان می‌شود.



$$\lambda_m . T = C = ۲/۹ \times ۱۰^{-۳}\ m.k$$

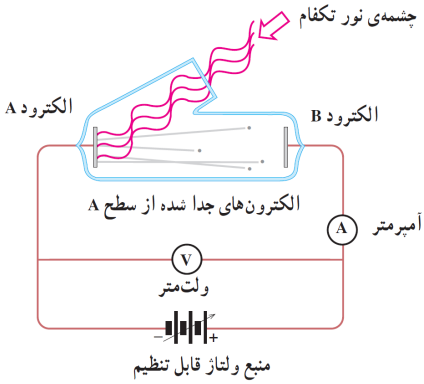
مقدار انرژی‌ای که جسم به صورت امواج الکترومغناطیسی گسیل می‌کند از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$E = nhf = nh\frac{C}{\lambda} \quad ; \quad h = ۶/۶۳ \times ۱۰^{-۳۴}\ J.s$$

الکترون ولت: تغییر انرژی یک الکترون است وقتی بین دو نقطه با اختلاف پتانسیل یک ولت جابه‌جا می‌شود.

$$۱ev = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\ J$$

پدیده فوتوالکتریک: کنده شدن الکترون از سطح یک فلز را پدیده **فوتوالکتریک** و الکترون کنده شده را فوتوالکترون می‌نامیم.



۱) افزایش ولتاژ، نقشی در ایجاد پدیده‌ی فوتوالکتریک ندارد.

۲) مقدار ولتاژ متوقف‌کننده به شدت پرتو فرودی و به عبارتی به تعداد فوتون‌های گسیلی بستگی ندارد.

۳) مقدار ولتاژ متوقف‌کننده به بسامد نور فرودی بستگی دارد.

۴) ولتاژ متوقف‌کننده به جنس الکترود فلز A بستگی دارد.

تابع کار: حداقل انرژی لازم برای کندن الکترون از سطح یک فلز را تابع کار آن فلز می‌گوییم. $(w_.)$

بسامد قطع: حداقل فرکانسی که فوتون بایستی داشته باشد تا بتواند الکترون را از سطح فلز جدا کند. $(f_.)$

طول موج قطع، حداکثر طول موجی که فوتون بایستی داشته باشد تا بتواند الکترون را از سطح فلز جدا کند $(\lambda_.)$

$$\lambda_. = \frac{C}{f_.} = \frac{ch}{w_.} \qquad f_. = \frac{w_.}{h}$$

انرژی جنبشی سریع‌ترین فوتوالکترون‌های گسیل شده و ولتاژ قطع از رابطه روبه‌رو بدست می‌آیند:

$$V_. = \frac{hf - w_.}{e} = \frac{h\frac{C}{\lambda} - w_.}{e}$$

$$J \leftarrow k = hf - w_. \rightarrow J \quad (J.s \ \ Hz)$$

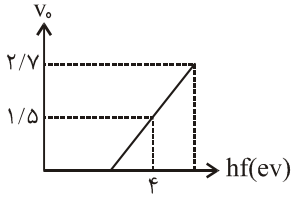
$$ev \leftarrow k = hf - w_. \rightarrow ev \quad (evs \ \ ev \ \ Hz)$$

منحنی ولتاژ منحنی نسبت به انرژی فوتون‌ها برحسب ev رسم شده است. برای چه فوتونی ولتاژ قطع ۲/۷ev می‌باشد؟

حل:

$$V_. = \frac{hf - w_.}{e} \Rightarrow ۱/۵ = ۴ - w_. \Rightarrow w_. = ۲/۵ ev$$

$$V_. = \frac{hf - w_.}{e} \Rightarrow ۲/۷ = hf - ۲/۵ \Rightarrow hf = ۵/۲ ev$$



▼انواع طیف‌ها:

۱- طیف پیوسته: طیفی است که فاصله‌ای بین طول موج‌هایی که در طیف وجود دارد نیست. و در آن مرز بین رنگ‌ها مشخص نمی‌باشد. مولد این طیف‌ها **جامدهای ملتهب** و **مذاب فلزات** می‌باشند.	**۲- طیف خطی یا اتمی:** از چند خط رنگی جدا از هم تشکیل می‌شود. مولد این طیف‌ها **بخار فلزات** و یا **گازهای ملتهب** می‌باشند.
۳- طیف گسیلی: از منبع نور مستقیماً وارد طیف نما می‌شود.	**۴ – طیف جذبی:** اگر نور قبل از ورود به طیف‌نما از یک محیط واسطه‌ی ملتهب عبور کند در طیف رنگی آن خطوط تاریکی ایجاد می‌شود که به آن خطوط جذبی می‌گویند.

* طیف‌های گسیلی و جذبی هیچ دو عنصری مثل هم نیست.

* طیف جذبی هر عنصر منطبق بر طیف نشری آن است.

طیف خورشید: یک طیف رنگی دارای خطوط جذبی می‌باشد. که این خطوط مربوط به عناصر واقع در جو خورشید می‌باشند. این خطوط را خطوط «**فرانهوفر**» می‌گویند.

رابطه‌ی ریدبرگ- بالمر: طیف اتمی هیدروژن از چهارخط رنگی تشکیل می‌شود. طول موج این خط‌ها از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$(nm) \leftarrow \boxed{\lambda = ۳۶۴/۵۶ \frac{n^۲}{n^۲ - ۴}}, n = ۳,۴,۵,۶$$

خط‌های دیگر طیف هیدروژن که در ناحیه نامرئی هستند از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$\boxed{\lambda = ۳۶۴/۵۶ \frac{n^۲}{n^۲ - ۱۶}}; n = ۵ و ۶ \qquad \boxed{\lambda = ۳۶۴/۵۶ \frac{n^۲}{n^۲ - ۹}}; n = ۴ و ۵ و ۶$$

ریدبرگ فرمول دیگری برای محاسبه تمامی خطوط طیف هیدروژن بدست آورد. براساس این فرمول هرگاه الکترون از مدار n به n' پرش کند طول موج فوتون تابش از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\boxed{\frac{۱}{\lambda} = R_H (\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲})} \quad n > n', R_H = ۰/۰۱ (nm)^{-۱}$$

* به ازاء $n' = n + ۱$ فوتون تابشی که کم‌ترین انرژی در بین فوتون‌های آن رشته و بلندترین طول موج را دارد به دست می‌آید.

نام رشته	مقدار n'	رابطه‌ی ریدبرگ مربوط	مقدارهای n	گستره‌ی طول موج
لیمان	۱	$\frac{۱}{\lambda} = R_H (\frac{۱}{۱^۲} - \frac{۱}{n^۲})$	$n = ۲,۳,۴,...$	فرابنفش
بالمر	۲	$\frac{۱}{\lambda} = R_H (\frac{۱}{۲^۲} - \frac{۱}{n^۲})$	$n = ۳,۴,۵,...$	فرابنفش و مرئی
پاشن	۳	$\frac{۱}{\lambda} = R_H (\frac{۱}{۳^۲} - \frac{۱}{n^۲})$	$n = ۴,۵,۶,...$	فروسرخ
براکت	۴	$\frac{۱}{\lambda} = R_H (\frac{۱}{۴^۲} - \frac{۱}{n^۲})$	$n = ۵,۶,۷,...$	فروسرخ
پفوند	۵	$\frac{۱}{\lambda} = R_H (\frac{۱}{۵^۲} - \frac{۱}{n^۲})$	$n = ۶,۷,۸,...$	فروسرخ

▼الگوهای اتمی:

۱- مدل تامسون: در این مدل اتم به صورت خمیری دارای بار مثبت فرض شده که الکترون‌ها (دارای بارمنفی) مثل کشمش‌های یک کیک کشمشی در آن توزیع شده‌اند. این مدل قادر به توجیه آزمایش پراکندگی ذرات α (آزمایش رادرفورد نیست.)

۲- مدل رادرفورد: در این مدل، هسته‌ی اتم، کم حجم و سنگین و دارای بارالکتریکی مثبت است که الکترون‌های دارای بارمنفی در فواصل بسیار دوری از آن قرار دارند. و بر روی دایره‌هایی در اطراف هسته در چرخش هستند. اشکالات این مدل ۱- عدم توجیه پایداری الکترون در اطراف آن ۲- عدم توجیه طیف اتمی عناصر

۳- مدل بور: بر مبنای چهار فرضیه استوار است.

۱- الکترون‌ها تنها روی مدارهای دایره‌ای با شعاع‌های معینی حرکت می‌کنند. این مدارها را مانا می‌نامیم. برای کوچک‌ترین شعاع مدارالکترون در اتم هیدروژن داریم.

$$\boxed{a_. = \frac{h^۲}{۴\pi^۲ mke^۲}}$$

۲- الکترون در حین حرکت روی یک مدار مانا، تابشی گسیل نمی‌کند.

۳- شعاع چرخشی الکترون در مدارهای مانا از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید.

$$\boxed{a_n = n^۲ a_.} \; n = ۲,۳,...$$

۴- الکترون وقتی از یک حالت مانا با انرژی E_{n_1} به حالت مانای دیگری به انرژی کم‌تر (E_{n_2}) برود موج الکترومغناطیسی تابش می‌کند.

$$E_{n_1} - E_{n_2} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

* سرعت الکترون با جذر شعاع دوران نسبت عکس دارد.

$$V \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

* انرژی الکترون با شعاع دوران نسبت عکس دارد. می‌توان نوشت:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{r_1}{r_2} = (\frac{n_1}{n_2})^2$$

اگر انرژی الکترون در مدار پایه E_R باشد انرژی الکترون در مدار n ام برابر است با:

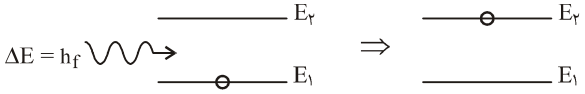
$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \quad E_R = 13/6 ev$$

نظریه‌ی بور برای اتم‌های که در مدارآخریشان تک الکترون دارند نیز بکار می‌رود (به شکل مقابل)

$$E_n = -E_R \frac{Z^2}{n^2}$$ (Z عدداتمی عنصر موردنظر)

لیزر: از فوتون‌هایی که همگی هم جهت و هم فاز و هم انرژی‌اند تشکیل شده است. اساس لیزر بر مبنای «القا» استوار است.

اتم برانگیخته: برای آن که الکترونی را از حالت n_1 به $n_2 > n_1$ منتقل کنیم باید به آن انرژی‌ای برابر با اختلاف انرژی دو لایه بدهیم



(*اتم= فوتون + اتم)

گسیل خودبه خودی: هرگاه اتم در حالت برانگیخته باشد با گسیل یک فوتون به حالت پایه می‌رود که گسیل خودبه خودی نامیده می‌شود.

فوتون + اتم $\rightarrow$ *اتم

گسیل القایی: اگر به اتم برانگیخته یک فوتون، انرژی hf (اختلاف انرژی دو تراز اتم) بتابانیم گسیل فوتون همراه با فوتونی دیگر با بسامد فوتون تابشی می‌شود.

دو فوتون + اتم $\rightarrow$ فوتون+ *اتم

اگر فرآیند فوق در یک محیط لیزری انجام شود، مجموعه‌ی فوتون‌ها هم فرکانس و هم امتداد به نام لیزر تشکیل می‌شود.

بازده لیزر: نسبت توان خروجی به توان ورودی را بازده لیزری گوییم.

$$R_a = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}}$$

فیزیک هسته‌ای و حالت جامد

ابعاد اتم: ابعاد هسته‌ی اتم در حدود $10^{-15} m$ و ابعاد اتم در حدود $10^{-10} m$ می‌باشد.

نمایش اتم: $\boxed{{}^{A}_{Z}X}$ ← A تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها (عددجرمی) ← Z تعداد پروتون‌ها (عدداتمی)

$\boxed{N = A - Z}$ تعداد نوترون‌ها

ایزوتوپ‌ها: هسته‌ی برخی از عناصر تعداد پروتون‌های یکسان دارند ولی تعداد نوترون‌های آن‌ها متفاوت است. به آن‌ها ایزوتوپ می‌گوییم. خواص شیمیایی آن‌ها یکسان ولی خواص فیزیکی آن‌ها متفاوت است.

نیروهای ربایشی هسته‌ای: نیروهایی هستند با برد کوتاه و انرژی زیاد که باعث پایداری هسته می‌شوند.

پایداری هسته: هرچه تعداد نوکلئون‌های یک هسته بیش‌تر باشد، هسته بزرگ‌تر و فاصله‌ی نوکلئون‌ها بیش‌تر و هسته پایدارتر می‌شود.

انرژی بستگی هسته: انرژی‌ای است که هسته هنگام تشکیل از دست می‌دهد. منشأ آن اختلاف جرم هسته تشکیل شده با جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده هسته است. که برطبق رابطه‌ی زیر به انرژی تبدیل می‌شود.

$$E = (\Delta m)C^2$$

یکای جرم اتمی : $\frac{1}{12}$ جرم اتم کربن ۱۲ را که طبق تعریف $12/000000 U$ در نظر می‌گیریم، یکای جرم اتمی می‌باشد جرم پروتون $1/007276 U$ و جرم نوترون $1/008665 U$ می‌باشد.

اگر جرم هسته‌ی تشکیل شده و جرم نوکلئون‌های تشکیل دهنده‌ی هسته را برحسب یکای اتمی به دست آورده و آن‌ها را از هم کم کنیم و عدد بدست آمده را در ۹۳۱/۵ ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته برحسب Mev بدست می‌آید.

ترازهای انرژی هسته‌ای: اختلاف ترازهای الکترون در اتم حدود چند الکترون ولت است. درحالی که اختلاف انرژی ترازهای نوکلئون‌های هسته‌های سبک حدود Mev و در هسته‌های سنگین حدود Kev می‌باشد.

پرتوزایی:

۱- واپاشی آلفا: در این واپاشی هسته $^{A}_{Z}X$ با گسیل یک ذره‌ی α $^{4}_{2}$ متشکل از دو پروتون و دو نوترون به عنصر $^{A-4}_{Z-2}Y$ تبدیل می‌شود.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

۲- واپاشی بتازا: در این واپاشی، هسته‌ی ناپایدار با گسیل ا لکترون یا پوزیترون (ذره‌ی دارای جرم برابر با الکترون و بارمثبت) به هسته‌ی جدیدی تبدیل می‌شود.

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z+1}Y \qquad ^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{0}_{+1}e + {}^{A}_{Z-1}y$$

۳- واپاشی گامازا: در این واپاشی، هیچ یک از عددهای جرمی و اتمی هسته تغییر نمی‌کند. بلکه هسته‌ای که درحالت برانگیخته است، با گسیل پرتوگاما به حالت پایه می‌رسد.

ثابت واپاشی: احتمال واپاشی یک هسته‌ی پرتوزا در یک ثانیه را ثابت واپاشی (λ) می‌گوییم که فقط تابع نوع هسته‌ای است که واپاشیده می‌شود و عامل‌های خارجی مثل دما، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تأثیری در آن ندارد.

نیمه عمر: زمانی که طول می‌کشد تا تعداد هسته‌های پرتوزای موجود در یک نمونه به نصف برسد را نیمه عمر می‌گوییم.

انرژی هسته‌ای: در هسته‌های اورانیوم، با اندک اختلالی درون هسته (مثل جذب یک نوترون) هسته می‌شکند و انرژی زیادی آزاد می‌شود.

جرم بحرانی: جرمی است که برای آن هر شکافت به طور میانگین، شکافت دیگری را به وجود می‌آورد. **جرم زیر بحرانی** جرمی است که در آن واکنش زنجیره‌ای ادامه نمی‌یابد. **جرم فوق بحرانی** جرمی است که در آن واکنش زنجیره‌ای به صورت انفجاری رشد می‌کند.

غنی سازی اورانیوم: جداسازی ^{235}U از دیگر ایزوتوپ‌های آن را غنی سازی اورانیوم می‌گوییم. غنای مناسب برای سوخت نیروگاهی حدود ۳٪ است.

▼آشنایی با فیزیک حالت جامد (مخصوص رشته‌ی ریاضی)

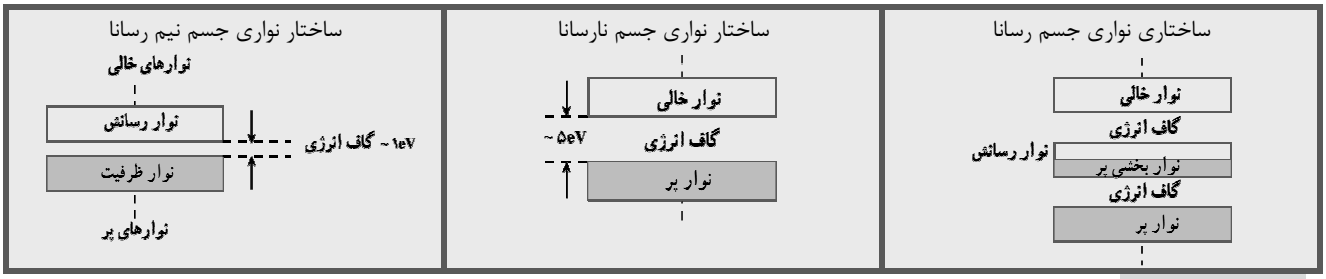
نظریه‌ی نواری: در یک جسم جامد مجموعه‌ای از اتم‌ها وجود دارد که بسیار نزدیک یکدیگرند.

۱- ترازهای انرژی الکترون در جسم جامد (مانند مدارهای اتمی) مقدارهای انرژی ویژه‌ی خود را دارند.

۲- ترازهای انرژی الکترون‌ها در جسم جامد نیز همانند ترازهای اتمی، گسسته‌اند.

۳- هر تراز انرژی تنها توسط یک الکترون می‌تواند اشغال شود.

