

بسته تمرین ۱

۱- کدام توصیف، یک مجموعه را مشخص می کند؟

- (۱) سه شاعر معروف ایران  
(۲) دانشجویان رشته حقوق دانشگاه تهران ورودی سال ۸۴  
(۳) پنجاه دانش آموز باهوش تهرانی  
(۴) نام دو روز از روزهای فرد هفته

۲- اگر  $A_1 = \{1\}$  و  $A_2 = \{2, 3\}$  و  $A_3 = \{4, 5, 6\}$  و  $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$  و ... باشد،  $A_{12}$  با چه عددی شروع می شود؟

- (۱) ۶۶ (۲) ۶۷ (۳) ۶۸ (۴) ۶۹

۳- اعضای مجموعه  $A$  کدام است؟

$$A = \{3x^{-y} - 2(-y)^{-x} \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = -2\}$$

- (۱)  $\{2, 4, 7, -\frac{7}{2}\}$  (۲)  $\{7, -1, 4, -\frac{7}{2}\}$  (۳)  $\{-1, -7, 2\}$  (۴)  $\{\frac{3}{2}, 1, -2, 7\}$

۴- کدام مجموعه زیر تهی است؟

- (۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد بین ۸ تا ۱۰  
(۲) مجموعه اعداد طبیعی زوج بین ۹ تا ۱۰  
(۳) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۷ بین ۱۳ و ۱۵  
(۴) مجموعه اعداد طبیعی و مضرب ۳ بین ۱۴ تا ۱۶

۵- صورت دیگر مجموعه مقابل کدام گزینه است؟

$$A = \{3, 7, 11, 15, \dots, 39\}$$

(۱)  $A = \{4k - 1 \mid k \in \mathbb{W}, k \leq 10\}$  (۲)  $A = \{4k - 1 \mid k \in \mathbb{R}, k \leq 10\}$

(۳)  $A = \{\frac{8k - 2}{2} \mid k \in \mathbb{Z}, k \leq 10\}$  (۴)  $A = \{\frac{8k - 2}{2} \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 10\}$

۶- مجموعه  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x(x-1)(x-2) = 0\}$  دارای چند زیرمجموعه است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۷- تعداد زیرمجموعه های محض مجموعه  $A$  برابر ۵۱۱ است. این مجموعه چند عضوی است؟

- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۱

۸- اگر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $16^{3n-11}$  باشد، تعداد اعضای این مجموعه چندتاست؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۹- مجموعه  $\{\{1, \{1\}\}\}$  چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۸

۱۰- اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \sqrt{-x} \in \mathbb{N}\}$  باشد، آن گاه  $P(P(P(A)))$  چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۲ (۳) ۲ (۴) ۲

۱۱- در یک مجموعه ۵ عضوی تعداد زیرمجموعه هایی که بیش از دو عضو داشته باشند برابر است با:

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۶

۱۲- مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  چند زیرمجموعه دارد که هر کدام حداقل ۳ عضو داشته باشند؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۵۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۱۹



۱۳- اگر  $M = \mathbb{N}$  و  $A = \{3n | n \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{3n-1 | n \in \mathbb{N}\}$  و  $C = \{3n-2 | n \in \mathbb{N}\}$  باشد، آن گاه متمم  $A \cup B \cup C$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\emptyset$  (۲)  $M$  (۳)  $M - A$  (۴)  $A' \cup B' \cup C'$

۱۴- اگر  $A \subseteq B \subseteq C$  باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱)  $A' \subseteq B'$  (۲)  $B' \subseteq C'$  (۳)  $B' \subseteq C' \subseteq A'$  (۴)  $B' \subseteq A'$

۱۵- حاصل  $(A' \cup A') \cup (A \cap A')$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $A'$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $M$

۱۶- اگر  $A \subseteq B$  و  $A \subseteq B'$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $A = M$  (۲)  $A = B$  (۳)  $A = \emptyset$  (۴)  $B = \emptyset$

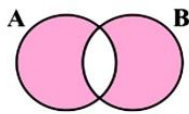
۱۷- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند، کدام گزینه صحیح است؟

- (۱)  $A \subseteq B'$  (۲)  $A \subseteq B$  (۳)  $A' \subseteq B'$  (۴)  $A = B$

۱۸- اگر  $A_1 = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ،  $A_2 = \{2, 3, 4, \dots, 11\}$ ،  $A_3 = \{3, 4, 5, \dots, 12\}$  و ... باشد، آن گاه مجموعه  $A_3 \cap A_4 \cap \dots \cap A_8$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۹- در شکل مقابل مجموعه سایه زده از دو مجموعه  $A$  و  $B$  با کدام مجموعه برابر نیست؟