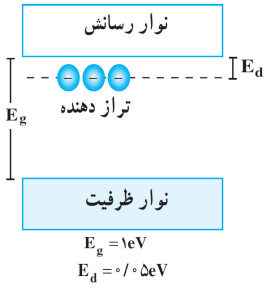
۴- ترازهای انرژی الکترون در جسم جامد تشکیل نوارهایی می‌دهند. هر نوار شامل تعداد بسیار زیادی تراز گسسته است. که از نظر مقدار انرژی به هم نزدیک هستند. ولی بین نوارهای مختلف در برخی موارد ممکن است از نظر انرژی فاصله‌ی زیادی باشد. یعنی بین بالاترین تراز انرژی در یک نوار و پایین‌ترین تراز انرژی در نوار بعدی ممکن است اختلاف انرژی زیادی وجود داشته باشد ساختار نواری اجسام رسانا، نیم رسانا و نارسانا به شکل زیر می‌باشد.



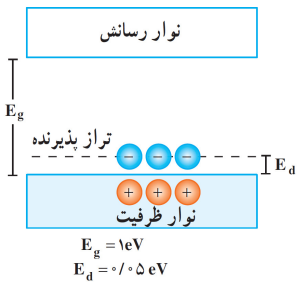
آلایش نیم رساناها: افزودن مقدار کمی ناخالصی به نیم رسانا را آلایش نیم رسانا می‌نامند.

نیم رسانای نوع n: اگر به یک نیم رسانا یک اتم ناخالص پنج ظرفیتی وارد کنیم، ساختار نواری تغییر می‌کند. یک تراز انرژی به نام ترازدهنده که در فاصله‌ی بسیار کمی زیر نوار رسانش قرار دارد تشکیل می‌شود و الکترون اضافه روی آن قرار می‌گیرد (شکل ۱)

نیم رسانای نوع P: اگر به یک نیم رسانا یک اتم ناخالص سه ظرفیتی واردکنیم، یک تراز پذیرنده در فاصله‌ی کمی، بالای نوار ظرفیت تشکیل می‌شود. بیش‌تر حاملان بار در این نوع نیم رسانا از نوع مثبت می‌باشند. (شکل ۲)



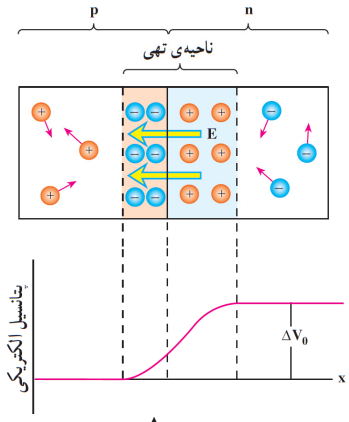
شکل (۱)



شکل (۲)

دیود و پیوندگاه P-n: اگر یک نیم رسانای نوع P را به یک نیم رسانای نوع n وصل کنیم. یک دیود تشکیل می‌شود. مرز مشترک آن‌ها را ناحیه‌ی پیوندگاه می‌نامیم. در ناحیه‌ی پیوندگاه حاملان بار آزاد بسیارکم است که آن را **ناحیه تهی** می‌نامند.

در ناحیه‌ی تهی یک میدان الکتریکی که جهت آن از n به طرف p است ایجاد می‌شود.

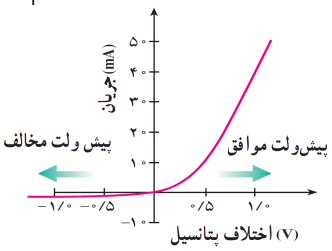


- در صورتی که P به پایانه مثبت و n به پایانه منفی مداری متصل شود جریان الکتریکی در دیود برقرار می‌شود در این حالت گوییم دیود دارای **پیش ولت موافق** (بایاس مستقیم) است.
- در صورتی که P به پایانه‌ی منفی و n به پایانه‌ی مثبت وصل شود، جریان الکتریکی در دیود برقرار نمی‌شود. در این حالت می‌گوییم دیود دارای **پیش ولت مخالف** (بایاس معکوس) می‌باشد.

در این حالت می‌توان گفت جریان ضعیفی از n به p برقرار می‌شود.

- شکل مقابل منحنی تغییرات شدت جریان برحسب اختلاف پتانسیل دوسر دیود را نشان می‌دهد.

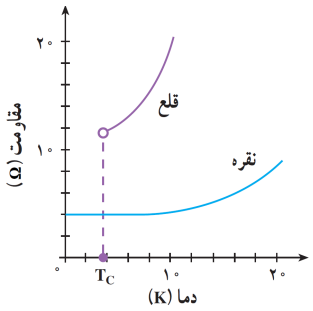
این نمودار، نشان می‌دهد که دیود از قانون اُهم پیروی نمی‌کند پس دیود **غیراهمی** است.



ابر رسانا: اگر یک رسانا را سرد کنیم، مقاومتش کم می‌شود ولی در دماهای کم کاهش مقاومت کاهش می‌یابد و مقاومت ثابت می‌ماند. به این مقاومت، **مقاومت باقیمانده** می‌گوییم که علت آن دو چیز است.

۱- عدم تقارن در شبکه‌ی بلورهای تشکیل دهنده‌ی جسم.

۲) وجود ناخالصی اگر قلع را سرد کنیم در دمای حدود ۴ کلوین مقاومت ویژه‌ی آن افت سریعی می‌کند.



ترمودینامیک

▼معادله‌ی حالت گاز کامل

برای گاز کامل (گازی که در آن فاصله‌ی مولکول‌ها زیاد، فشار آن کم و یا رقیق باشد) رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$PV = nRT$$

فشار گاز (Pa) — حجم گاز (m^3) — تعداد مول $= \frac{m}{M}$ (m: جرم گاز، M: جرم مولکولی گاز) — دما (کلوین) $T = C^\circ + 273$

$$\xrightarrow[\text{در شرایط متفاوت}]{\text{مقایسه دو گاز}} \frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{n_1T_1}{n_2T_2}$$

$$R = 8/314 \frac{J}{mol.K}$$

R ثابت عمومی گازهاست

حجم ۲kg اکسیژن در صفر درجه‌ی سلسیوس و فشار ۲ جو چند لیتر است؟ (حجم ۳۲g اکسیژن را در صفر درجه‌ی سلسیوس و فشار ۱ جو ۲۲/۴ لیتر در نظر بگیرید.)

$$\frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{n_1T_1}{n_2T_2} \xrightarrow{n=\frac{m}{M}} \frac{P_1V_1}{P_2V_2} = \frac{m_1T_1}{m_2T_2} \Rightarrow \frac{2\times V_1}{1\times 22/4} = \frac{2\times(273+0)}{32(273+0)} \Rightarrow V_1 = 0/7 \text{ لیتر}$$

▼تبادل انرژی بین گاز و محیط

اگر گاز گرمایی به اندازه‌ی Q بگیرد، $Q > 0$ است و انرژی درونی گاز به همین مقدار افزایش می‌یابد.

اگر گاز گرمایی به اندازه‌ی Q به محیط بدهد، $Q < 0$ است و انرژی درونی گاز به همین مقدار کاهش می‌یابد.

اگر گاز کاری به اندازه‌ی W انجام دهد، $W < 0$ است و انرژی درونی گاز به همین مقدار کاهش می‌یابد.

اگر بر روی گاز، کاری به اندازه‌ی W انجام شود، $W > 0$ است و انرژی درونی گاز به همین مقدار افزایش می‌یابد.

کار: سطح زیر نمودار P–V اندازه‌ی کار مبادله شده بین محیط و گاز را نشان می‌دهد. $\boxed{W=-\int PdV}$

کار انجام شده بر روی گاز در انبساط منفی، در تراکم، مثبت و در فرآیند هم حجم صفر است.
کار انجام شده توسط گاز در انبساط مثبت، در تراکم منفی و در فرآیند هم حجم صفر است.

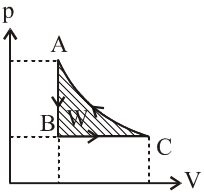
قانون اول ترمودینامیک: تغییر در انرژی درونی یک گاز برابر است با جمع جبری کار و گرمای مبادله شده بین گاز و محیط

$$U=\frac{3}{2}nRT \qquad \Delta U=W+Q=\begin{cases}\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}\Delta(PV) & \text{برای گازهای تک اتمی (هلیم، نئون، کریپتون و ...)}\\ \frac{5}{2}nR\Delta T=\frac{5}{2}\Delta(PV) & \text{برای گازهای دو اتمی (اکسیژن، هیدروژن، ازت و ...)}\\ \frac{7}{2}nR\Delta T=\frac{7}{2}\Delta(PV) & \text{برای گازهای چند اتمی (} SO_2,\ H_2S,\ CO_2 \text{ و ...)}\end{cases}$$

چرخه: هرگاه یک گاز پس از چند فرآیند متوالی به وضع اولیه‌ی خود بازگردد، یک چرخه را طی کرده است. چون گاز به حالت اولیه می‌رسد داریم:

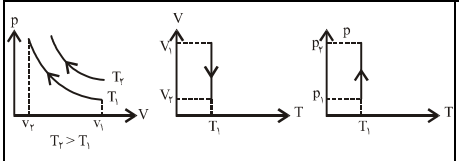
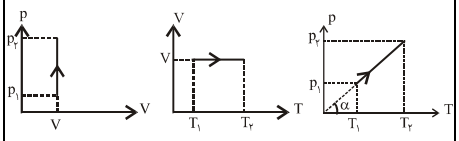
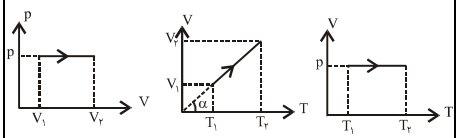
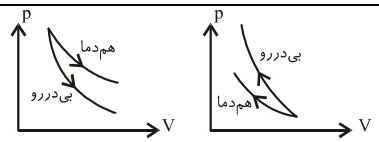
$$\Delta T=0 \quad\Rightarrow\quad \Delta U\ (\text{چرخه})=0 \quad\Rightarrow\quad Q\ (\text{چرخه})=-W\ (\text{چرخه})$$

سطح داخل چرخه برابر است با مقدار کار یا گرمای مبادله شده بین گاز و محیط اگر جهت چرخه ساعت گرد باشد، کار انجام شده بر روی گاز منفی است $W<0$ اگر جهت چرخه پادساعتگرد باشد، کار انجام شده بر روی گاز مثبت است $W>0$

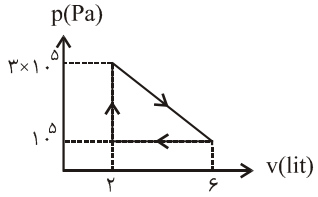


$$W_t+Q_t=0 \quad ;\quad \text{چرخه } W_t=W_{AB}+W_{BC}+W_{CA} \quad ;\quad \text{چرخه } Q_t=Q_{AB}+Q_{BC}+Q_{CA}$$

فرآیندهای ترمودینامیکی: هرگاه یک گاز با مبادله‌ی کار یا گرما و یا هر دو از یک حالت به حالت دیگر برسد، یک فرآیند ترمودینامیکی را طی کرده است.

نام فرآیند	روابط ترمودینامیکی	گرمای مبادله شده	کار مبادله شده	تغییر انرژی درونی	نمودارهای ترمودینامیکی
هم دما	$T=\text{ثابت} \Rightarrow p=\frac{nRT}{V}$ فشار با حجم گاز نسبت عکس دارد $p_1V_1=p_2V_2$	$Q=-W$ اندازه‌ی گرما برابر سطح زیر نمودار (p-v)	$W=-Q$ اندازه‌ی کار برابر با سطح زیر نمودار p-v	$\Delta U=0$	
هم حجم	$V=\text{ثابت} \Rightarrow P=\frac{nR}{V}T$ فشار با دمای مطلق نسبت مستقیم دارد $\frac{P_2}{P_1}=\frac{T_2}{T_1}$ $\frac{\Delta P}{P_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$	$Q=nC_{MV}\Delta T$ $C_{MV}=\begin{cases}\frac{3}{2}R & \text{تک اتمی}\\ \frac{5}{2}R & \text{دو اتمی}\\ \frac{7}{2}R & \text{چند اتمی}\end{cases}$ $Q=\begin{cases}\frac{3}{2}nR\Delta T=\frac{3}{2}V\Delta P\\ \frac{5}{2}nR\Delta T=\frac{5}{2}V\Delta P\\ \frac{7}{2}nR\Delta T=\frac{7}{2}V\Delta P\end{cases}$	$W=0$	$\Delta U=Q$	 شیب نمودار P-T با تعداد مول نسبت مستقیم و با حجم گاز نسبت عکس دارد. $\tan\alpha=\frac{nR}{V}$
هم فشار	$P=\text{ثابت} \Rightarrow V=\frac{nR}{P}T$ حجم گاز با دمای مطلق نسبت مستقیم دارد $\frac{V_2}{V_1}=\frac{T_2}{T_1}$ $\frac{\Delta V}{V_1}=\frac{\Delta T}{T_1}$	$Q=nC_{MP}\Delta T$ $C_{MP}=\begin{cases}\frac{5}{2}R & \text{تک اتمی}\\ \frac{7}{2}R & \text{دو اتمی}\\ \frac{9}{2}R & \text{چند اتمی}\end{cases}$ $Q=\begin{cases}\frac{5}{2}nR\Delta T=-2/5W\\ \frac{7}{2}nR\Delta T=-3/5W\\ \frac{9}{2}nR\Delta T=-4/5W\end{cases}$	$W=-P\Delta V=-nR\Delta T$ برابر با سطح زیر نمودار P-V	$\Delta U=W+Q$ $\Delta U=\begin{cases}-1/5W\\ -2/5W\\ -3/5W\end{cases}$	 شیب خط V-T با تعداد مول نسبت مستقیم و با فشار گاز نسبت عکس دارد. $\tan\alpha=\frac{nR}{P}$
بی دررو	در این فرآیند هر سه کمیت T, V, P تغییر می‌کند	$Q=0$	$\Delta U=W$ $W=\frac{3}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$ تک اتمی $W=\frac{5}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$ دو اتمی $W=\frac{7}{2}(P_2V_2-P_1V_1)$ چند اتمی	$\Delta U=W$	 همواره شیب نمودار بی دررو بیش‌تر از شیب نمودار هم دما می‌باشد.

مطابق شکل، گاز کاملی چرخه‌ای را می‌پیماید. کار انجام شده توسط گاز بر روی محیط چند ژول است؟



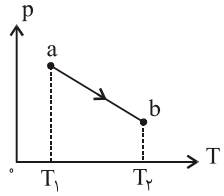
۱) ۴۰۰ ۲) -۴۰۰

۳) ۸۰۰ ۴) -۸۰۰

حل: چون جهت چرخه، ساعتگرد است، کار انجام شده بر روی گاز منفی و کار انجام شده توسط گاز، مثبت است.

$$W' = \text{سطح داخل چرخه} = \frac{(۶-۲)\times ۱۰^{-۳}\times(۳\times ۱۰^{۵}-۱۰^{۵})}{۲} = ۴۰۰J$$

نمودار $(P-T)$ یک مول گاز کامل مطابق شکل مقابل است. کدام عبارت در خصوص فرآیند ab درست است؟ (سراسری ریاضی -۸۸)

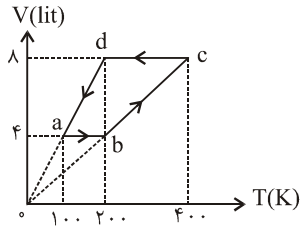


۱) حجم گاز افزایش یافته است. ۲) انرژی درونی گاز کاهش یافته است.

۳) گاز گرما از دست داده است. ۴) کار انجام شده روی گاز مثبت است.

حل: طبق رابطه‌ی $V = \frac{nRT}{P}$ چون دما افزایش و فشار کاهش یافته پس حجم گاز افزایش یافته است (گزینه‌ی (۱)) از طرفی به دلیل افزایش دما، انرژی درونی افزایش می‌یابد (گزینه‌ی (۲) غلط) چون حجم گاز زیاد شده پس $W < ۰$ است پس $Q > ۰$ می‌باشد و گاز گرما گرفته است. (گزینه ۳ غلط)

یک مول گاز کامل تک اتمی، چرخه‌ای مطابق شکل را طی می‌کند. گاز در کل چرخه چند ژول گرما از محیط می‌گیرد؟ (سراسری خارج از کشور ریاضی -۸۷)



$(R = ۸J/mol.K)$

۱) ۲۰۰ ۲) ۴۰۰

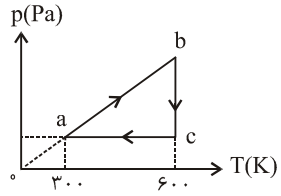
۳) ۶۰۰ ۴) ۸۰۰

حل: فرآیندهای ab و cd هم حجم و فرآیندهای bc و da هم فشار می‌باشند.

$$Q_t = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{cd} + Q_{da} = \frac{۳}{۲}nR\Delta T_{ab} + \frac{۵}{۲}nR\Delta T_{bc} + \frac{۳}{۲}nR\Delta T_{cd} + \frac{۵}{۲}R\Delta T_{da}$$

$$Q_t = \frac{۳}{۲}\times ۱\times ۸\times(۲۰۰-۱۰۰) + \frac{۵}{۲}\times ۱\times ۸(۴۰۰-۲۰۰) + \frac{۳}{۲}\times ۱\times ۸(۲۰۰-۴۰۰) + \frac{۵}{۲}\times ۱\times ۸(۱۰۰-۲۰۰) = ۸۰۰J$$

نمودار $(P-T)$ برای یک مول گاز کامل تک اتمی، مطابق شکل است. کار انجام شده روی گاز در فرآیند ca چند ژول است؟ $(R = ۸\frac{J}{mol.K})$ (سراسری خارج از کشور ریاضی -۸۸)



۱) صفر ۲) ۱۲۰۰

۳) ۲۴۰۰ ۴) باید فشار گاز در حالت a معین باشد.

حل: فرآیند ca هم فشار است. در فرآیند هم فشار برای گاز تک اتمی داریم:

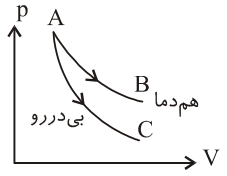
$$W = -nR\Delta T = -۱\times ۸\times(۳۰۰-۶۰۰) = ۲۴۰۰J$$

در فرآیند انبساط بی‌دررو گاز کامل: (سراسری خارج از کشور ریاضی -۸۸)

۱) دمای گاز کاهش می‌یابد. ۲) دمای گاز ثابت می‌ماند.

۳) تغییر انرژی درونی گاز صفر است. ۴) انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد.

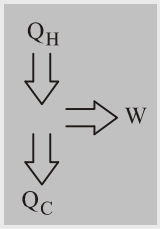
حل: گزینه (۱) در انبساط بی‌دررو، دمای گاز کاهش می‌یابد و در نتیجه انرژی درونی گاز کم می‌شود.



$$T_A = T_B > T_C$$

▼قانون دوم ترمودینامیک

ماشین گرمایی: وسیله‌ای است که گرمای Q_H از منبع گرم می‌گیرد و کار انجام می‌دهد و بخشی از گرما را هدر می‌دهد (Q_C)



$$Q_H = W + Q_C \qquad P_H = P_W + P_C$$

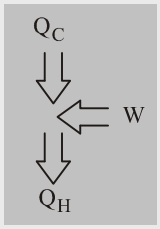
$$P_H = \frac{Q_H}{t} \quad P_C = \frac{Q_C}{t} \quad P_w = \frac{w}{t}$$

$$\text{بازده ماشین} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{P_C}{P_H}$$

قانون دوم به بیان ماشین گرمایی: بازده ماشین گرمایی به ۱ نمی‌رسد.

* جهت چرخه ماشین گرمایی، ساعت گرد است.

یخچال: وسیله‌ای است که گرما از محفظه‌ی سرد می‌گیرد و به محیط گرم پس می‌دهد.



$$Q_H = W + Q_C$$

$$\Rightarrow P_H = P_W + P_C$$

$$\text{ضریب عملکرد } K = \frac{Q_C}{W} = \frac{P_C}{P_W}$$

قانون دوم به بیان یخچال: بدون صرف کار، انتقال گرما از منبع سرد به منبع گرم ممکن نیست.

* جهت چرخه‌ی یخچال پاد ساعت‌گرد است.

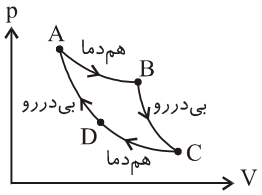
یک ماشین گرمایی در هر چرخه ۵۰۰۰J گرما از منبع گرم دریافت می‌کند. اگر بازده‌ی ماشین ۶۰ درصد باشد، گرمای تلف شده در هر چرخه چند ژول است؟ **(آزاد ریاضی/۸۷)**

۱) ۱۸۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۲۰۰۰

حل:

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} \Rightarrow 0/6 = 1 - \frac{Q_C}{5000} \Rightarrow Q_C = 2000\,J$$

چرخه‌ی کار نو: از یک انبساط هم دما، انبساط بی‌دررو، تراکم هم دما و تراکم بی‌دررو تشکیل شده است. اگر یک ماشین با چرخه‌ی کارنو کار کند بازده آن بیشینه است.



$$\eta_{max} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \Delta\eta = -\frac{\Delta T_C}{T_H}$$

رابطه‌ی ضریب عملکرد یخچال با بازده ماشین گرمایی وقتی که یخچال به ماشین گرمایی تبدیل می‌شود.

$$\eta = \frac{1}{k+1}$$

یک ماشین که با چرخه‌ی کارنو کار می‌کند به اندازه‌ی $1/26\times10^7$ ژول گرما از منبع گرم با دمای ۶۲۷ درجه‌ی سلسیوس گرفته و مقداری از آن را به منبع سرد با دمای ۲۷ درجه‌ی سلسیوس می‌دهد کار انجام شده توسط ماشین و گرمایی را که به چشمه‌ی سرد داده است، به ترتیب از راست به چپ هر کدام چند ژول است؟ **(سراسری ریاضی -۸۸)**

۱) $|Q_C| = 8/4\times10^6$ ، $|W| = 4/2\times10^6$ ۲) $|Q_C| = 6\times10^5$ ، $|W| = 12\times10^6$

۳) $|Q_C| = 4/2\times10^6$ ، $|W| = 8/4\times10^6$ ۴) $|Q_C| = 12\times10^6$ ، $|W| = 6\times10^5$

حل: گزینه‌ی «۳»

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{Q_C}{Q_H} = \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{Q_C}{1/26\times10^7} = \frac{27+273}{627+273} \rightarrow Q_C = 4/2\times10^6\,J$$

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow \frac{W}{1/26\times10^7} = 1 - \frac{27+273}{627+273} \Rightarrow W = 8/4\times10^6\,J$$

الکتریسیته‌ی ساکن

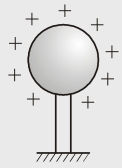
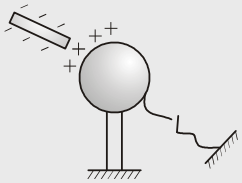
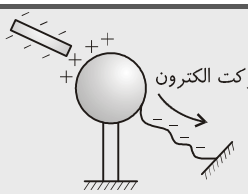
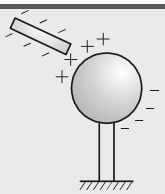
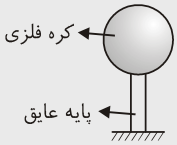
▼روش‌های باردارکردن اجسام

۱- روش مالش

میله الکترون از دست می‌دهد و بار آن مثبت می‌شود $\xrightarrow{\text{بر اثر مالش}}$ پارچه ابریشمی + میله شیشه‌ای

میله الکترون می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. $\xrightarrow{\text{بر اثر مالش}}$ پارچه پشمی + میله ابونیتی

۲- روش القا

(۵)	(۴)	(۳)	(۲)	(۱)
				
با دورشدن میله، بار مثبت روی سطح کره پخش می‌شود.	اتصال به زمین قطع می‌شود و بارهای منفی نمی‌توانند به کره برگردند.	توسط اتصال به زمین الکترون‌ها دفع شده به زمین می‌روند.	میله‌ی باردار به کره نزدیک می‌شود. بارهای هم نام یک‌دیگر را دفع می‌کنند.	

اصل بقای بار: الکترون به وجود نمی‌آید و از بین نمی‌رود بلکه از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شود. در شرایط معمولی پروتون جابه‌جا نمی‌شود.

جسم رسانا: دارای الکترون آزاد بی‌شمار است. بار الکتریکی روی سطح خارجی آن توزیع می‌شود و با روش مالش و القا باردار می‌شوند.

جسم نارسانا: الکترون آزاد کمی دارند، بار داده شده به آن در محل توزیع به‌طور متمرکز باقی می‌ماند و توزیع نمی‌شود و با روش مالش باردار می‌شوند.

بار الکتریکی یک جسم: مضرب صحیحی از بار الکتریکی یک الکترون (کولن $e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$) می‌باشد پس کمیتی کوانتومی است.

$\boxed{Q = \pm ne}$ $n = ۱, ۲, ۳, ...$ (-) جسم الکترون گرفته و (+) جسم الکترون از دست داده است.

یک جسم که به وسیله‌ی مالش دارای بار الکتریکی شده است، چند کولن الکتریسیته می‌تواند داشته باشد. $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹} c)$

۱) ۲×۱۰^{-۱۹} **۲)** ۴×۱۰^{-۱۹} **۳)** ۸×۱۰^{-۱۹} **۴) هر سه مقدار فوق را**

حل: بار هر جسم مضرب صحیحی از بار یک الکترون است. پس فقط گزینه‌ی «۳» صحیح است.

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۵$$

الکتروسکوپ: الف) اگر میله‌ی بارداری را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری **تماس دهیم** الکتروسکوپ **باردار** می‌شود و بار ورقه‌ها و کلاهک الکتروسکوپ هم نام با بار میله می‌شود.

ب) اگر میله‌ی بارداری را به کلاهک الکتروسکوپ بدون باری **نزدیک کنیم**، بار الکتریکی در الکتروسکوپ **القا** می‌شود. در این حالت بار ورقه هم نام با بار میله و بار کلاهک نا هم نام با بار میله می‌شود.

پ) اگر میله‌ای دارای بار الکتریکی هم نام با بار الکتریکی الکتروسکوپ را به کلاهک آن نزدیک کنیم، ورقه‌ها بیش‌تر از هم باز می‌شوند.

ت) اگر میله‌ای دارای بار الکتریکی نا هم‌نام با بار الکتریکی الکتروسکوپ را به کلاهک آن نزدیک کنیم، یا ورقه‌ها بسته می‌شوند و یا ابتدا بسته و سپس باز می‌شوند.

قانون کولن: نیرویی که دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در فاصله‌ی r از یک‌دیگر بر هم وارد می‌کند از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\boxed{F = k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}} \quad k = \frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} \simeq ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{c^۲} \quad \varepsilon_۰ = ۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲}\frac{c^۲}{N.m^۲}$$

این نیرو در امتداد خط اتصال مراکز دو بار می‌باشد. بارهای هم نام هم‌دیگر را می‌رانند و بارهای نا هم نام یک‌دیگر را می‌ربایند.

اتصال دو کره‌ی رسانای مشابه باردار به یکدیگر: اگر دو کره‌ی فلزی مشابه دارای بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را توسط یک سیم فلزی به هم وصل کنیم بار هریک از آن‌ها برابر خواهد شد با $q = \frac{q_۱ + q_۲}{۲}$

میدان الکتریکی: فضائی است که اگر در آن فضا ذره‌ی بارداری قرار گیرد به ذره نیروی الکتریکی وارد می‌شود.

شدت میدان الکتریکی: در یک نقطه، نیرویی است که به واحد بار الکتریکی مثبت در آن نقطه وارد می‌شود (E).

$$\boxed{E = \frac{F}{q} = \frac{kq}{r^۲}}$$

نیروی وارد بر ذره‌ی باردار در میدان الکتریکی: این نیرو، از رابطه مقابل محاسبه می‌شود.

$$\boxed{\vec{F} = \vec{E}q}$$

به بار مثبت نیرو در جهت میدان و به بار منفی نیرو در خلاف جهت میدان وارد می‌شود.

خطهای میدان الکتریکی: میدان الکتریکی را در اطراف یک جسم باردار با خطهایی نشان می‌دهیم. که به آن **خطهای میدان الکتریکی** می‌گویند.

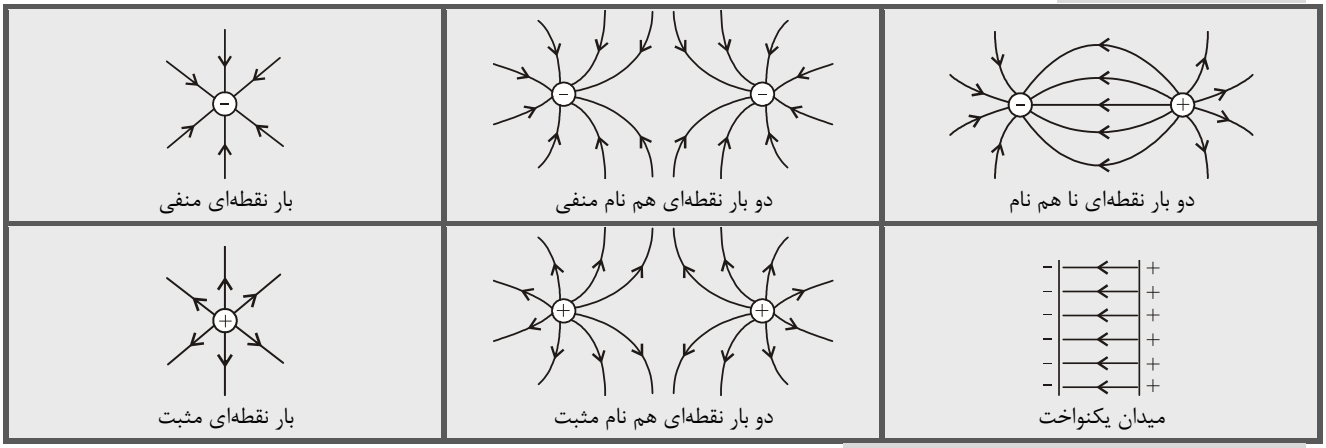
الف: خط‌های میدان در هر نقطه، هم جهت با نیروی وارد بر بار مثبت واقع در آن نقطه‌اند. پس از بار مثبت روبه خارج و به سوی بار منفی می‌باشند.

ب: خط‌های میدان در هر نقطه، جهت میدان در آن نقطه را نشان می‌دهند و میدان در هر نقطه، برداری است مماس بر خط میدان گذرنده از آن و همسو با آن.

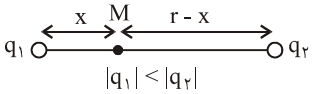
پ: در هر ناحیه که میدان قوی‌تر باشد. خط‌های میدان به یک‌دیگر نزدیک‌تر و فشرده‌ترند.

ت: خط‌های میدان یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند یعنی از هر نقطه فقط یک خط میدان می‌گذرد و در هر نقطه از فضا فقط یک میدان الکتریکی وجود دارد.

میدان الکتریکی یکنواخت: میدانی است که شدت آن در تمام نقاط یکسان و خطوط میدان موازی یکدیگرند.

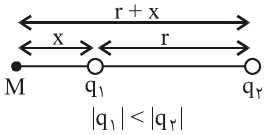


میدان الکتریکی صفر روی خط اتصال مراکز دو بار: اگر دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم نام داشته باشیم روی خط اتصال مراکزشان و بین دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر نقطه‌ای وجود دارد که میدان در آن نقطه صفر می‌شود.



x فاصله‌ی نقطه‌ی M از بار q_1 $\quad |E_1| = |E_2| \Rightarrow \boxed{\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r-x)^2}}$

اگر دو بار الکتریکی نقطه‌ای ناهم‌نام داشته باشیم روی خط اتصال مراکزشان و بیرون دوبار و نزدیک به بار کوچک‌تر نقطه‌ای وجود دارد که میدان در آن نقطه صفر است.

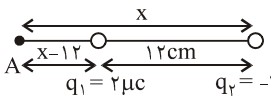


x فاصله‌ی نقطه‌ی M از بار q_1 $\quad |E_1| = |E_2| \Rightarrow \boxed{\frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(r+x)^2}}$

دو بار نقطه‌ای $q_1 = 2\mu c$ و $q_2 = -32\mu c$ در فاصله‌ی ۱۲ سانتی‌متری از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی در چه فاصله‌ای از بار q_2 صفر است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

حل: نقطه‌ای که شدت میدان صفر است نزدیک به بار q_1 در بیرون پاره خط اتصال دو بار می‌باشد (نقطه‌ی A). اندازه‌ی شدت میدان دو بار در این نقطه برابر است.



$$|E_1| = |E_2| \Rightarrow \frac{q_1}{(x-12)^2} = \frac{q_2}{x_2} \Rightarrow \frac{2}{(x-12)^2} = \frac{32}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{(x-12)^2} = \frac{16}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{x-12} = \frac{4}{x} \rightarrow x = 16cm$$

توزیع بار الکتریکی: الف) اجسام رسانا: بار الکتریکی فقط روی سطح خارجی اجسام رسانا توزیع می‌شود.

ب) اجسام نارسانا: بار الکتریکی روی سطح جسم نارسانا پخش نمی‌شود و در محل بارگذاری (چه داخل و چه روی سطح) به‌طور متمرکز باقی می‌ماند.

چگالی سطحی بار: مقدار بار الکتریکی موجود در واحد سطح یک جسم را چگالی سطحی بار می‌گوییم

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{q_1}{q_2} \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \xleftarrow{\text{مقایسه چگالی سطحی دو کره رسانا}} \boxed{\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}} \xrightarrow{\text{چگالی سطحی کره‌ای به شعاع R}} \boxed{\sigma = \frac{q}{A}} \rightarrow \frac{C}{m^2}$$

در اجسام رسانا چگالی سطحی بار در نقاط نوک تیزتر بیش‌تر از سایرنقاط روی سطح می‌باشد.

دو کره‌ی توپر با شعاع‌های مساوی از مس و دیگری پلاستیکی روی پایه‌های عایق قرار دارند. به هر دو کره مقدار مساوی بار الکتریکی هم نام می‌دهیم. چگالی سطحی بار الکتریکی در آن‌ها چگونه است؟

۱) روی کره پلاستیکی بیش‌تر از کره‌ی فلزی است.
۲) روی کره‌ی فلزی بیش‌تر از کره‌ی پلاستیکی است.
۳) در تمام نقاط روی دو کره یکسان است.
۴✓) در بعضی نقاط کره‌ی پلاستیکی بیش‌تر از کره فلزی است.