- (۱)  $(A \cup B') \cap (B \cup A')$  (۲)  $(A \cap B') \cup (B \cap A')$  (۳)  $(A - B) \cup (B - A)$  (۴)  $(A \cup B) - (A \cap B)$

۲۰- اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، ۲۵ عضو دارد. به مجموعه  $A$ ، ۱۰ عضو جدید اضافه کرده ایم، به اشتراک آن‌ها ۹ عضو اضافه شده است. اجتماع مجموعه  $B$  و مجموعه جدید حاصل از  $A$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۳۴ (۴) ۳۵

۲۱-  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  مجموعه‌هایی هستند که در رابطه‌های زیر صدق می‌کنند. کدام گزینه لزوماً درست است؟

- (۱)  $D = \emptyset$  (۲)  $C' = D$  (۳)  $A = B \cup D$  (۴)  $D = A \cap B$
- $\begin{cases} A \cup C = B \cup C \\ A \cap C = (B \cap C) \cup D \end{cases}$

۲۲-  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه دلخواه هستند و از سطر دوم به بعد، هر مجموعه تفاضل دو مجموعه بالای سر خودش است (سمت چپ منهای سمت راست مثلاً  $D = A - B$ ). کدام گزینه حتماً درست است؟



- (۱)  $F \subseteq (A \cap C)$  (۲)  $F \subseteq C$  (۳)  $(A \cap C) \subseteq F$  (۴)  $(D \cap C) \subseteq F$

۲۳- در کشور کانادا برخی از مردم فقط به زبان انگلیسی صحبت می‌کنند و برخی فقط به زبان فرانسه و بقیه به هر دو زبان. یک آمارگیری نشان داده است که ۸۵٪ از مردم کانادا می‌توانند به انگلیسی و ۷۵٪ به فرانسوی صحبت کنند. چند درصد از مردم به هر دو زبان صحبت می‌کنند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۵۷ (۳) ۲۵ (۴) ۶۰



۲۴- اگر  $n(A - B) = 5$  و  $n(B - A) = 9$  و  $n(B) = 12$  باشند، آن گاه  $n(A \cup B)$  برابر است با:

۱۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

۲۵- اگر  $A \Delta B = B - A$  باشد، آن گاه:

$A \not\subseteq B$  (۴)

$B \subseteq A$  (۳)

$A \subseteq B$  (۲)

$A = B$  (۱)

مهندس مردانفر





۱۲- گزینه «۴» تعداد کل زیرمجموعه‌های A برابر  $2^8 = 256$  است که از این تعداد مجموعه تهی هیچ عضوی است، ۸ زیرمجموعه یک عضوی و ۲۸ زیرمجموعه ۲ عضوی دارد پس:

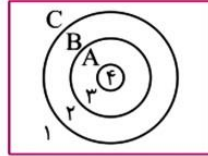
$$\frac{n!}{2!(n-2)} = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=8} \frac{8(8-1)}{2} = 28$$

$$256 - (28 + 8 + 1) = 219$$

۱۳- گزینه «۱»  $A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$   $B = \{2, 5, 8, 11, \dots\}$   $C = \{1, 4, 7, 10, \dots\}$

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \mathbb{N} \quad (A \cup B \cup C)' = \mathbb{N}' = \mathbb{N} - \mathbb{N} = \emptyset$$

۱۴- گزینه «۴» به کمک نمودار ون ناحیه‌ها را مشخص کرده و هر مجموعه را می‌یابیم.

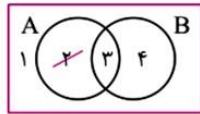


$$A' = \{1, 2, 3\} \quad B' = \{1, 2\} \quad C' = \{1\}$$

$$B' \subseteq A'$$

پیداست که:

$$(A' \cup A)' \cup (A \cap A)' = M' \cup \emptyset' = \emptyset \cup M = M \quad \text{گزینه «۴»}$$



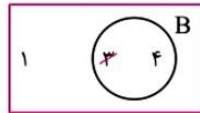
۱۶- گزینه «۳» ابتدا به کمک نمودار ون ناحیه‌ها را نام گذاری می‌کنیم:

$$A \subseteq B \Rightarrow \{2, 3\} \subseteq \{3, 4\} \quad (1)$$

برای برقراری رابطه (۱) باید ناحیه ۲ حذف گردد در نمودار ون حذف می‌کنیم.