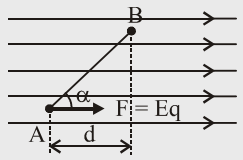
به دو کره‌ی رسانا به قطرهای ۴ و ۱۰ سانتی‌متر، دو مقدار مساوی بار الکتریکی می‌دهیم. نسبت چگالی سطحی بار در کره بزرگ‌تر به چگالی سطحی بار در کره کوچک‌تر چیست؟

۱) $\frac{۲}{۱۲۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

حل: گزینه‌ی «۳»

$$\sigma = \frac{q}{۴\pi R^۲} \Rightarrow \frac{\sigma_۱}{\sigma_۲} = (\frac{R_۲}{R_۱})^۲ = (\frac{۴}{۱۰})^۲ = \frac{۴}{۲۵}$$

انرژی پتانسیل و پتانسیل الکتریکی: برای جابه‌جایی یک بار الکتریکی در یک میدان الکتریکی با سرعت ثابت، بایستی به بار نیروی هم اندازه و در خلاف جهت نیرویی که از طرف میدان به آن وارد می‌شود، اعمال کرد. کار این نیرو باعث تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی بار می‌شود.



$$W_{(\text{کار ما})} = -W'_{(\text{کار میدان})} = \overbrace{\Delta U = Eqd}^{J \quad C} \quad \text{و} \quad d = AB \times \cos\alpha$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$\frac{N}{C} \quad m$$

- پس پتانسیل الکتریکی یک نقطه برابر با مقدار انرژی واحد بار الکتریکی در آن نقطه می‌باشد.
- هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی پیش برویم، پتانسیل نقاط کاهش می‌یابد.
- انرژی پتانسیل الکتریکی بار **مثبت**، در جابه‌جایی آن **در جهت** خطوط میدان، **کاهش** و در **خلاف جهت** خطوط میدان، **افزایش** می‌یابد.
- انرژی پتانسیل الکتریکی بار **منفی**، در جابه‌جایی آن، **در جهت** خطوط میدان، **افزایش** و در **خلاف جهت** خطوط میدان، **کاهش** می‌یابد.
- وقتی دو بار الکتریکی **هم نام** را به هم **نزدیک** کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه افزایش و وقتی از هم **دور** می‌کنیم، **کاهش** می‌یابد.
- وقتی دو بار الکتریکی **ناهم نام** را به هم نزدیک می‌کنیم، انرژی پتانسیل الکتریکی مجموعه، **کاهش** و وقتی از هم **دور** می‌کنیم افزایش می‌یابد.
- اختلاف پتانسیل دو نقطه، تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی یکای بار الکتریکی است هنگامی که بین دو نقطه در میدان الکتریکی با سرعت ثابت جابه‌جا می‌شود.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad \begin{matrix} \rightarrow J \\ \rightarrow C \end{matrix} \quad \leftarrow \text{ولت}$$

در یک میدان الکتریکی بار $۱\mu C$ از نقطه‌ی A به B می‌رود. اگر کار انجام شده توسط میدان $۴\mu J$ باشد پتانسیل این بار چند ولت و چگونه تغییر کرده است؟

۱) ۴V، افزایش ۲) ۴V، کاهش ۳) ۰/۲۵V، افزایش ۴) ۰/۲۵V، کاهش

حل: گزینه‌ی «۲»

$$\Delta U = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-۴\times۱۰^{-۶}}{۱\times۱۰^{-۶}} = -۴V$$

پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط روی یک رسانا یکسان است.

عامل جریان الکتریکی بین دو نقطه، اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن دو نقطه است و همواره جریان الکتریکی از پتانسیل بیش‌تر به طرف پتانسیل کم‌تر می‌باشد.

بین دو صفحه‌ی موازی به فاصله‌ی d که به ولتاژ V متصل باشد میدان یکنواختی ایجاد می‌شود که شدتش از رابطه روبه‌رو به‌دست می‌آید.

$$E = \frac{V}{d} \quad \begin{matrix} \rightarrow V \\ \rightarrow m \end{matrix} \quad \leftarrow \frac{V}{m}$$

خازن

۱- ظرفیت خازن: نسبت بار ذخیره شده در خازن به اختلاف پتانسیل دو سرآن را ظرفیت خازن می‌گوییم. ظرفیت خازن به بار و یا اختلاف پتانسیل دو سر آن بستگی ندارد و تابعی از جنس عایق بین صفحه‌ها، مساحت سطح مشترک دو صفحه و فاصله‌ی آن‌ها است.

$$C = \frac{q}{v} \quad \begin{matrix} \rightarrow c \\ \rightarrow v \end{matrix} \quad \rightarrow F$$

$$C = k\varepsilon_\circ \frac{A}{d} \quad \begin{matrix} \rightarrow m^۲ \\ \rightarrow m \end{matrix} \quad \rightarrow f$$

$$\varepsilon_\circ = ۸/۸۵\times۱۰^{-۱۲} \frac{c^۲}{N.m^۲}$$

اگر در یک صفحه‌ی رسانا به ضخامت e را به موازات دو صفحه درون آن قرار دهیم ظرفیت خازن برابر خواهد شد با:

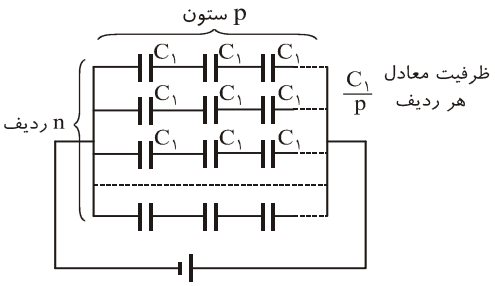
$$C = k\varepsilon_\circ \frac{A}{d-e}$$

برای مقایسه‌ی ظرفیت دو خازن از رابطه مقابل استفاده می‌کنیم.

$$\frac{C'}{C} = \frac{k'}{k} \times \frac{A'}{A} . \frac{d}{d'}$$

دو خازن بدون مولد به هر شکلی که به هم وصل شوند نوع اتصال آن‌ها موازی می‌شود.

هرگاه خازن‌های مشابه با ظرفیت C_1 را مطابق شکل آرایش دهیم، ظرفیت معادل کل برابر خواهد شد با:



$$\text{ظرفیت معادل کل} = n\frac{C_1}{p}$$

اتصال صفحه‌های خازن‌های پر شده به یک‌دیگر: خازن‌های با ظرفیت‌های C_1 و C_2 را به ولتاژهای V_1 و V_2 وصل می‌کنیم تا بارهای q_1 و q_2 در آن‌ها ذخیره شود پس از جدا کردن خازن‌ها از ولتاژها صفحه‌های خازن‌ها را به هم وصل می‌کنیم. ولتاژ دو سر خازن‌ها برابر می‌شود و از روابط زیر محاسبه می‌شود.

اگر صفحه‌های نا هم‌نام را به هم وصل کنیم. $\bar{V} = \frac{\lvert q_1 - q_2 \rvert}{c_1 + c_2} = \frac{\lvert c_1v_1 - c_2v_2 \rvert}{c_1 + c_2}$	اگر صفحه‌های هم نام را به هم وصل کنیم. $\bar{V} = \frac{q_1 + q_2}{c_1 + c_2} = \frac{c_1v_1 + c_2v_2}{c_1 + c_2}$

جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

۱- شدت جریان متوسط: مقدار بار شارش شده در واحد زمان را شدت جریان متوسط می‌گوییم.

$$I_{\text{متوسط}} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{ne}{t} \begin{matrix} \rightarrow e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,c \\ \rightarrow s \end{matrix}$$

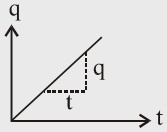
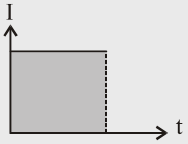
۲- شدت جریان لحظه‌ای: مشتق معادله‌ی بار شارش شده نسبت به زمان می‌باشد.

$$i = \frac{dq}{dt}$$

۳- جریان مستقیم: اگر شدت جریان متوسط و لحظه‌ای برابر باشند، جریان را مستقیم می‌گوییم.

$$I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It$$

در رابطه‌ی فوق اگر یکای شدت جریان آمپر و یکای زمان، ساعت باشد یکای بار، آمپر ساعت می‌شود.

شیب خط $(q-t)$ برابر با شدت جریان می‌باشد. $I = \frac{q}{t}$ 	سطح زیر نمودار $I-t$ برابر با بار شارش شده است. $q = S_{(I-t)}$ 

در یک مدار جریان مستقیم، در مدت ۴S تعداد ۸×۱۰^{۲۰} الکترون از قطب منفی به قطب مثبت جابه‌جا می‌شود. شدت جریان در مدار چند آمپر است؟

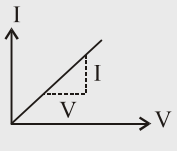
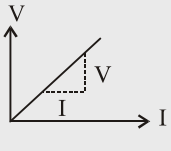
۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۳۲

حل: گزینه‌ی «۴»

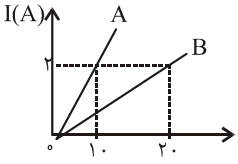
$$I = \frac{ne}{t} = \frac{(۸\times۱۰^{۲۰})\times(۱/۶\times۱۰^{-۱۹})}{۴} = ۳۲A$$

قانون اهم: در دمای ثابت، نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به شدت جریان گذرنده از آن مقدار ثابتی است که **مقاومت الکتریکی** رسانا نام دارد.

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow V = IR \Rightarrow \Delta V = I\Delta R$$

نمودار $I-V$ خطی گذرنده از مبدا است که شیب آن عکس مقاومت الکتریکی می‌باشد.  شیب نمودار $(I-V) = \frac{I}{V} = \frac{۱}{R}$	نمودار $V-I$ خطی گذرنده از مبدا است که شیب آن برابر با مقاومت الکتریکی می‌باشد.  شیب نمودار $(V-I) = \frac{V}{I} = R$

نمودار شدت جریان عبوری از دو مقاومت A و B برحسب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت A و B مطابق شکل است مقاومت B چند برابر مقاومت A است؟



۱) ۲ ۲) ۵ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

حل: به ازای شدت جریان یکسان $I = ۲A$ ولتاژ دو سر مقاومت ۱۰V و ۲۰V است.

$$I_A = I_B \Rightarrow \frac{V_A}{R_A} = \frac{V_B}{R_B} \Rightarrow \frac{۱۰}{R_A} = \frac{۲۰}{R_B} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{۱}{۲}$$

مقاومت الکتریکی در دما ثابت: مقاومت یک سیم در دمای ثابت از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$R=\rho\frac{l}{A} \xrightarrow{\text{مقایسه مقاومت الکتریکی دو سیم}} \frac{R_2}{R_1}=\frac{\rho_2}{\rho_1}\times\frac{L_2}{L_1}\times\frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{A=\frac{\pi D^2}{4}\ \text{برای سیم با سطح مقطع دایره‌ای}} \frac{A_1}{A_2}=(\frac{D_1}{D_2})^2$$

مقایسه‌ی مقاومت‌های هم جنس و هم حجم و یا مقایسه‌ی مقاومت یک سیم پس از تغییر طول و سطح مقطع (بدون تغییر حجم) با حالت اول:

$$\frac{R_2}{R_1}=(\frac{L_2}{L_1})^2=(\frac{A_1}{A_2})^2=(\frac{D_1}{D_2})^4$$

یک سیم به مقاومت 2Ω را از حدیده عبور می‌دهیم تا بدون تغییر حجم طولش ۲ برابر شده مقاومتش چند اهم می‌شود؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

حل: گزینه‌ی «۴»

$$\frac{R_2}{R_1}=(\frac{L_2}{L_1})^2 \Rightarrow \frac{R_2}{2}=(2)^2 \Rightarrow R_2=8\Omega$$

اثر دما بر مقاومت رساناهای فلزی و نیم‌رساناها بر اثر افزایش دما، مقاومت رساناها افزایش و مقاومت نیم رسانا کاهش می‌یابد اگر سیمی به مقاومت R_1 به اندازه‌ی ΔT تغییر دما داشته باشد مقاومتش R_2 می‌شود به‌طوری که داریم:

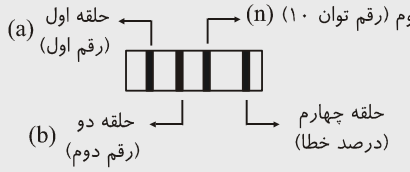
$$R_2=R_1(1+\alpha\Delta T)\ ;\ \alpha=\text{ضریب دمایی مقاومت}$$

- $\alpha<0$ برای جسم نیم‌رسانا
- $\alpha>0$ برای جسم رسانا

تغییر مقاومت $\Delta R=R_1\alpha\Delta T$

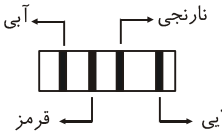
درصد تغییر مقاومت $\frac{\Delta R}{R_1}=\alpha\Delta T$

کد گذاری مقاومت‌ها: در روی مقاومت‌های کربنی چهار حلقه‌ی رنگی مشاهده می‌شود. حلقه‌ها را از سمت چپ به ترتیب رقم اول و دوم و سوم نام‌گذاری می‌کنیم هر رنگ معرف عددی است. مقاومت یک سیم را به شکل مقابل می‌نویسیم.



$$\Rightarrow R=\overline{ab}\times 10^n$$

اگر رنگ آبی معرف عدد ۶ و نارنجی عدد ۳ و قرمز عدد ۲ را نشان دهد اندازه‌ی مقاومت روبه‌رو چند اهم است؟



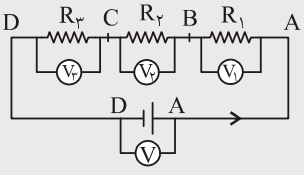
۱) 32×10^6 ۲) ۶۲۳ ۳) ۶۲۰۰۰ ۴) 23×10^6

حل:

$$R=\overline{ab}\times10^n \xrightarrow[n=3\ \text{نارنجی}]{b=2\ \text{قرمز و}\ a=6\ \text{آبی}} R=62\times10^3=62000\Omega$$

اتصال مقاومت‌ها

۱- اتصال متوالی: هر دو مقاومت مجاور هم (مثلاً R_1 و R_2) به یک نقطه (با پتانسیل مشخص مثلاً B) متصل هستند و دو سر دیگرشان به دو نقطه با پتانسیل‌های متفاوت (مثلاً A و C) متصل می‌باشند از نقطه‌ی مشترک انشعاب نداریم.

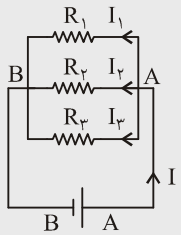


$$\begin{cases} I=I_1=I_2=I_3=.... \\ V=V_1+V_2+V_3+.... \\ R_t=R_1+R_2+R_3+..... \end{cases}$$

مقاومت معادل n مقاومت مشابه R_1 که متوالی به هم بسته شده‌اند

$$R_t=nR_1$$

۲- اتصال موازی: در این نوع اتصال دو سر تمامی مقاومت‌ها به دو نقطه با پتانسیل‌ها مثلاً A ولت و B ولت متصل‌اند.



$$\begin{cases} V=V_1=V_2=V_3 \\ I=I_1+I_2+I_3 \\ \frac{1}{R_t}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \end{cases}$$

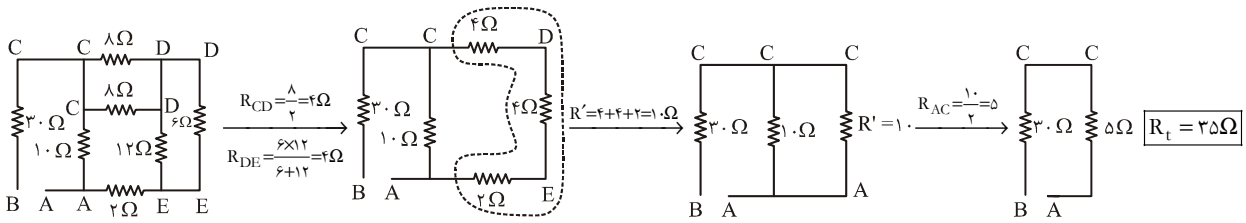
مقامت معادل دو مقاومت R_1 و R_2 که موازی به هم بسته شده‌اند.

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

مقاومت معادل n مقاومت مشابه R_1 که موازی به هم وصل شده‌اند.

$$R_t=\frac{R_1}{n}$$

مقاومت معادل بین دو نقطه‌ی A و B چیست؟



انرژی الکتریکی مصرف شده در یک مقاومت: وقتی بار q از مقاومتی عبور کند انرژی پتانسیل الکتریکی به گرما تبدیل می‌شود که مقدار آن برابراست با:

$$U = RI^۲t = \frac{V^۲}{R}t = VIt = Vq = \frac{Rq^۲}{t}$$

توان: انرژی مصرف شده در واحد زمان را توان الکتریکی می‌گوییم. واحد آن $\frac{J}{S}$ یا وات است و از روابط زیر به‌دست می‌آید.

$$P = \frac{U}{t} = RI^۲ = \frac{V^۲}{R} = VI$$

اگر واحد توان برحسب کیلووات و واحد زمان برحسب ساعت در نظر گرفته شود واحد انرژی کیلووات ساعت می‌شود. $۱kwh = ۳/۶\times۱۰^۶ J$

توان و ولتاژ اسمی: مناسب‌ترین اختلاف پتانسیلی که می‌توان به دستگاه وصل کرد را ولتاژ اسمی (V_S) می‌گوییم. توانی که دستگاه به ازاء ولتاژ اسمی دارد را توان اسمی (P_S) می‌نامیم. این دو عدد بر روی دستگاه نوشته می‌شود. در صورتی که دستگاه به ولتاژی بیش از V_S متصل شود، آسیب می‌بیند و در صورتی که به ولتاژی کم‌تر از V_S متصل شود، توان مصرفی آن از توان اسمی کم‌تر می‌شود.

توان اسمی $P_S = \frac{V_S^۲}{R}$

توان مصرفی $P = \frac{V^۲}{R}$

$$\Rightarrow \frac{P}{P_S} = (\frac{V}{V_S})^۲$$

لامپی با مشخصات ۱۲V و ۳۶W را به منبع ۸V وصل می‌کنیم. اگر مقاومت الکتریکی لامپ ثابت بماند. توانش در این حالت چند وات می‌شود؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

حل: گزینه‌ی«۱»

$$\frac{P}{P_S} = (\frac{V}{V_S})^۲ \Rightarrow \frac{P}{۳۶} = (\frac{۸}{۱۲})^۲ \Rightarrow P = ۱۶W$$

▼توان لامپ‌ها

هرگاه لامپ‌هایی با توان اسمی $P_۱$ ، $P_۲$ و . . . را به طور موازی به ولتاژ اسمی آن‌ها وصل کنیم، توان مصرفی هریک برابر با توان اسمی‌اش می‌شود و در این صورت توان مصرفی کل برابراست با: $P_t = P_۱ + P_۲ + P_۳ + ...$

هرگاه لامپ‌هایی با توان اسمی $P_۱$ ، $P_۲$ و . . . را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم. اولاً توان مصرفی مجموعه از توان اسمی تک تک لامپ‌ها نیز کم‌تر است ثانیاً لامپی که توان اسمی کم‌تری دارد. توان مصرفی‌اش بیش‌تر از بقیه لامپ‌ها می‌شود. که از رابطه مقابل به دست می‌آید: $\frac{۱}{P_t} = \frac{۱}{P_۱} + \frac{۱}{P_۲} + ...$

در صورتی که دو لامپ با توان‌های اسمی $P_۱$ و $P_۲$ را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم، توان مصرفی مجموعه و توان اسمی هریک از روابط زیر به‌دست می‌آید.

توان مصرفی دومی $P'_۲ = \frac{P_۱}{P_۱ + P_۲}P_t$ توان مصرفی اولی $P'_۱ = \frac{P_۲}{P_۱ + P_۲}P_t$ توان مصرفی کل $P_t = \frac{P_۱P_۲}{P_۱ + P_۲}$

اگر n لامپ مشابه که توان اسمی هر یک $P_۱$ است را به‌طور متوالی به هم وصل کنیم توان مصرفی مجموعه $P = \frac{P_۱}{n}$ و توان مصرفی هریک $P = \frac{P_۱}{n^۲}$ می‌شود.

دو لامپ با توان‌های $P_۱ = ۱۲۰W$ و $P_۲ = ۸۰W$ را به‌طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. توان مصرفی آن‌ها به ترتیب از راست به چپ می‌شود؟

۱) ۸۰ و ۱۲۰ ۲) ۱۲۰ و ۸۰ ۳) ۱۹۲ و ۲۸/۸ ۴) ۲۸/۸ و ۱۹/۲

روش اول: اولاً توان مصرفی مجموعه از کوچک‌ترین توان $(P_2 = 80W)$ نیز کم‌تر است. ثانیاً لامپی که توان اسمی بیش‌تری دارد (P_1) توان مصرفی‌اش از دیگری کم‌تر است پس گزینه‌ی «۳» صحیح می‌باشد.

روش دوم: $P_2' = 48 - 19/2 = 28/8W$ $\quad P_1' = \frac{P_2}{P_1+P_2}P_t = \frac{80}{120+80}\times 48 = 19/2W$ $\quad P_t = \frac{P_1P_2}{P_1+P_2} = \frac{120\times 80}{120+80} = 48W$

۴ لامپ ۱۰۰W را به‌طور متوالی به برق شهر وصل می‌کنیم. توان مصرفی هریک چند وات می‌شود؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۵ ۳) ۶/۲۵ ۴) ۴۰۰

حل: در این حالت توان مصرفی مجموعه $P = \frac{P_1}{n} = \frac{100}{4} = 25w$ و توان مصرفی هریک $P = \frac{P_1}{n^2} = \frac{100}{4^2} = 6/25w$ می‌شود.

انتقال انرژی یک مولد نیروگاهی به وسیله‌ی کابل: انتقال انرژی با ولتاژ بسیار بالا و شدت جریان کم انجام می‌شود تا از نظر اقتصادی مقرون به صرفه باشد اگر P توان مولد الکتریکی و R مقاومت کابل‌های انتقال انرژی و ε نیروی محرکه مولد باشد، شدت جریان انتقال $I = \frac{P}{\varepsilon}$ و توان تلف شده در کابل‌ها $P' = RI^2$ و توان مفید در محل مصرف $P'' = P - P'$ می‌شود.

توان یک مولد الکتریکی ۱۵۰kw است برای انتقال انرژی به محل مصرف از کابل‌هایی با مقاومت ۳۰Ω استفاده می‌کنیم اگر نیروی محرکه مولد ۷۵۰۰V باشد، توان مفید در محل مصرف چند کیلووات است؟ (آزاد ریاضی -۷۶)

۱) ۱۴۹/۴ ۲) ۱۴۲/۵ ۳) ۱۳۸ ۴) ۱۲۷/۵

حل: گزینه‌ی «۳»

شدت جریان انتقال $I = \frac{P}{\varepsilon} = \frac{150000}{7500} = 20A$

$P'' = P - P' = 150 - 12 = 138kw$ مفید $\Rightarrow$ $P' = RI^2 = 30\times 20^2 = 12000W = 12kw$ توان تلف شده

آمپرسنج: به‌طور متوالی در مدار قرار می‌گیرد و شدت جریان را اندازه می‌گیرد مقاومت آمپرسنج ناچیز است. مقاومت آمپرسنج ایده‌ال صفر است حداکثر شدت جریان (مجاز) گذرنده از آن‌ها کم است. برای اندازه‌گیری شدت جریان‌های بیش از این مقدار مقاومت ناچیزی (R_s) را به‌طور موازی به آن وصل می‌کنیم. در این صورت شدت جریان گذرنده از آن (Ia) برابر خواهد بود با:

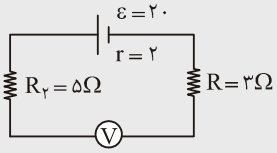
$$I_a = \frac{I}{1+\frac{Ra}{Rs}}$$

عقربه‌ی یک آمپرسنج به مقاومت ۱۸ اهم با عبور جریان ۰/۱A به بیش‌ترین انحراف خود می‌رسد. برای اندازه‌گیری شدت جریان ۱A چه مقاومتی و به چه شکلی باید به آن وصل کنیم؟

حل: موازی $I_a = \frac{I}{1+\frac{Ra}{Rs}} \Rightarrow 0/1 = \frac{1}{1+\frac{18}{Rs}} \rightarrow R_s = 2\Omega$

ولت‌سنج: به‌طور موازی در مدار قرار می‌گیرد و اختلاف پتانسیل را اندازه می‌گیرد مقاومتش زیاد است. مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بی‌نهایت است. اگر ولت‌سنج به اشتباه به‌طور متوالی در مدار قرار گیرد. شدت جریان مدار صفر می‌شود. در این صورت اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها، صفر می‌شود و ولت‌سنج، نیروی محرکه مولد را نشان می‌دهد. اگر ولت‌سنج به دو سر مولد متصل شود، نیروی محرکه مولد (ε) را نشان می‌دهد.

در شکل زیر ولت‌سنج چه عددی را نشان می‌دهد؟



۱) صفر ۲) ۲۰ ✓ ۳) ۲۴ ۴) ۱۶

تبدیل آمپرسنج به ولت‌سنج: برای تبدیل آمپرسنج به ولت سنج یک سیم با مقاومت زیاد را به‌طور متوالی به آن وصل می‌کنیم. باید دقت کنیم که شدت جریان مجاز گذرنده از ولت‌سنج همان شدت جریان گذرنده از آمپرسنج باشد.

مقاومت یک آمپرسنج ۴۰Ω است و عقربه‌ی آن با عبور جریان ۰/۱A به بیش‌ترین انحراف خود می‌رسد. برای تبدیل آن به ولت‌سنجی که بتواند ۴۰V را اندازه بگیرد، چه مقاومتی و به چه شکلی بایستی به آن وصل کرد؟

۱) ۴۰۰Ω و متوالی ۲) ۴۰۰Ω و موازی ۳) ۳۶۰Ω و موازی ۴) ۳۶۰Ω و متوالی

حل: گزینه‌ی «۴»

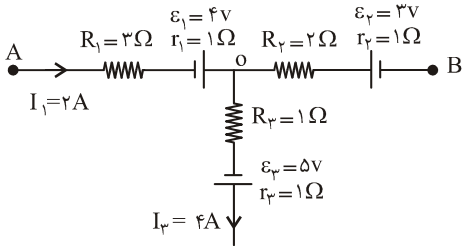
مقاومت موردنیاز ولت سنج $V = IR \Rightarrow 40 = 0/1R \Rightarrow R = 400\Omega$

مقاومتی که بایستی به آن به‌طور متوالی وصل کنیم. $R' = 400 - 40 = 360\Omega$

دستورالعمل: هرگاه در جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، ولتاژ به اندازه‌ی IR کاهش می‌یابد. در صورتی که در خلاف جهت جریان از مقاومت R عبور کنیم، ولتاژ به اندازه‌ی IR افزایش می‌یابد.

صرف‌نظر از جهت جریان از پایانه مثبت به منفی مولد ولتاژ به اندازه‌ی ε (نیروی محرکه) کاهش و از پایانه‌ی منفی به مثبت مولد، ولتاژ به اندازه‌ی ε افزایش می‌یابد.

در مدار شکل مقابل V_{AB}، $(V_A - V_B)$ چند ولت است؟



حل: قانون اول کیرهشهف در نقطه‌ی O را می‌نویسیم:

$I_1 = 2A$ به o وارد $I_3 = 4A$ از o خارج می‌شود. پس $I_2 = 2A$ بایستی به o وارد شود.

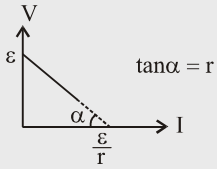
$$V_A - I_1R_1 + \varepsilon_1 - I_1r_1 + I_2R_2 - \varepsilon_2 + I_2r_2 = V_B$$

$$V_A - 2\times3 + 4 - 2\times1 + 2\times2 - 3 + 2\times1 = V_B \Rightarrow V_{AB} = +1V$$

مولدها: وسایلی هستند که انرژی لازم برای حرکت الکترون‌ها در مدار را تأمین می‌کنند. دارای نیروی محرکه ε و مقاومت درونی r می‌باشد.

در صورتی که جریان از پایانه منفی مولد خارج شود،مولد مثل یک مصرف‌کننده در مدار عمل می‌کند.

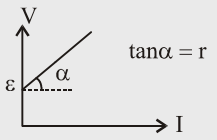
۱- جریان از پایانه مثبت مولد خارج می‌شود.



$\tan\alpha = r$

$$V_{AB} = \varepsilon - Ir$$

۲- جریان از پایانه منفی مولد خارج می‌شود.



$\tan\alpha = r$

$$V_{AB} = \varepsilon + Ir$$

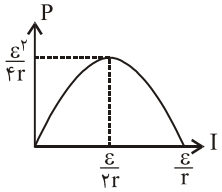
توان مولد: مولد توانی تولید می‌کند (p) بخشی از آن توسط مقاومت درونی تلف می‌شود (P') و بقیه به صورت توان مفید توسط مقاومت مدار مصرف می‌شود.

توان تلف شده $= P' = rI^2$

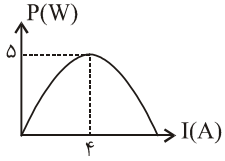
توان مولد $= P = \varepsilon I$

توان مفید مولد = توان مصرفی مدار $= P'' = \varepsilon I - rI^2$

نمودار توان مفید مولد برحسب شدت جریان گذرنده از آن به شکل مقابل است.



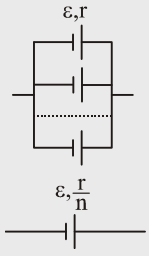
نمودار تغییرات توان مفید یک مولد برحسب شدت جریان گذرنده از آن به شکل مقابل است. نیروی محرکه‌ی مولد و مقاومت درونی آن چیست؟



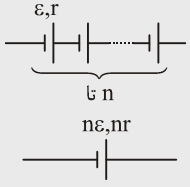
$$\begin{cases} \frac{\varepsilon^2}{4r} = 5 \\ \frac{\varepsilon}{2r} = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم}} \frac{\varepsilon}{2} = \frac{5}{4} \rightarrow \varepsilon = 2/5V \xrightarrow{\text{با قراردادن در یکی از معادلات}} r = \frac{5}{16}\Omega$$

▼ اتصال مقاومت‌های مشابه به یک‌دیگر

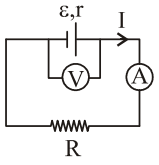
اتصال موازی: اگر n مقاومت مشابه (ε, r) را موازی وصل کنیم معادل مولدی با نیروی محرکه ε و مقاومت درونی $\frac{r}{n}$ می‌باشد.



اتصال متوالی: اگر n مولد مشابه (ε, r) را متوالی ببندیم معادل آن‌ها مولدی با نیروی محرکه $n\varepsilon$ و مقاومت درونی nr است.



مدار تک حلقه ساده



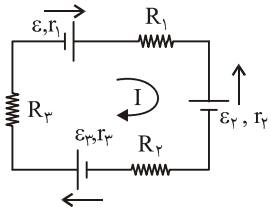
رابطه مستقل از I

$$V_\varepsilon = V_R = \frac{\varepsilon R}{R + r}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

مدار تک حلقه با چند مولد

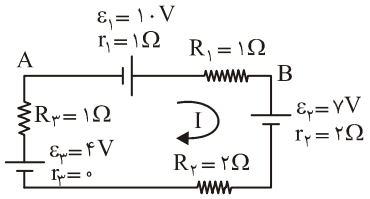
۱- **تعیین شدت جریان:** یک جهت دلخواه برای جریان در نظر می‌گیریم جهت نیروی محرکه مولدها را از پایانه منفی به طرف پایانه مثبت در نظر می‌گیریم سپس نیروی محرکه‌هایی که در جهت جریان هستند را با علامت مثبت و آن‌هایی که در خلاف جهت جریان هستند با علامت منفی در رابطه زیر به کار می‌بریم.



$$I=\frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma R+\Sigma r}\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2+\varepsilon_3}{R_1+R_2+R_3+r_1+r_2+r_3}$$

۲- **تعیین اختلاف پتانسیل دو نقطه از مدار:** ابتدا شدت جریان را به‌دست می‌آوریم سپس از نقطه‌ی اول به طرف دوم می‌رویم و تغییر پتانسیل هر جزء را می‌نویسیم. تا اختلاف پتانسیل محاسبه می‌شود.

در مدار شکل مقابل V_{AB} چیست؟

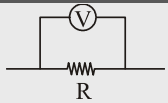
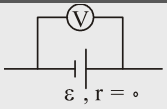
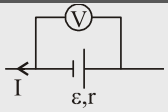
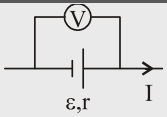


$$I=\frac{\varepsilon_3+\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_1+R_2+R_3+r_1+r_2+r_3}=\frac{4+10-7}{1+2+1+1+2}=1A$$

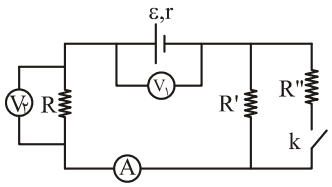
$$V_A+\varepsilon_1-Ir_1-IR_1=V_B\Rightarrow V_A+10-1=V_B$$

$$\Rightarrow V_A-V_B=VAB=-8V$$

برحسب آن که ولت متر به دو سر کدام جزء الکتریکی متصل شده باشد مقادیری نشان می‌دهد که در جدول زیر روابط آن مشخص شده است.

 $V=IR$ با افزایش شدت جریان ولتاژ افزایش می‌یابد	 $V=\varepsilon$ با تغییر شدت جریان V ثابت می‌ماند	 $V=\varepsilon+Ir$ جریان از پایانه منفی خارج می‌شود با افزایش شدت جریان V افزایش می‌یابد	 جریان از پایانه مثبت خارج می‌شود $V=\varepsilon-IV$ با افزایش شدت جریان V کاهش می‌یابد

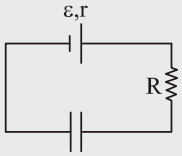
در مدار شکل مقابل با وصل کلید k اعدادی که آمپرسنج و ولت‌مترها نشان می‌دهند چه تغییری می‌کند؟



حل: با وصل کلید k، R'' به طور موازی با R' در مدار قرار می‌گیرد و مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد طبق رابطه‌ی $I=\frac{\Sigma\varepsilon}{\Sigma R+\Sigma r}$ شدت جریان افزایش می‌یابد. طبق رابطه $V_1=\varepsilon-Ir$ با افزایش I، V_1 کم می‌شود و طبق رابطه‌ی $V_2=IR$ با افزایش I، V_2 افزایش می‌یابد.

اتصال مقاومت و خازن در مدار

۱- خازن در مدار اصلی قرار دارد.

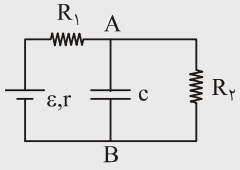


شدت جریان مدار $I=0$

$V_{(خازن)}=\varepsilon$

$q=C\varepsilon$

۲- خازن با یک جزء از مدار موازی بسته می‌شود.

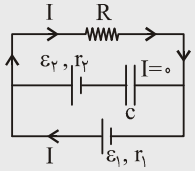


در این حالت ولتاژ دو سر خازن با ولتاژ قسمتی که با آن موازی است برابر می‌باشد.

$V_{(خازن)}=V_{R_2}=IR_2$

$q=CV$

۳- خازن در شاخه‌ی اصلی نیست و با هیچ جزئی موازی نیست.

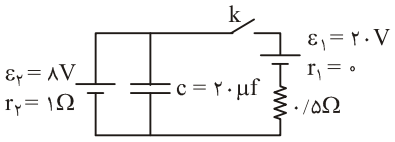


در این حالت از شاخه خازن جریان نمی‌گذرد.

$I=\frac{\varepsilon_1}{R+r_1}$; $V_\varepsilon+\varepsilon_2=IR$

با معلوم شدن V_C بار و انرژی خازن محاسبه می‌شود.

در شکل ابتدا کلید K باز است، اگر کلید بسته شود بار روی خازن . . . میکروکولن . . . می‌یابد.



۱) ۸۰، کاهش ۲) ۸۰، افزایش ۳) ۱۶۰، کاهش ۴✓) ۱۶۰ افزایش

حل: وقتی کلید K باز است، خازن به‌طور متوالی در مدار قرار دارد و از مدار جریان عبور نمی‌کند. در این حالت ولتاژ دو سر خازن برابر با نیروی محرکه‌ی ε_2 است.

$$q_1 = C_1 v_1 = ۲۰\times ۸ = ۱۶۰\mu c$$

پس از وصل کلید ولتاژ دو سر خازن برابر با ولتاژ دو سر مولد ε_2 می‌شود.