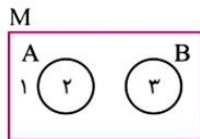
$$A \subseteq B' \Rightarrow \{3\} \subseteq \{1\} \quad (2)$$

برای برقراری رابطه (۲) باید ناحیه ۳ حذف شود در نمودار ون حذف می‌کنیم. پس از A هیچ



نمی‌ماند و این یعنی:  $A = \emptyset$

۱۷- گزینه «۱» ابتدا به کمک نمودار ون ناحیه‌ها را نام گذاری می‌کنیم:



$$\text{گزینه (۱): } \begin{cases} A = \{2\} \\ B' = \{1, 2\} \end{cases} \Rightarrow A \subseteq B'$$

۱۸- گزینه «۳» آخرین عضو مجموعه  $A_3$  در تمام مجموعه‌های  $A_3$  تا  $A_8$  مشترک است. اولین عضو مجموعه  $A_8$  عدد ۸ می‌باشد که باز هم در همه مجموعه‌های  $A_3$  تا  $A_8$  مشترک است. اعداد بین ۸ و ۱۲ نیز همگی بین مجموعه‌ها مشترک است پس:

$$A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6 \cap A_7 \cap A_8 = \{8, 9, 10, 11, 12\}$$

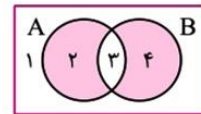
۱۹- گزینه «۱» ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره گذاری کرده و سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\text{گزینه ۱: } (A \cup B') \cap (B \cup A') = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 3, 4\} = \{1, 3\}$$

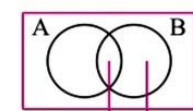
$$\text{گزینه ۲: } (A \cap B') \cup (B \cap A') = \{2\} \cup \{4\} = \{2, 4\}$$

$$\text{گزینه ۳: } (A - B) \cup (B - A) = \{2\} \cup \{4\} = \{2, 4\}$$

$$\text{گزینه ۴: } (A \cup B) - (A \cap B) = \{2, 3, 4\} - \{3\} = \{2, 4\}$$



فقط پاسخ گزینه اول با بقیه متفاوت است.



۲۰- گزینه «۲» چون به اشتراک ۹ عضو اضافه شده پس این ۹ عضو در B وجود داشته است پس تنها یک

$$25 + 1 = 26$$

عضو جدید به اجتماع اضافه شده است.

۹ عضو کم ۹ عضو اضافه

۲۱- گزینه «۳» به طرفین تساوی رابطه دوم  $UA$  اضافه می‌کنیم:

$$(A \cap C) \cup A = A \cup (B \cap C) \cup D$$

$A =$  قانون جذب

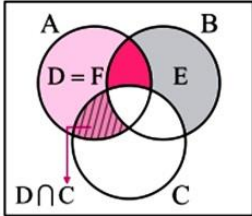


$$A = [(A \cup B) \cap (A \cup C)] \cup D \xrightarrow[\text{طبق فرض}]{A \cup C = B \cup C} A = [(A \cup B) \cap (B \cup C)] \cup D$$

$$A = [B \cup (A \cap C)] \cup D \xrightarrow[\text{طبق فرض}]{A \cap C = (B \cap C) \cup D} A = [B \cup (B \cap C) \cup D] \cup D$$

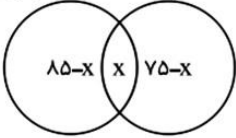
$B = \text{قانون جذب}$

$$A = (B \cup D) \cup D \rightarrow A = B \cup D$$



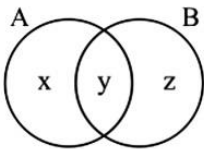
۲۲- گزینه «۴» چون  $A \cap B' = D$  و  $B \cap C' = E$  بنابراین دو مجموعه  $D$  و  $E$  جدا از هم شده و در نتیجه مجموعه  $F$  یعنی  $D - E$  همان مجموعه  $D$  می شود پس  $D = F$  و درستی عبارت  $(D \cap C) \subseteq F$  واضح است.

۷۵٪ فرانسه ۸۵٪ انگلیسی



$$۸۵ - x + x + ۷۵ - x = ۱۰۰ \Rightarrow ۱۶۰ - x = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۶۰\%$$

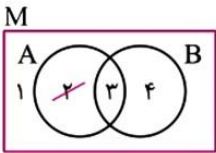
۲۳- گزینه «۴» اگر جمعیت را ۱۰۰ در نظر بگیریم داریم:



$$n(A - B) = x = ۵ \text{ و } n(B - A) = z = ۹ \text{ و } n(B) = y + z = ۱۲ \Rightarrow y = ۳$$

$$n(A \cup B) = x + y + z = ۵ + ۳ + ۹ = ۱۷$$

۲۴- گزینه «۴»



۲۵- گزینه «۲» ابتدا به کمک نمودار ون ناحیه ها را شماره گذاری می کنیم. حال داریم:

$$A \Delta B = B - A \Rightarrow \{۲, ۴\} = \{۴\}$$

برای برقراری تساوی بالا باید ناحیه ۲ حذف شود در نمودار ون ناحیه ۲ را حذف می کنیم و به بررسی گزینه ها می پردازیم:

۱)  $\begin{cases} A = \{۳\} \\ B = \{۳, ۴\} \end{cases}$  نادرست  $A = C$

۲)  $\begin{cases} A = \{۳\} \\ B = \{۳, ۴\} \end{cases}$  صحیح  $A \subseteq B$



بسته تمرین ۲

۱- کدام مجموعه نامتناهی (بی پایان) است؟

- (۱) مجموعه انسان‌های روی کره زمین  
 (۲) مجموعه اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰  
 (۳) مجموعه اعداد حقیقی بین ۱ و ۲  
 (۴) مجموعه اعداد طبیعی ۲۰ رقمی

۲- اگر E مجموعه اعداد طبیعی زوج و O مجموعه اعداد طبیعی فرد باشد، بزرگ‌ترین عضو مجموعه A کدام است؟

$$A = \{(x-1)(y-1) \mid x \in E, y \in O, x+y \leq 20\}$$

- (۱) ۷۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۸۱

۳- کدام مجموعه زیر تهی است؟

- (۱)  $\{0\}$  (۲)  $\{\emptyset\}$   
 (۳) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۳  
 (۴) مجموعه اعداد اول بین ۲۴ و ۲۸

۴- اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$  و  $B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A\}$  باشند، B چند عضو دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۵- مجموعه  $P(P(P(\emptyset)))$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$   
 (۲)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$   
 (۳)  $\{\emptyset, \{0\}\}$   
 (۴)  $\{\emptyset\}$

۶- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $3-k$  عضوی از تعداد زیرمجموعه‌های محض یک مجموعه  $2+k$  عضوی ۶۱ واحد کم‌تر است. مقدار k برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷- اگر دو عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود. A چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۸- مجموعه  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  چند زیرمجموعه دارد به شرطی که هر یک از آن زیرمجموعه‌ها حداقل یکی از اعضای ۲ و ۳ را شامل بوده و هیچ‌کدام از اعضای ۱۳ و ۱۷ و ۱۹ را نداشته باشند؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۸ (۳) ۱۷ (۴) ۳۱

۹- اگر  $M = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  و  $A = \{4k \mid k \in \mathbb{Z}\}$  باشد آن‌گاه متمم مجموعه A کدام گزینه است؟

- (۱)  $A' = \{4k - 2 \mid k \in \mathbb{N}\}$   
 (۲)  $A' = \{4k - 2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$   
 (۳)  $A' = \{\mathbb{N} - (4k + 2k) \mid k \in \mathbb{N}\}$   
 (۴)  $A' = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$

۱۰- اگر دو مجموعه  $A = \{4, \{a\}, \{b-1, c-7\}\}$  و  $B = \{-2, 4, -b+2, a+1\}$  برابر باشند  $a-b+c$  کدام است؟

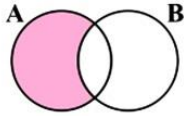
- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶



۱۱- اگر  $A \cup C = B \cup C$  و  $A \cap C = B \cap C$  باشد چه رابطه‌ای بین  $A$  و  $B$  برقرار است؟

- (۱)  $A = C$       (۲)  $B \not\subseteq A$       (۳)  $A = B$       (۴)  $A \cap B \cap C = \emptyset$

۱۲- در شکل روبه‌رو قسمت هاشور زده مربوط به چه گزینه‌ای است؟



- (۱)  $A \cap B$       (۲)  $A \cap B'$       (۳)  $A \cup B$       (۴)  $B - A$

۱۳-  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه هستند و می‌دانیم تعداد اعضای  $A - B$ ،  $B - C$ ،  $B - A$ ،  $C - A$  و  $C - B$  به ترتیب برابر ۳، ۲، ۲، ۴ و ۵ است. تعداد اعضای  $A - C$  چقدر است؟

- (۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۱      (۴) صفر

۱۴- در یک کلاس ۳۵ نفره ۲۶ نفر به فوتبال و ۱۸ نفر به والیبال علاقه‌مند هستند. در این کلاس چند نفر هم به فوتبال و هم به

والیبال علاقه دارند؟

- (۱) ۱۷      (۲) ۹      (۳) ۸      (۴) ۱۱

۱۵- اگر  $B' \subseteq A'$  باشد، مجموعه  $(A \Delta B) \cup (A \cap B)$  برابر کدام مجموعه است؟

- (۱)  $A$       (۲)  $B$       (۳)  $A'$       (۴)  $B'$





## پاسخنامه

۱- گزینه «۳» گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ متناهی هستند یعنی می‌توانیم تعداد آن‌ها را بشماریم اما در بین اعداد حقیقی ۱ و ۲ بی‌شمار عدد اعم از گویا و اصم وجود دارند پس بی‌پایان (نامتناهی) است.