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\Sigma R + \Sigma r} = \frac{۲۰-۸}{۰/۵+۱} = ۸A \qquad V_2 = \varepsilon_2 + Ir = ۸+۸\times ۱ = ۱۶V$$

$$q_2 = Cv = ۱۶\times ۲۰ = ۳۲۰\mu C \Rightarrow \Delta q = ۳۲۰-۱۶۰ = ۱۶۰\mu C$$

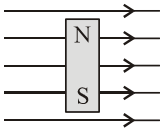
مغناطیس

مغناطیس: خاصیتی از موادی مثل آهن، کبالت و نیکل است که براده‌های آهن را جذب می‌کنند. این خاصیت در دو ناحیه قوی‌تر است که به آن‌ها **قطب‌های** آهن‌ربا می‌گوییم. قطب N آهن‌ربا به سمت شمال زمین و قطب S به سمت جنوب زمین قرار می‌گیرد.

میدان مغناطیسی: خاصیت مغناطیسی اطراف یک آهن‌ربا را با خط‌هایی نشان می‌دهیم. جهت خطوط در داخل آهن‌ربا از S به N و بیرون آن از N به S می‌باشد.

وقتی یک آهن‌ربا یا عقربه‌ی مغناطیسی در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، طوری منحرف می‌شود که میدان در داخل آن، همسو با میدان مغناطیسی شود.

یک آهن‌ربا را مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواختی رها می‌کنیم. چگونه حرکت می‌کند؟



۱) به‌طرف چپ می‌رود. ۲) به طرف راست می‌رود.

۳) ۹۰° ساعتگرد می‌چرخد ۴) ۹۰° پادساعتگرد می‌چرخد

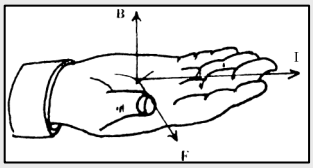
حل: گزینه‌ی «۳». جهت میدان خارجی از چپ به راست است. از آن‌جایی که جهت میدان داخل آهن‌ربا از S به N می‌باشد. آهن‌ربا طوری افقی می‌ایستد که قطب S در طرف چپ و قطب N در طرف راست قرار گیرد.

▼ نیروی وارد بر ذره‌ی باردار متحرک و یا سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی

نیروی وارد بر سیم حامل جریان $F = ILBSin\alpha$ (زاویه‌ی بین راستای سیم و B)

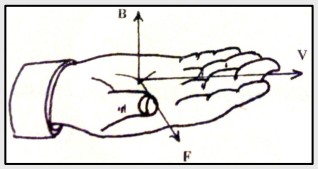
$۱T = ۱۰^۴ G$ و $\frac{\text{نیوتن}}{\text{آمپرمتر}}$ = یکای میدان مغناطیسی (تسلا)

اگر عمود بر کف دست راست به طرف بیرون را جهت میدان و چهار انگشت باز شده را در جهت جریان در نظر بگیرید، شست جهت نیروی وارد بر سیم را نشان می‌دهد.



نیروی وارد بر ذره‌ی باردار مثبت $F = qVBSin\alpha$ (زاویه‌ی بین V و B)

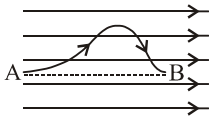
اگر عمود بر کف دست راست به طرف بیرون را جهت میدان (B) و چهار انگشت باز شده را در جهت پرتاب در نظر بگیریم، شست جهت نیروی وارد بر ذره‌ی باردار مثبت را نشان می‌دهد. عکس این جهت نیروی وارد بر ذره‌ی با بار منفی را نشان می‌دهد.



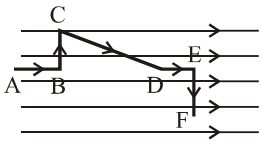
نیروی وارد بر ذره‌ی باردار، از طرف میدان مغناطیسی نیروی مرکزگرا می‌باشد و باعث حرکت ذره روی دایره‌ای می‌شود که شعاع آن از رابطه‌ی مقابل به‌دست می‌آید.

$$R = \frac{mV}{qBSin\alpha}$$

هرگاه سیم حامل جریانی در یک میدان مغناطیسی یکنواخت قرار گیرد. در صورتی که دو نقطه‌ی دلخواه AB روی سیم در نظر بگیریم به‌طوری که AB موازی خطوط میدان مغناطیسی شود، برآیند نیروهای وارد بر سیم AB از طرف میدان صفر می‌باشد.



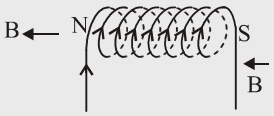
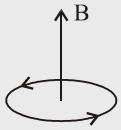
سیم ABCDEF مطابق شکل در میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت ۲T قرار گرفته و حامل جریان ۱۰A می‌باشد برآیند نیروهای وارد بر آن چیست؟ (CD = ۲m , AB = BC = DE = EF = ۱m)



۱) ۲۰N، درون سو ۲✓) ۲۰N، برون سو ۳) ۱۰N، درون سو ۴) ۱۰N، برون سو

حل: چون خط AE همسو با میدان است برآیند نیروهای وارد بر سیم ABCDE صفر است. $F_{EF} = BILSin\alpha = ۲\times ۱۰\times ۱\times Sin۹۰ = ۲۰N$

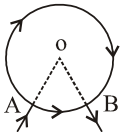
▼آثار مغناطیسی ناشی از جریان الکتریکی

خاصیت مغناطیسی در وسط سیم لوله	خاصیت مغناطیسی در وسط حلقه حامل جریان	خاصیت مغناطیسی اطراف سیم راست حامل جریان
$B=\mu_{\circ}\frac{NI}{L}=۴\pi\times۱۰^{-۷}\frac{NI}{L}$  اگر چهار انگشت دست راست در جهت جریان باشد شست جهت میدان در داخل سیم لوله را نشان می‌دهد.	$B=\frac{\mu_{\circ}}{۲}\frac{NI}{R}=۲\pi\times۱۰^{-۷}\frac{NI}{R}$  اگر چهار انگشت خمیده دست راست در جهت جریان باشد شست جهت میدان را نشان می‌دهد.	$B=\frac{\mu_{\circ}}{۲\pi}\frac{I}{R}=۲\times۱۰^{-۷}\frac{I}{R}$ اگر سیم را در دست راست طوری بگیریم که شست در جهت جریان باشد چهار انگشت خمیده جهت میدان را نشان می‌دهد.

هرگاه دو سیم موازی حامل جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ در فاصله‌ی R از یک‌دیگر قرار داشته باشند نیرویی که به L متر از هریک از سیم‌ها وارد می‌شود، از رابطه زیر به‌دست می‌آید اگر جریان سیم‌ها همسو باشد نیرو جاذبه و اگر در دو سوی مخالف باشد نیرو دافعه می‌باشد.

$$F=۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۱I_۲}{R}L$$

هرگاه دو نقطه دلخواه A و B را روی یک سیم دایره‌ای شکل انتخاب کنیم و جریان الکتریکی از نقطه‌ی A وارد و از B خارج شود، میدان مغناطیسی در نقطه O(مرکز دایره) صفر می‌باشد.



هرگاه از سیمی به طول d ، پیچه‌ی مسطحی که شعاع هر حلقه‌اش r است درست کنیم و جریانی به شدت I از آن عبور دهیم شدت میدان در مرکز پیچه از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

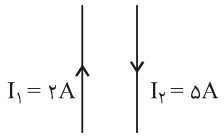
$$B=۱۰^{-۷}\frac{dI}{r^{۲}}$$

هرگاه از سیمی به طول d ، سیم لوله‌ای به طول L درست کنیم که شعاع هر حلقه‌اش r باشد و جریان I از آن عبور دهیم، شدت میدان مغناطیسی در مرکز سیم لوله از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$B=۲\times۱۰^{-۷}\frac{dI}{rL}$$

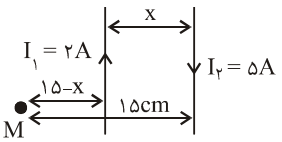
هرگاه دو سیم موازی حامل جریان‌های همسو داشته باشیم، مکان هندسی نقاطی که شدت میدان صفر است خطی است موازی دو سیم و در صفحه‌ی آن‌ها و بین دو سیم و نزدیک به سیم حامل جریان کم‌تر. در صورتی که جریان دو سیم در دو سوی مخالف باشد این مکان بیرون دو سیم نزدیک سیم حامل جریان کم‌تر می‌شود. با توجه به این نکته که اندازه‌ی میدان دو سیم در این مکان‌ها یکسان است موقعیت مکان مشخص می‌شود.

در شکل مقابل اگر در ۱۵ سانتی‌متری از سیم حامل جریان $I_۲$ شدت میدان صفر باشد فاصله‌ی دو سیم از یک‌دیگر چند سانتی‌متر است؟



۱) ۹ ۲) ۸ ۳) ۲۱ ۴) ۲۷

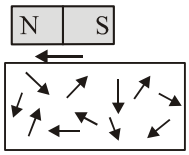
حل: در نقطه‌ای مثل M خارج از دو سیم نزدیک سیم حامل جریان $I_۱$ ،اندازه‌ی دو میدان برابر ولی در خلاف جهت یک‌دیگرند و میدان صفر می‌شود.



$$B_۱=B_۲\Rightarrow ۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۱}{۱۵-x}=۲\times۱۰^{-۷}\frac{I_۲}{۱۵}\Rightarrow\frac{۲}{۱۵-x}=\frac{۵}{۱۵}\Rightarrow x=۹cm$$

▼خاصیت مغناطیسی مواد

۱- دو قطبی مغناطیسی: کوچک‌ترین ذره‌ی تشکیل‌دهنده‌ی یک آهن‌ربا نیز آهن‌ربا هستند که آن‌ها را دو قطبی مغناطیسی می‌نامند.



۲- مواد پارامغناطیس: در این مواد دو قطبی‌های مغناطیسی به‌طور نامنظم توزیع شده‌اند و در میدان‌های مغناطیسی قوی خاصیت آهن‌ربایی به‌دست می‌آورند و در صورت حذف میدان این خاصیت را از دست می‌دهند مثل فلزات قلیایی، آلومینیوم اکسیژن، اکسید ازت و . . .

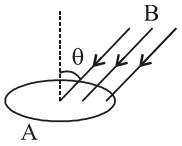
۳- مواد فرومغناطیس: در این مواد دو قطبی‌های مغناطیسی در قسمت‌های جداگانه به نام حوزه‌های مغناطیسی هم جهت می‌باشند اما سوی آن‌ها در حوزه‌های مختلف متفاوت می‌باشد. (مثل آهن ـ کبالت ـ نیکل)

۴- فرومغناطیس نرم: این مواد به آسانی در میدان مغناطیسی آهن‌ربا می‌شوند و با حذف میدان خاصیت آهن‌ربایی خود را از دست می‌دهند مثل آهن.

۵- فرومغناطیس سخت: این مواد در میدان مغناطیسی آهن‌ربا می‌شود ولی با حذف میدان این خاصیت را در خود حفظ می‌کنند مثل فولاد خاصیت مغناطیس در آهن بیش‌تر از فولاد است ولی در آهن موقتی در فولاد دائمی می‌باشد.

القای الکترومغناطیس

شار مغناطیسی: شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه‌ی بسته به مساحت A وقتی در یک میدان مغناطیسی به شدت B قرار می‌گیرد. از رابطه‌ی روبه‌رو به‌دست می‌آید.



$\boxed{\varphi = AB\cos\theta}$ → زاویه بین نیم خط عمود بر سطح با خطوط میدان ← وبر (wb)

قانون فارادی: در اثر تغییر شار گذرنده از یک حلقه در حلقه نیروی محرکه‌ای القا می‌شود که متناسب با شدت تغییرات شار است.

$\boxed{\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$ نیروی محرکه القایی متوسط

$\boxed{\varepsilon = -N\frac{d\varphi}{dt}}$ نیروی محرکه القایی لحظه‌ای

قانون لنز: سوی جریان حاصل از نیروی محرکه‌ی القایی به گونه‌ای است که با عامل به وجود آورنده‌اش مخالفت می‌کند (علامت منفی فرمول‌های فوق نشان از قانون لنز می‌باشد.)

شدت جریان القایی و بار القا شده در مدار از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$\bar{I} = -\frac{N}{R}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = N\frac{\Delta\varphi}{R}$ شدت جریان متوسط

$i = -\frac{N}{R}\frac{d\varphi}{dt}$ شدت جریان لحظه‌ای

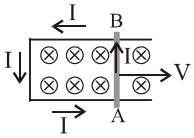
$\varepsilon = -NA\frac{\Delta B}{\Delta t}\cos\theta$ نیروی محرکه القایی بر اثر تغییر میدان

$\varepsilon = -N\frac{\Delta A}{\Delta t}B\cos\theta$ نیروی محرکه القایی بر اثر تغییر مساحت حلقه

$\varepsilon = -N\frac{AB}{\Delta t}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)$ نیروی محرکه القایی بر اثر تغییر زاویه

حرکت سیم رسانا در میدان مغناطیسی: هرگاه میله‌ی رسانایی به طول L در میدان مغناطیسی یکنواخت B با سرعت V به حرکت درآید نیروی محرکه‌ای در دو سر آن القا می‌شود که از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$\boxed{\varepsilon = BVL\sin\alpha}$ α زاویه‌ی $\vec{V}$ و $\vec{B}$



اگر عمود بر کف دست راست به طرف بیرون را در جهت میدان، و چهار انگشت دست را در جهت حرکت بگیریم، شست جهت جریان را نشان می‌دهد.

نیروی محرکه‌ی خود القایی: هرگاه جریان الکتریکی گذرنده از یک سیم لوله تغییر کند، در سیم لوله تغییر شاری رخ می‌دهد که باعث ایجاد نیروی محرکه‌ی القایی در سیم‌پیچ می‌شود که مقدارش از روابط زیر قابل محاسبه است.

$\boxed{\varepsilon = -L\frac{di}{dt}}$ نیروی محرکه‌ی القایی لحظه‌ای (ولت) $\Rightarrow$ $\boxed{\bar{\varepsilon}_L = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}}$ نیروی محرکه‌ی القای متوسط (ولت)

L ضریب خودالقایی سیم لوله می‌باشد که از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$\boxed{L = k\mu_0\frac{N^2A}{\ell}}$ برحسب هانری

انرژی ذخیره شده در سیم لوله: از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه می‌باشد.

$\boxed{U = \frac{1}{2}LI^2} \Rightarrow \boxed{\Delta U = \frac{1}{2}L(I_2^2 - I_1^2)}$

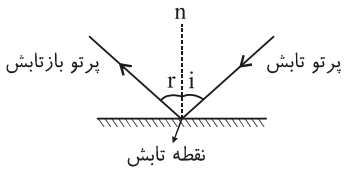
جریان متناوب: هرگاه سیم‌پیچی شامل Nحلقه را در یک میدان یکنواخت به شدت B با سرعت زاویه‌ای ω دوران دهیم شار گذرنده از آن و در نتیجه شدت جریان متناوب خواهد شد که از روابط زیر به‌دست می‌آید.

$\boxed{\varphi = AB\cos\omega t}$; $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \varphi_{max} = AB$ $\Rightarrow$ $\boxed{\varepsilon_{max} = N\varphi_{max}\omega}$

$\boxed{\varepsilon = NAB\omega\sin\omega t} \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{max}\sin\omega t \Rightarrow \varepsilon_{max} = NAB\omega$

$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon_{max}}{R}\cos\omega t$ $\quad I_{max} = \frac{\varepsilon_{max}}{R} = \frac{NAB\omega}{R}$ $\Rightarrow$ $\boxed{I = I_m\sin\omega t}$

قوانین بازتاب نور:

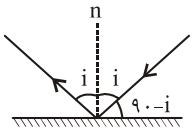


۱- شعاع تابش و بازتابش و خط عمود بر سطح در یک صفحه قرار دارند.

۲- زوایای تابش و بازتابش برابرند $(i = r)$

اگر زاویه‌ای که پرتوتابش با پرتوبازتابش می‌سازد، چهار برابر زاویه‌ای باشد که پرتوتابش با سطح آینه می‌سازد، زاویه‌ی تابش چند درجه است؟

۱) ۵۴° ۲) ۶۰° ✓ ۳) ۳۰° ۴) ۴۵°



حل:

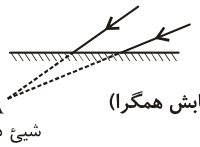
$۲i = ۴(۹۰ - i) \Rightarrow i = ۶۰°$

▼ شی‌ها و تصویرهای حقیقی و مجازی

شیء حقیقی: شیئی است که نورهای واگرا تابش می‌کند. (تمام شی‌های اطراف ما حقیقی‌اند.)

شیء مجازی: هرگاه پرتوهای همگرا قبل از رسیدن به هم توسط یک دستگاه (مثلاً آینه) قطع شوند، امتدادشان هم‌دیگر را در نقطه‌ای به نام شیء مجازی قطع می‌کنند.

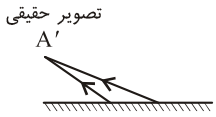
(تابش واگرا)



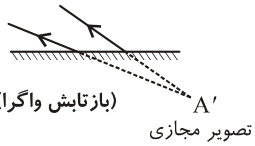
(تابش همگرا)

تصویر حقیقی: از برخوردهای شعاع‌های بازتابش (و نه امتداد آن‌ها) تشکیل می‌شود.

۱- بر روی پرده تشکیل می‌شوند. ۲- بدون پرده دیده نمی‌شوند.