۲- گزینه «۲» هر قدر  $x$  و  $y$  بزرگ‌تر باشند حاصل  $(x-1)(y-1)$  نیز بزرگ‌تر است پس حالتی را در نظر می‌گیریم که  $x+y=19$  (حالت  $x+y=20$  امکان‌پذیر نیست چون  $x$  زوج و  $y$  فرد است).

حال با امتحان کردن اعداد مشخص می‌شود که هر قدر اختلاف  $x$  و  $y$  کم‌تر باشد، حاصل ضرب مورد نظر بزرگ‌تر است. بنابراین باید حالتی را در نظر بگیریم که  $x=10$  و  $y=9$  در این صورت  $(10-1)(9-1)=9 \times 8=72$  می‌شود.

۳- گزینه «۴» گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳» هر کدام دارای یک عضو هستند.

پاسخ درست گزینه «۴» است و بین اعداد ۲۴ و ۲۸ عددهای ۲۵، ۲۶، ۲۷ قرار دارند که هیچ کدام اول نمی‌باشند.

۴- گزینه «۲» عضوهای مجموعه  $A$  را در عبارت  $x=4n-1$  قرار می‌دهیم چون  $B \subseteq A$  است باید پاسخ‌های مورد نظر عضو مجموعه  $A$  باشند لذا  $B=\{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27\}$  پاسخ مورد نظر است که یک مجموعه  $Y$  عضوی است.

۵- گزینه «۱»  $P(\emptyset)=\{\emptyset\}$   $P(P(\emptyset))=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

$P(P(P(\emptyset)))=\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

۶- گزینه «۴»  $2^{k-3}=(2^{k+2}-1)-61 \rightarrow 2^{k-3}=2^{k+2}-62 \rightarrow 2^{k+2}-2^{k-3}=62$

$2^k \times 2^2 - 2^k \times 2^{-3} = 62 \rightarrow 2^k(2^2 - 2^{-3}) = 62 \rightarrow 2^k(4 - \frac{1}{8}) = 62$

$2^k(\frac{31}{8}) = 62 \rightarrow 2^k = 62 \div \frac{31}{8} = \frac{62}{1} \times \frac{8}{31} = 16 \rightarrow 2^k = 16 \rightarrow k = 4$

۷- گزینه «۱»  $2^{n-2} = 2^n - 384 \Rightarrow 2^n - 2^{n-2} = 384 \Rightarrow 2^n(1 - \frac{1}{4}) = 384 \rightarrow 2^n = \frac{384 \times 4}{3} = 512 = 2^9 \Rightarrow n = 9$

۸- گزینه «۱» زیرمجموعه‌های خواسته شده را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت:

۱)  $2^{8-(1+4)} = 2^3$  زیرمجموعه‌های شامل ۲ و فاقد ۳، ۱۳، ۱۷، ۱۹

۲)  $2^{8-(1+4)} = 2^3$  زیرمجموعه‌های شامل ۳ و فاقد ۲، ۱۳، ۱۷، ۱۹

۳)  $2^{8-(2+3)} = 2^3$  زیرمجموعه‌های شامل ۳، ۲ و فاقد ۱۳، ۱۷، ۱۹

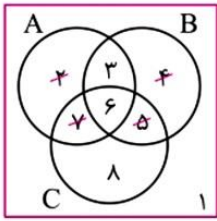
$$\left. \begin{array}{l} 1) \\ 2) \\ 3) \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \times 2^3 = 24$$

۹- گزینه «۲»  $M=\{\dots, -2, 0, 2, \dots\}, A=\{\dots, -4, 0, 4, \dots\} \Rightarrow A' = M - A = \{\dots, -6, -2, 0, 2, 6, \dots\} \Rightarrow A' = \{4k-2 | k \in \mathbb{Z}\}$

۱۰- گزینه «۳»  $\left. \begin{array}{l} 1) a+1=4 \Rightarrow a=3 \\ 2) -b+2=a \end{array} \right\} \Rightarrow -b+2=3 \Rightarrow -b=1 \Rightarrow b=-1$

۳)  $\left\{ \begin{array}{l} b-1 \\ -2 \end{array} \right\}, c-7 = \{-2, 4\} \Rightarrow c-7=4 \Rightarrow c=11 \Rightarrow a-b+c=3-(-1)+11=4+11=15$





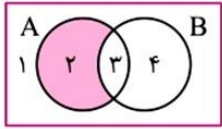
۱۱- گزینه «۳» پاسخ با نمودار ون بسیار ساده است هر ناحیه با یک شماره مشخص می‌شود.

$$A \cup C = B \cup C \Rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

تساوی برقرار نیست مگر آن که ۲ و ۴ حذف شوند در شکل ۲ و ۴ را حذف می‌کنیم.

$$A \cap C = B \cap C \Rightarrow \{6, 7\} = \{6, 5\} \Rightarrow$$

برای برقراری این تساوی نیز ۵ و ۷ باید حذف شوند. حال با توجه به نمودار ون تشکیل شده گزینه‌ها را مورد بررسی قرار می‌دهیم.  $A = B$  صحیح است.



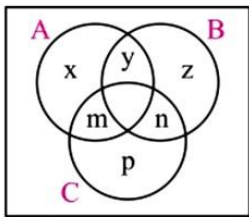
۱۲- گزینه «۲» ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره‌گذاری کرده و سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

واضح است که پاسخ قسمت رنگی را نشان نمی‌دهد.  $A \cap B = \{2, 3\} \cap \{3, 4\} = \{3\}$  گزینه «۱»

$$A \cap B' = \{2, 3\} \cap \{1, 2\} = \{2\}$$

پاسخ گزینه ۲ دقیقاً ناحیه قسمت رنگی را مشخص می‌کند.

۱۳- گزینه «۲» با توجه به نمودار ون برای این سؤال داریم:



$$n(A - B) = 3 \rightarrow x + m = 3$$

$$n(B - C) = 2 \rightarrow y + z = 2$$

$$n(B - A) = 2 \rightarrow z + n = 2$$

$$n(C - A) = 4 \rightarrow p + n = 4$$

$$n(C - B) = 5 \rightarrow m + p = 5$$

اگر تساوی‌های سوم و پنجم را با هم جمع کرده و به جای  $p + n$  در تساوی چهارم مقدار ۴ بگذاریم تساوی  $z + m = 3$  به دست می‌آید.

$$(z + n) + (m + p) = z + m + \underbrace{n + p}_4 = 2 + 5 + 7 \Rightarrow z + m = 7 - 4 = 3$$

اگر تساوی‌های اول و دوم را با هم جمع کرده و به جای  $z + m$  مقدار آن یعنی ۳ را قرار دهیم، مقدار  $x + y$  که همان  $n(A - C)$

می‌باشد، برابر ۲ به دست می‌آید.

$$(x + m) + (y + z) = x + y + \underbrace{m + z}_3 = 3 + 2 = 5 \rightarrow x + y = 2 \Rightarrow n(A - C) = x + y = 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

۱۴- گزینه «۲»

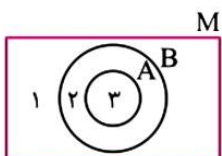
$$35 = 26 + 18 - n(A \cap B) \Rightarrow 35 - 44 = -n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 9$$

$$\left. \begin{array}{l} B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B \\ A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \end{array} \right\} \Rightarrow (A \Delta B) \cup (A \cap B) = [(A \cup B) - (A \cap B)] \cup (A \cap B)$$

۱۵- گزینه «۲» روش اول:

$$\xrightarrow{A \subseteq B} (B - A) \cup A \Rightarrow (B \cap A') \cup A \Rightarrow (B \cup A) \cap \underbrace{(A' \cup A)}_M = B \cup A \xrightarrow{A \subseteq B} B$$

روش دوم: به کمک نمودار ون: ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره‌گذاری می‌کنیم.



$$B' \subseteq A' \Rightarrow A \subseteq B$$

$$(A \Delta B) \cup (A \cap B) = [(A \cup B) - (A \cap B)] \cup (A \cap B)$$

$$= (\{2, 3\} - \{3\}) \cup \{3\} = \{2\} \cup \{3\} = \{2, 3\} = B$$



بسته تمرین ۳

۱- مجموعه  $A = \{x^y \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = 8\}$  چند عضو دارد؟

- ۵ (۱)      ۶ (۲)      ۷ (۳)      ۸ (۴)

۲- مجموعه  $A = \{\{1, 2, \emptyset, 3, \{\}\}\}$  چند عضو دارد؟

- ۴ (۱)      ۳ (۲)      ۲ (۳)      ۱ (۴)

۳- اگر  $A = \{x \mid x = 5n - 1, n \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{x \mid \frac{18}{x} \in \mathbb{Z}\}$  باشد، آنگاه:

(۱)  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی است.      (۲)  $A$  نامتناهی و  $B$  متناهی است.

(۳)  $A$  و  $B$  متناهی اند.      (۴)  $A$  و  $B$  نامتناهی اند.

۴- اگر  $k \in \mathbb{Z}$ ، آنگاه مجموعه عددها به کدام صورت می تواند فرد باشد؟

- ۲k - 5 (۱)      ۲k + 6 (۲)      ۳k - 1 (۳)      ۳k + 1 (۴)

۵- در مورد مجموعه  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) هر عضو آن زیرمجموعه اش نیز می باشد.      (۲) هر زیرمجموعه اش عضوش نیز می باشد.

(۳) از هر دو عضو یکی زیرمجموعه دیگری است.      (۴) از هر دو عضو آن یکی عضو دیگری است.