(بازتابش همگرا)



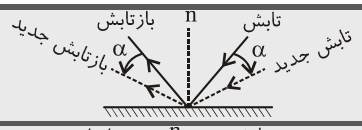
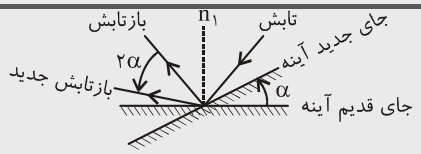
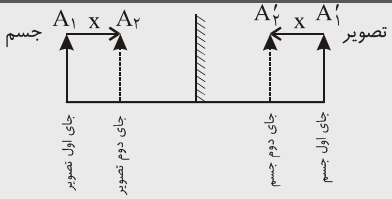
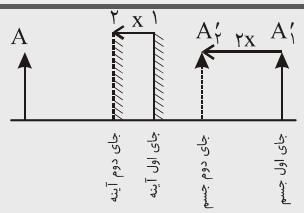
(بازتابش واگرا)

تصویر مجازی: از برخورد امتدادهای پرتوهای بازتابش تشکیل می‌شوند.

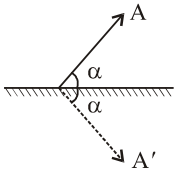
۱- بر روی پرده تشکیل نمی‌شوند. ۲- بدون پرده دیده می‌شوند.

در آینه‌ی تخت از شیء حقیقی، تصویر مجازی و از شیء مجازی، تصویر حقیقی به‌دست می‌آید و همواره فاصله‌های جسم و تصویر از آینه برابر است.

قوانین آینه‌های تخت

۱- اگر پرتوتابش به آینه به اندازه‌ی α در یک جهت دوران کند، پرتو بازتابش به اندازه‌ی α در خلاف جهت آن دوران می‌کند.	
۲- اگر آینه به اندازه‌ی α در یک جهت دوران کند، پرتو بازتابش به اندازه‌ی ۲α در همان جهت دوران می‌کند.	
۳- اگر جسم به اندازه‌ی x نسبت به آینه حرکت کند، تصویرش به اندازه‌ی x و در خلاف جهت حرکت جسم جابه‌جا می‌شود و اگر جسم با سرعت V حرکت کند، تصویرش با سرعت V در خلاف جهت حرکت جسم حرکت می‌کند.	
۴- اگر آینه به اندازه x جابه‌جا شود، تصویر به اندازه‌ی $۲x$ در همان جهت جابه‌جا می‌شود و اگر آینه با سرعت V حرکت کند، تصویرش با سرعت $۲V$ در همان جهت حرکت می‌کند.	

زاویه‌ای که یک جسم یا آینه‌ی تخت سازد برابر با زاویه‌ای است که تصویرش با آینه می‌سازد.



$\Rightarrow$ ۲α = زاویه بین جسم و تصویر در آینه تخت

سرعت حرکت تصویر با طول تصویر متناسب است. یعنی وقتی طول تصویر کوچک‌تر از طول جسم می‌باشد، سرعت حرکت تصویر کم‌تر از سرعت حرکت جسم می‌باشد. وقتی طول تصویر بزرگ‌تر از طول جسم است سرعت حرکت تصویر بیش‌تر از سرعت حرکت جسم می‌باشد.

در هنگام جابه‌جایی جسم اگر طول تصویر در حال بزرگ‌شدن باشد، سرعت تصویر نیز در حال بزرگ‌شدن است و حرکت تصویر تند شونده می‌باشد در هنگام جابه‌جایی جسم، اگر طول تصویر در حال کوچک‌شدن باشد، سرعت تصویر نیز در حال کم شدن می‌باشد و حرکت تصویر کند شونده می‌شود.

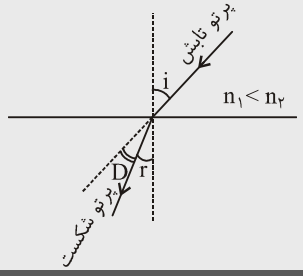
شکست نور: نور هنگام عبور از سطح جدایی دو محیط شفاف می‌شکند و پرتو شکست نسبت به پرتو تابش انحراف پیدا می‌کند به این پدیده شکست نور می‌گوییم.

ضریب شکست: نسبت سرعت نور در خلأ به سرعت نور در یک محیط را ضریب شکست آن محیط می‌گوییم $(\mathbf{n})$.

$$\boxed{\mathbf{n=\frac{C}{V}}}$$

سرعت نور در یک محیط با ضریب شکست آن محیط نسبت عکس دارد.

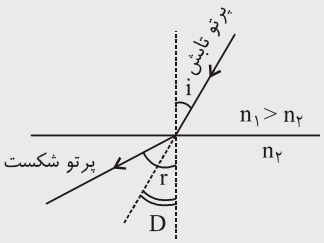
اگر نور از محیط رقیق وارد محیط غلیظ شود می‌شکند و به خط عمود نزدیک می‌شود.



زاویه انحراف $\mathbf{D=i-r}$

$$\boxed{\mathbf{n_1 Sin\, i = n_2 Sin\, r}}$$

اگر نور از محیط غلیظ وارد محیط رقیق شود می‌شکند و از خط عمود دور می‌شود.



زاویه انحراف $\mathbf{D=r-i}$

$$\boxed{\mathbf{n_1 Sin\, i = n_2 Sin\, r}}$$

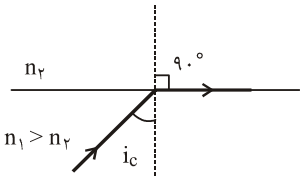
ضریب شکست نسبی: نسبت ضریب شکست محیط (۱) به ضریب شکست محیط (۲) را ضریب شکست نسبی محیط (۱) نسبت به محیط (۲) می‌نامیم.

$$\boxed{\mathbf{n_{1/2}=\frac{n_1}{n_2}=\frac{v_2}{v_1}}}$$

ضریب شکست شیشه نسبت به آب $\frac{9}{8}$ و ضریب شکست الماس نسبت به شیشه $\frac{8}{5}$ می‌باشد. نسبت سرعت نور در آب بر سرعت نور در الماس چیست؟

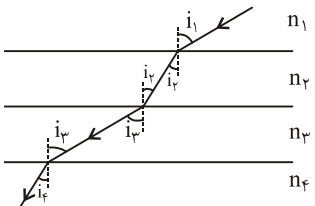
$$\left.\begin{aligned}\mathbf{n_{G/W}=\frac{n_G}{n_w}=\frac{9}{8}}\\ \mathbf{n_{D/G}=\frac{n_D}{n_G}=\frac{8}{5}}\end{aligned}\right| \Rightarrow \mathbf{\frac{n_G}{n_w}.\frac{n_D}{n_G}=\frac{n_D}{n_w}=\frac{9}{8}\times\frac{8}{5}=\frac{9}{5}\Rightarrow\frac{V_w}{V_D}=\frac{n_D}{n_w}=\frac{9}{5}}$$

زاویه‌ی حد: زاویه‌ی تابش از محیط غلیظی است که زاویه‌ی شکست آن 90° است. اگر نور تحت زوایای بزرگ‌تر از زاویه‌ی حد از محیط غلیظ بتابد، از محیط غلیظ خارج نمی‌شود و انعکاس کلی روی می‌دهد.



$$\mathbf{n_1 Sin\, i_c = n_2 Sin 90^\circ \Rightarrow \boxed{Sin\, i_c = \frac{1}{n_{1/2}}}}$$

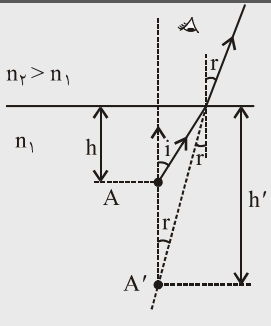
شکست‌های متوالی: برای سطوح جداکننده‌ی زیر می‌توان نوشت:



$$\boxed{\mathbf{n_1 Sin i_1 = n_1 Sin i_2 = n_3 Sin i_3 = ...}}$$

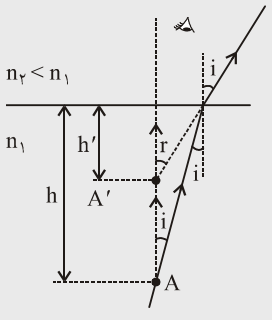
اگر محیط طرفین سطوح یکسان باشد $(\mathbf{n_1=n_4})$ نور خروجی موازی با نور ورودی خواهد بود $(\mathbf{i_1=i_4})$

عمق ظاهری و عمق واقعی: هرگاه بخواهیم از یک محیط شیئی واقع در محیط دیگری را ببینیم، آن شی را در محل واقعی خود نمی‌بینیم، فاصله شیئی تا سطح جدایی دو محیط را عمق واقعی $(\mathbf{h})$ و فاصله‌ی تصویرش از این سطح را عمق ظاهری $(\mathbf{h'})$ می‌نامیم.

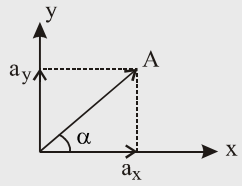


$$\boxed{\mathbf{h'=\frac{h}{n_{1/2}}}}$$

$$\mathbf{n_{1/2}=\frac{n_1}{n_2}}$$



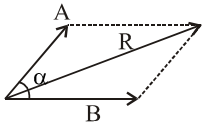
نمایش بردار برحسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$



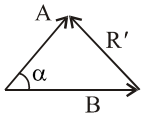
$$\left.\begin{matrix} a_x = a\cos\alpha \\ a_y = a\sin\alpha \end{matrix}\right| \Rightarrow \vec{A} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} \;;\; |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

زاویه‌ی بردار با محور xها $\alpha \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{a_y}{a_x}$

▼ برآیند بردارها و تفاصل برداها



برآیند $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \Rightarrow \boxed{|\vec{R}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha}} \xrightarrow{a=b} \boxed{|\vec{R}| = 2a\cos\frac{\alpha}{2}}$



تفاضل $\vec{R'} = \vec{A} - \vec{B} \Rightarrow \boxed{|\vec{R'}| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}} \xrightarrow{a=b} \boxed{|\vec{R'}| = 2a\sin\frac{\alpha}{2}}$

$$\left.\begin{matrix} \vec{A} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} \\ \vec{B} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} \end{matrix}\right| \Rightarrow \begin{matrix} \vec{A} + \vec{B} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j} \\ \vec{A} - \vec{B} = (a_x - b_x)\vec{i} + (a_y - b_y)\vec{j} \end{matrix}$$

اگر $A\begin{vmatrix} a_x \\ a_y \end{vmatrix}$ و $B\begin{vmatrix} b_x \\ b_y \end{vmatrix}$ مختصات ابتدا و انتهای بردار $\vec{AB}$ باشد. داریم: $\vec{AB} = (b_x - a_x)\vec{i} + (b_y - a_y)\vec{j}$

شرط آن‌که دو بردار $\vec{A} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$ و $\vec{B} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$ با هم موازی باشند آن است که: $\dfrac{a_x}{b_x} = \dfrac{a_y}{b_y}$

شرط آن که دو بردار $\vec{A} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$ و $\vec{B} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$ بر هم عمود باشند آن است که: $a_xb_x + a_yb_y = 0$

ضرب داخلی دو بردار $\vec{A} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$ و $\vec{B} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$ از روابط زیر به‌دست می‌آید.

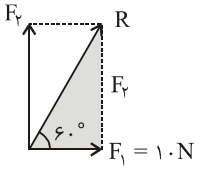
زاویه‌ی بین دو بردار $\boxed{\vec{A}.\vec{B} = ab\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{\vec{A}.\vec{B} = a_xb_x + a_yb_y} \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{a.b}}$

زاویه برآیند دو بردار $\vec{A} = 4\vec{i} + B\vec{j}$ و $\vec{B} = \alpha\vec{i} + 3\vec{j}$ با محور xها ۳۷° می‌باشد $\dfrac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{3}{4}$ ۴) $\frac{4}{3}$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (4+\alpha)\vec{i} + (3+\beta)\vec{j} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \tan 37 = \frac{3+\beta}{4+\alpha} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{4}{3}$$

برآیند دو نیروی عمود برهم با نیروی کوچک‌تر زاویه‌ی ۶۰° می‌سازد. اگر اندازه‌ی نیروی کوچک‌تر ۱۰ نیوتن باشد، اندازه‌ی نیروی بزرگ‌تر برحسب نیوتن به کدام گزینه نزدیک‌تر است؟



۱) ۱۵ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

$$\tan 60° = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{F_2}{10} \rightarrow F_2 = 10\sqrt{3} \cong 17N$$

شرط آن‌که برآیند بردارهای صفر باشد آن است که آن‌ها تشکیل یک چند ضلعی بسته بدهند. (در صورتی که برآیند سه بردار صفر شود، سه بردار تشکیل یک مثلث می‌دهند در هر مثلث اندازه‌ی هر ضلع از جمع اندازه‌ی دو ضلع دیگر، کوچک‌تر و از تفاضل اندازه‌ی دو ضلع دیگر بزرگ‌تر می‌باشد.)

برآیند کدام دسته از نیروهای زیر صفر می‌باشد؟

۱) ۱ و ۳ و ۵ ۲) ۲ و ۴ و ۷ ۳) ۵ و ۷ و ۱۱ ✓ ۴) ۶ و ۸ و ۱۵

کار و انرژی

کار نیروی ثابت F در جابه‌جایی جسم به اندازه‌ی d، حاصل‌ضرب نیروی F در تصویر جابه‌جایی در امتداد نیرو می‌باشد.

$$j \leftarrow \boxed{W = F.d.\cos\alpha}$$

- $0 \le \alpha < 90 \rightarrow W > 0 \Rightarrow$ کار نیروی محرک
- $\alpha = 90^\circ \rightarrow W = 0 \Rightarrow$ کار نیروی عمودی سطحی با نیروهای مرکز گرا
- $90 < \alpha \le 180 \rightarrow W < 0 \Rightarrow$ کار نیروهای مقاوم (مثل اصطکاک و مقاومت هوا)

کار در سه حالت صفر است:

۱) $F = 0 \Leftarrow$ اگر جسم ساکن باشد و یا یکنواخت حرکت کند، کار برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

۲) $d = 0 \Leftarrow$ در جابه‌جایی اجسام نوسان کننده در مضرب‌های صحیحی از یک دوره کار نیروی نوسانی صفر می‌شود.

۳) $\alpha = 90 \Leftarrow$ کار نیروهای عمود بر سطح و یا کار نیروهای مرکز گرا صفر می‌باشد.

کار نیروی وزن: هرگاه جسمی به جرم m به اندازه h در امتداد قائم جابه‌جا شود کار نیروی وزن برابر است با:

$$\boxed{W_{mg} = \pm mgh}$$

- جسم پایین می‌رود $\leftarrow \oplus$
- جسم بالا می‌رود $\leftarrow \ominus$

قضیه‌ی انرژی پتانسیل گرانشی: کار نیروی وزن، قرینه‌ی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم می‌باشد.

$$\boxed{\Delta U = -mgh} \qquad \boxed{W_{mg} = -\Delta U}$$

- جسم بالا برود $\Rightarrow \Delta U > 0$
- جسم پایین برود $\Rightarrow \Delta U < 0$

انرژی جنبشی: انرژی جسمی به جرم m که سرعتی برابر V دارد از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید:

$$\boxed{K = \frac{1}{2}mV^2} \Rightarrow \boxed{\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \times (\frac{V_2}{V_1})^2}$$

رابطه‌ی انرژی جنبشی با تکانه:

$$\boxed{K = \frac{p^2}{2m}} \xrightarrow{\text{اگر تکانه دو جسم برابر باشد}} \boxed{\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_1}{m_2}}$$

قضیه کار و انرژی: کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر است با تغییر در انرژی جنبشی است.

$$\boxed{W = F.x = \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2} \Rightarrow$$ سطح زیر نمودار $F - X$ برابر است با تغییر در انرژی جنبشی

انرژی پتانسیل کشسانی فنر: وقتی فنری به ثابت K به اندازه‌ی X تغییر طول می‌دهد، انرژی پتانسیل کشسانی نهفته در آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\boxed{U_e = \frac{1}{2}kx^2}$$

انرژی مکانیکی: مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم انرژی مکانیکی آن می‌باشد.

$$\boxed{E = U + K}$$

نیروهای پایستار: نیروهایی هستند که انجام کارشان به مسیر حرکت بستگی ندارد. وقتی نیروهای پایستار کار انجام می‌دهند انرژی مکانیکی دستگاه تغییر نمی‌کند و می‌توان نوشت:

$$\boxed{U_2 + K_2 = U_1 + K_1}$$

نیروهای ناپایستار: نیروهایی هستند که انجام کارشان به مسیر حرکت بستگی دارد مثل نیروی اصطکاک و مقاومت هوا. وقتی نیروهای ناپایستار کار انجام می‌دهند، انرژی مکانیکی دستگاه تغییر می‌کند در این حالت کار نیروهای ناپایستار از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\boxed{W_f = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \rightarrow \text{کار نیروی ناپایستار}}$$

توان: کار انجام شده در واحد زمان را توان گوییم (P)

$$\boxed{P = \frac{w}{t} \rightarrow \text{وات}}$$

اگر اتومبیلی با سرعت V در حرکت باشد و نیروی موتورش F باشد، توان موتور برابراست با:

$$\boxed{P = F.V} \rightarrow \frac{m}{s} \quad (F \downarrow N) \rightarrow \text{وات}$$

بازده: نسبت کار مفید به کل کار یا توان مفید به توان کل را بازده می‌گوییم.

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}}$$

ویژگی‌های ماده

چگالی: جرم واحد حجم یک جسم را چگالی آن جسم می‌گوییم.

$$\frac{g}{cm^3} \leftarrow \boxed{\rho = \frac{m}{v}} \begin{matrix}\rightarrow g \\ \rightarrow cm^3\end{matrix} \quad ; \quad \frac{kg}{m^3} \leftarrow \boxed{\rho = \frac{m}{v}} \begin{matrix}\rightarrow kg \\ \rightarrow m^3\end{matrix} \Rightarrow \boxed{1\frac{g}{cm^3} = 1000\frac{kg}{m^3}}$$

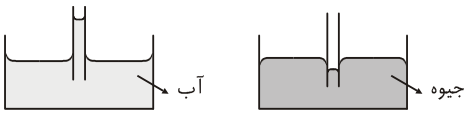
چگالی آلیاژ یا مخلوط: اگر اجسامی به جرم‌های m_1 و m_2 و ... که حجم آن‌ها v_1 و v_2 و ... می‌باشد را با هم آلیاژ کنیم، در صورتی که از تغییر حجم صرف‌نظر کنیم چگالی آلیاژ از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$\boxed{\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{v_1 + v_2 + \dots}} \xrightarrow{\text{در صورتی که تغییر حجم داشته باشیم}} \boxed{\rho = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{v_{(نهایی)}}}$$

نیروی چسبندگی: بین مولکول‌های مایع یک نیروی ربایشی وجود دارد که **نیروی چسبندگی** نامیده می‌شود. این نیرو مولکول‌های مایع را در قطره متصل به هم نگه می‌دارد.

کشش سطحی: مولکول‌های سیال، با نیروی چسبندگی، یک‌دیگر را می‌ربایند و باعث می‌شوند که سطح سیال مانند یک توری یا پوسته‌ی کشیده رفتار کند.

خاصیت موئینگی و نیروی موئینگی: مطابق شکل، نیروی چسبندگی سطحی، اثری بر روی لوله‌های باریک فرورفته در سیال دارد. آب (سیال‌تر) از لوله‌ها بالا می‌رود و سطح آن فرو رفته می‌شود در صورتی که جیوه (سیال خشک) در لوله پایین می‌رود و سطح آن برآمده می‌شود. نیروی موئینگی برابر وزن سیالی است که از لوله بالا می‌رود.



هر چه سطح مقطع لوله بیش‌تر باشد، ارتفاع سیال در لوله کم‌تر می‌شود. این نیرو به مقدار لوله‌ای که در داخل سیال فرورفته بستگی ندارد.

$$\boxed{F = \rho A h g}$$
نیروی موئیگی ← F
چگالی سیال ← ρ
سطح مقطع سیال ← A
ارتفاع سیال در لوله از سطح آزاد سیال ← h

▼فشار

فشار: اندازه‌ی نیرویی است که به‌طور عمود بر واحد سطح وارد می‌شود کمیتی نرده‌ای است.

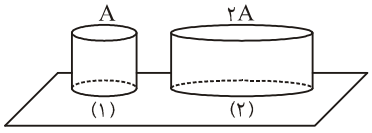
$$Pa \rightarrow \boxed{P = \frac{|Fn|}{A}} \begin{matrix}\rightarrow N \\ \rightarrow m^2\end{matrix}$$

فشار نیروی وزن: استوانه یا منشور و یا مکعب مستطیل همگنی را روی سطح مقطع آن قرار می‌دهیم. فشار وزن از رابطه‌های روبه‌رو به‌دست می‌آید.

$$\boxed{P = \frac{mg}{A}}_{(1)} \Rightarrow P = \frac{\rho vg}{A} = \frac{\rho . Ah . g}{A} \Rightarrow \boxed{P = \rho gh}_{(2)}$$

از رابطه‌ی (۱) پیداست که در صورت ثابت ماندن F_n فشار با سطح مقطع نسبت عکس دارد. مثلاً اسکی باز وقتی کفش اسکی به پا می‌کند با ثابت ماندن وزن فشار کاهش می‌یابد از رابطه‌ی (۲) پیداست که فشار به سطح مقطع بستگی ندارد یعنی برای اجسام فوق که با افزایش سطح مقطع به همان نسبت وزن آن‌ها افزایش می‌یابد با تغییر سطح مقطع فشار وزن ثابت می‌ماند.

در شکل‌های مقابل دو استوانه‌ی هم جنس دارای ارتفاع‌های یکسان که سطح مقطع اولی A و دومی ۲A می‌باشد داریم. نسبت فشار وزن اولی روی تکیه گاه به فشار وزن دومی بر روی تکیه‌گاه چیست؟



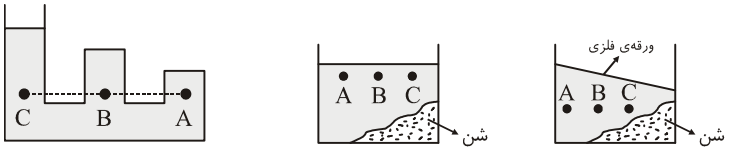
۱) ۱ ✓ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۲ ۴) ۴

فشار در سیالات: فشار وزن یک سیال و فشار کل در نقطه‌ای به عمق h از سطح آزاد یک سیال از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید.

$$\boxed{P = P_0 + \rho gh} \leftarrow \text{فشار کل} \quad (P_0 \downarrow \text{فشار اتمسفر}) \qquad \boxed{P = \rho gh} \rightarrow \text{فشار وزن سیال}$$

نتیجه: در یک سطح افقی درون یک سیال، فشار در تمام نقاط یکسان می‌باشد.

در شکل‌های زیر $P_A = P_B = P_C$ می‌باشد.



تبدیل فشار یک سیال به چگالی ρ در عمق h به فشار سیال دیگر $\boxed{\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2}$

چه ارتفاعی از آب برحسب متر، فشاری برابر ۱۵۰ میلی‌متر جیوه دارد؟ $(\rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3}\ ,\ \rho_w = 1 \frac{g}{cm^3})$

۱) ۰/۱۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۸/۰۲ ۴) ۲/۰۴

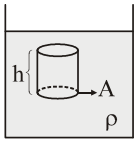
$\rho_{Hg} h_{Hg} = \rho_w . h_w \Rightarrow 13/6 \times 0/15 = 1 \times h_w \Rightarrow h_w = 1/5$

برای تبدیل فشار ستونی از یک سیال برحسب پاسکال از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم. $\boxed{P = \rho\ g\ h}$

فشار ۲۰ سانتی‌متر جیوه معادل چند پاسکال است؟ $(\rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3})$

$P = pgh = 13600 \times 10 \times 0/2 = 27200 Pa$

نیروی ارشمیدس: اگر استوانه‌ای به مساحت قاعده‌ی A و ارتفاع h درون سیالی به چگالی ρ (مطابق شکل) قرار گیرد از طرف سیال نیرویی به طرف بالا به آن وارد می‌شود که از رابطه‌زیر به‌دست می‌آید. $\boxed{F = \rho A h g}$



نیروی وارد بر کف ظرف و جدار جانبی و افقی از طرف مایع:

$\boxed{F = P.A}$ ← نیروی وارد بر کف ظرف — مساحت کف ظرف → فشار خود مایع

$\boxed{F = \frac{1}{2} \rho g A h}$ ← نیروی وارد بر جداره (N) — ارتفاع مایع →

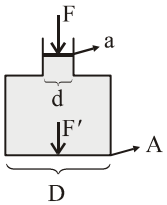
فشار هوا: فشار هوا در ارتفاع h از سطح زمین از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$\boxed{P = P_0 - \bar{\rho} g h}$ ← Pa

P_0: فشار در سطح زمین — $\bar{\rho}$: چگالی متوسط هوا

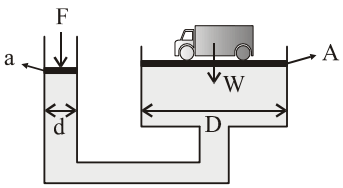
قانون پاسکال: فشار وارد بر یک نقطه از سیال، عیناً به تمام نقاط سیال منتقل می‌شود.

اگر نیروی F به پیستونی به مساحت a و قطر d وارد شود نیرویی در کف ظرف به مساحت A و قطر D وارد می‌شود که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.



$\boxed{\frac{F'}{F} = \frac{A}{a} = (\frac{D}{d})^2}$

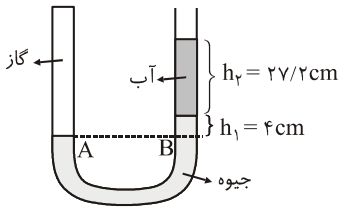
بالابر هیدرولیکی: از دو ظرف مرتبط با مساحت‌های A و a و قطرهای D و d تشکیل شده h و H به ترتیب جابه‌جایی پیستون‌های کوچک و بزرگ می‌باشد.



$\boxed{P_1 = P_2} \Rightarrow \boxed{\frac{W}{F} = \frac{A}{a} = (\frac{D}{d})^2 = \frac{h}{H}}$

برای حل مسائل مربوط به لوله‌های U شکل فشار دو نقطه‌ای را مساوی قرار می‌دهیم که ۱) در یک سیال و در طرفین لوله باشند. ۲) در یک سطح افقی باشند ۳) یکی از آن نقاط روی مرز مشترک دو سیال باشد.

در شکل مقابل فشار گاز چند سانتی‌متر جیوه است؟ $(P_0 = 74 CmHg\ ,\ \rho_{Hg} = 13/6 \frac{g}{cm^3})$



۱) ۶۸ ۲) ۶۶
۳) ۷۶ ۴) ۸۰

$P_A = P_B \xrightarrow{P_A = P_{گاز}} P_{گاز} = P_{جیوه} + P_{آب} + P_{0\ هوا} \Rightarrow$ **فشارها را برحسب سانتی‌متر جیوه محاسبه می‌کنیم**

$\rho_{Hg} h_{Hg} = \rho_w h_w \Rightarrow 13/6 \times h = 1 \times 27/2 \Rightarrow h = 2 CmHg$ **فشار آب بر حسب سانتی‌متر جیوه**

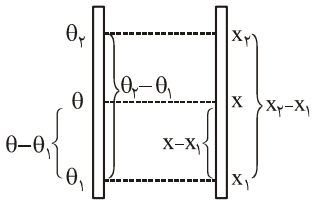
$P_{گاز} = P_{جیوه} + P_{آب} + P_0 = 4 + 2 + 74 = 80 CmHg$

گرما و قانون گازها

دماسنج‌ها: وسایلی برای اندازه‌گیری دمای اجسام می‌باشند برای مدرج‌کردن دماسنج‌ها از ثابت‌های فیزیکی استفاده می‌کنیم. رابطه‌ی دماسنج سانتی‌گراد با هر دماسنج دیگری به شکل زیر می‌باشد.

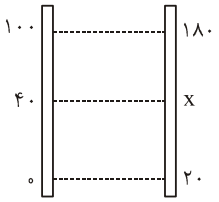
θ_1 و θ_2 درجه‌ی دماسنج سلسیوس در دمای مشخص و x_1 و x_2 درجه‌ی دماسنج مجهول در همان دماها می‌باشد.

$$\frac{\theta-\theta_1}{\theta_2-\theta_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$



θ درجه‌ی دماسنج سلسیوس و x درجه‌ی دماسنج مجهول در همان دما می‌باشد.

دماسنجی ساخته‌ایم که نقطه‌ی ذوب یخ را ۲۰ و دمای جوش آب را ۱۸۰ نشان می‌دهد. این دماسنج، دمای آب ۴۰°C را چه عددی نشان می‌دهد؟



$$\frac{40-0}{100-0}=\frac{x-20}{180-20}\Rightarrow \boxed{x=84^\circ}$$

ظرفیت گرمایی (ارزش آبی) (mc): مقدار گرمایی است که به جسم می‌دهیم تا بدون تغییر حالت یک درجه دمایش افزایش یابد. $(\frac{J}{k})$

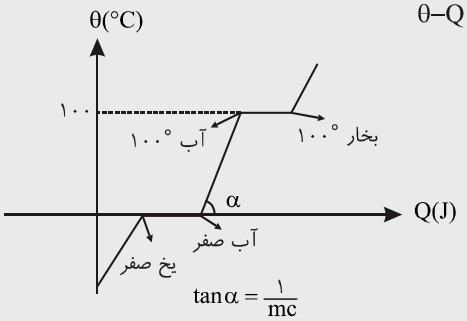
ظرفیت گرمای ویژه (c): مقدار گرمایی است که به واحد جرم یک جسم می‌دهیم تا بدون تغییر حالت یک درجه دمایش افزایش یابد. $(\frac{J}{kg.k})$

گرمای نهان ویژه‌ی ذوب (L_f): مقدار گرمایی است که واحد جرم یک جسم در حال ذوب می‌گیرد تا مذاب شود. $(\frac{J}{kg})$

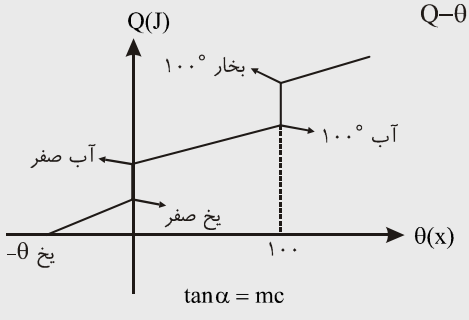
گرمای نهان ویژه‌ی تبخیر (L_v): مقدار گرمایی است که واحد جرم یک جسم در حال بخارشدن می‌گیرد تا کاملاً بخار شود. $(\frac{J}{kg})$

یخ $-\theta$ $\xrightarrow{Q=mc_i\Delta\theta}$ یخ صفر $\xrightarrow{Q=mL_f}$ آب صفر $\xrightarrow{Q=mC_W\Delta\theta}$ آب ۱۰۰ $\xrightarrow{Q=mLv}$ بخار ۱۰۰° $\xrightarrow{W=mc_V\Delta\theta}$ بخار θ'°

نمودار θ−Q



نمودار Q−θ



شرط انتقال حرارت بین دو جسم اختلاف دما بین آن دو جسم می‌باشد و همواره گرما از جسم با دمای بالا به طرف جسم با دمای پایین شارش می‌شود.

وقتی دو جسم با دماهای متفاوت مجاور هم قرار می‌گیرد بین آن‌ها تبادل گرمایی تا جایی صورت می‌گیرد که دو جسم به یک دما به نام دمای تعادل برسند. برای محاسبه‌ی دمای تعادل در یک طرف تساوی اندازه‌ی گرمایی که اجسام گرم می‌دهند و در طرف دوم اندازه گرمایی که اجسام سرد می‌گیرند را قرار می‌دهیم.

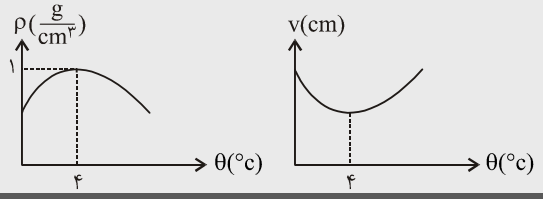
دمای تعادل همواره بین بالاترین و پایین‌ترین دمای اجسام مجاور هم قرار دارد. در محاسبه دقت کنید که در رابطه $Q=mc\Delta\theta$، همواره $\Delta\theta$ را مثبت قرار دهید.

تبخیر سطحی: این پدیده در هر دمایی رخ می‌دهد. هرچه دمای مایع بیش‌تر و سطح فشار وارد بر سطح مایع کم‌تر باشد سرعت تبخیر سطحی بیش‌تر می‌شود.

انبساط: اجسام به غیر از آب بین صفر تا $4^\circ C$ و پلاستیک‌ها بر اثر افزایش دما منبسط می‌شوند و فاصله‌ی تمامی مولکول‌ها زیاد می‌شود. برحسب شکل اولیه اجسام، انبساط می‌تواند طولی، سطحی و یا حجمی باشد.

انبساط حجمی	انبساط سطحی	انبساط طولی
$\Delta V = V_1 K.\Delta\theta$ تغییر حجم	$\Delta A = A_1\beta\Delta\theta$ تغییر مساحت	$\Delta L = L_1\alpha\Delta\theta$ تغییر طول
$V_2 = V_1(1+K\Delta\theta)$ حجم نهایی	$A_2 = A_1(1+\beta\Delta\theta)$ مساحت نهایی	$L_2 = L_1(1+\alpha\Delta\theta)$ طول نهایی
$\frac{\Delta V}{V_1} = K\Delta\theta$ درصد تغییر حجم	$\frac{\Delta A}{A_1} = \beta\Delta\theta$ درصد تغییر مساحت	$\frac{\Delta L}{L_1} = \alpha\Delta\theta$ درصد تغییر طول
K ضریب انبساط حجمی	β ضریب انبساط سطحی	α ضریب انبساط طولی

$$K = \frac{3}{2}\beta = 3\alpha$$

نمودارهای تغییر حجم و چگالی آب برحسب دمای سانتیگراد	
وقتی دمای جسم تغییر می‌کند جرم آن ثابت می‌ماند ولی حجم و در نتیجه چگالی آن تغییر می‌کند.	

چگالی اولیه ρ_1 → $\rho_2 = \frac{\rho_1}{1+k\Delta v}$ ← چگالی نهایی

▼ روش‌های انتقال حرارت

۱- هدایت: در این نوع انتقال حرارت ماده منتقل نمی‌شود و مولکول‌ها سر جای خود نوسان می‌کنند اگر جسمی به طول L و سطح مقطع A بین دو منبع گرم و سرد با اختلاف دمای ΔT قرار گیرد در مدت t ثانیه گرمایی که توسط این ماده بین دو منبع شارش می‌شود برابراست با:

$$Q = \frac{KAt\Delta T}{L}$$

K ضریب رسانش گرمایی (به جنس جسم بستگی دارد یکای آن $\frac{J}{M.S.K}$ یا $\frac{W}{m.k}$)

۲- همرفت: در این نوع انتقال حرارت، گرما، همواره با ماده جابه‌جا می‌شود (مثل جابه‌جا شدن گرما همراه با هوای داغ در اطراف یک بخاری)

۳- تابش: بین دو جسم با اختلاف دما انرژی گرمایی به شکل موج الکترومغناطیس تابش می‌شود در این نوع انتقال حرارت نیاز به محیط مادی نداریم.

▼ گازها

رابطه تغییرات چگالی بر اثر تغییر دما $\frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2}$	اگر حجم گاز ثابت بماند $\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$	رابطه عمومی گازها: $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$
در فرآیند هم حجم چگالی گاز ثابت می‌ماند.	اگر فشار گاز ثابت بماند $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\Delta T}{T_1}$	
	اگر دما ثابت بماند $P_1V_1 = P_2V_2$	