۶- مجموعه  $A = \{2^{1390} + 2, 2^{1390} + 4, 2^{1390} + 8, \dots, 2^{1391}\}$  چند زیرمجموعه دارد؟

- ۲<sup>۱۳۸۹</sup> (۱)      ۲<sup>۱۳۸۹</sup> (۲)      ۲<sup>۱۳۹۰</sup> (۳)      ۲<sup>۱۳۸۸</sup> (۴)

۷- تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $2^{(n+1)}$  عضو  $8$  برابر تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه  $2^{(n-2)}$  عضو است مقدار  $n$  برابر است با:

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۸- سه مجموعه  $2n+2$  عضو و  $n+1$  عضو و  $n-3$  عضو روی هم ۱۹۶ زیرمجموعه دارند. مقدار  $n$  برابر است با:

- ۵ (۱)      ۴ (۲)      ۳ (۳)      ۶ (۴)

۹- مجموعه  $A$ ، مجموعه ای از اعداد طبیعی به صورت روبه رو است،  $A = \{3, 10, \dots, 1, 8, 9, 5\}$ . این مجموعه ۸ زیرمجموعه دارد به طوری که عضوهای ۵، ۸ و ۱۰ را دارد اما عضوهای ۳، ۹ و ۱ را ندارد. تعداد عضوهای این مجموعه کدام است؟

- ۹ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      ۷ (۴)

۱۰- اگر  $M = \mathbb{N}$  و  $A = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}$  و  $B = \{3n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$  باشد، آنگاه متمم  $A \cup B$  کدام گزینه است؟

(۱)  $(A \cup B)' = \{3n \mid n \in \mathbb{Z}\}$       (۲)  $(A \cup B)' = \{3n - 1 \mid n \in \mathbb{N}\}$

(۳)  $(A \cup B)' = \{3n - 2 \mid n \in \mathbb{N}\}$       (۴)  $(A \cup B)' = \{3n - 2 \mid n \in \mathbb{Z}\}$

۱۱- حاصل  $(A \cup M)' \cup (A \cup \emptyset)'$  کدام گزینه است؟

- ۱)  $A'$       ۲)  $M$       ۳)  $A$       ۴)  $\emptyset$

۱۲- اگر  $A, B, C$  سه مجموعه غیر تهی باشند به طوری که  $A \subseteq B$  آنگاه  $(A \cap (B - C)) - (A \cap B \cap C)$  کدام است؟

- ۱)  $B$       ۲)  $A \cap C$       ۳)  $A$       ۴)  $A \cap C'$



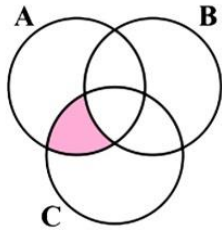
۱۳- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند به طوری که  $A \cap B = \{1, 2, 3\}$  و  $n(A) = 5$  و  $n(B) = 7$ ، آنگاه  $n(A \cup B)$  کدام است؟

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۳ (۱)



۱۴- قسمت هاشور زده شکل مقابل تصویر ون کدام مجموعه است؟

$A \cap (C - B)$  (۲)

$A - (B \cap C)$  (۱)

$(A \cap C) \cup B$  (۴)

$A \cap (B - C)$  (۳)

۱۵- چند مورد عبارت‌های زیر صحیح می‌باشد؟

$A \Delta A = A$  (ب)

$A \Delta \emptyset = A$  (الف)

$A \Delta A' = \emptyset$  (ت)

$A \Delta A = A$  (پ)

$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$  (ث)

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

## پاسخ‌نامه

۱- گزینه «۱» حالت‌های ممکن  $x$  و  $y$  را می‌نویسیم و از روی آنها اعضای مجموعه را به دست می‌آوریم.

$$xy = 8 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x, y) = (1, 8), (-1, -8), (8, 1), (-8, -1), (2, 4), (-2, -4), (4, 2), (-4, -2) \\ x^y = 1, 1, 8, -\frac{1}{8}, 16, \frac{1}{16}, 16, \frac{1}{16} \end{array} \right.$$

$$A = \left\{ 1, 8, -\frac{1}{8}, 16, \frac{1}{16} \right\}$$

۲- گزینه «۴» برای شمارش اعضای یک مجموعه دو آکولاد اول و آخر را حذف می‌کنیم. در مجموعه مورد نظر فقط یک عضو

$\{1, 2, \emptyset, \{\}\}$  وجود دارد.

$$A = \{4, 9, 14, 19, 24, \dots\}$$

۳- گزینه «۴» مجموعه‌های  $A$  و  $B$  را با اعضای شان نشان می‌دهیم.

$$\frac{18}{x} = k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{18}{k}, x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$$

برای نوشتن اعضای مجموعه  $B$  داریم:

$$B = \left\{ x \mid x = \frac{18}{k}, k \in \mathbb{Z} - \{0\} \right\} \Rightarrow \pm 18, \pm \frac{18}{2}, \pm \frac{18}{3}, \pm \frac{18}{4}, \dots$$

پس هر دو مجموعه  $A$  و  $B$  نامتناهی هستند.



۴- گزینه «۱» اگر  $k \in \mathbb{Z}$  باشد،  $2k$  همواره زوج است و چون تفاضل یک عدد فرد و یک عدد زوج، عددی فرد است، پس مجموعه اعداد به صورت  $\{2k - 5 \mid k \in \mathbb{Z}\}$  شامل اعداد فرد است.

۵- گزینه «۲» به عنوان مثال یکی از زیرمجموعه‌ها  $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  می‌باشد که عضو  $A$  نیست.

۶- گزینه «۳» عدد  $2^{1390}$  عدد ثابت است پس در حل مسئله در نظر گرفته نمی‌شود.  

$$\{2^{1390} + 2^1, 2^{1390} + 2^2, 2^{1390} + 2^3, \dots, 2^{1390} + 2^{1390}\}$$

$$\frac{2^{1391} = 2 \times 2^{1390}}$$

$\{2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{1390}\} \Rightarrow$  به تعداد ۱۳۹۰ عضو داریم  $2^n = 2^{1390}$  = تعداد زیرمجموعه  $\Rightarrow$  به تعداد ۱۳۹۰ عضو داریم

۷- گزینه «۱»  $\frac{2^{(n+1)^2}}{2^{(n-2)^2}} = 8 \rightarrow 2^{(n+1)^2 - (n-2)^2} = 2^3 \rightarrow (n+1)^2 - (n-2)^2 = 3 \rightarrow (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 4n + 4) = 3$   
 $2n + 4n + 1 - 4 = 3 \rightarrow 6n = 6 \rightarrow n = 1$

۸- گزینه «۱»  $2^{n+2} + 2^{n+1} + 2^{n-2} = 196 \Rightarrow 2^n(2^2 + 2^1 + 2^{-2}) = 196 \Rightarrow 2^n(4 + 2 + \frac{1}{4}) = 196 \Rightarrow 2^n(\frac{49}{4}) = 196$

$2^n = 196 \times \frac{4}{49} \Rightarrow 2^n = 4 \times 8 \Rightarrow 2^n = 32 \Rightarrow n = 5$

۹- گزینه «۱»  $2^{n-6} = 2^3 \rightarrow n - 6 = 3 \rightarrow n = 9$  عضو دارد.

$A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$        $B = \{2, 5, 8, 11, \dots\}$

۱۰- گزینه «۳»

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12, \dots\}$

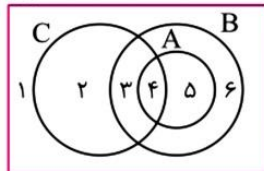
$(A \cup B)' = \{1, 4, 7, 10, 13, \dots\} = \{3n - 2 \mid x \in \mathbb{N}\}$

$(A \cup M)' \cup (A \cup \emptyset)' = (A \cup \emptyset)' \cup (A \cup M)'$

۱۱- گزینه «۱»

$= A' \cup M' = A' \cup \emptyset = A'$

M



۱۲- گزینه «۴» روش اول: (به کمک نمودار ون) ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره گذاری می‌کنیم:

$$(A \cap (B - C)) - (A \cap B \cap C) =$$

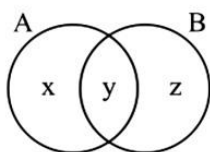
$$(\{4, 5\} \cap \{5, 6\}) - (\{4, 5\} \cap \{3, 4, 5, 6\} \cap \{2, 3, 4\}) =$$

$$\{5\} - \{4\} = \{5\} = A \cap C'$$

$A \cap C'$  تنها گزینه‌ای است که ناحیه  $\{5\}$  را نشان می‌دهد.

$$n(A \cap B) = y = 3$$

۱۳- گزینه «۳»



$$n(A) = x + y = 5 \xrightarrow{y=3} x = 2$$

$$n(B) = y + z = 7 \rightarrow z = 4$$

$$n(A \cup B) = x + y + z = 2 + 3 + 4 = 9$$

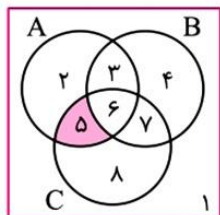
۱۴- گزینه «۲» ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره گذاری می‌کنیم سپس گزینه‌ها را بررسی کرده و به پاسخ می‌رسیم.

$$A - (B \cap C) = \{2, 3, 5, 6\} - \{6, 7\} = \{2, 3, 5\}$$

واضح است که پاسخ قسمت رنگی را نمایش نمی‌دهد.

$$A \cap (C - B) = \{2, 3, 5, 6\} \cap \{5, 8\} = \{5\}$$

پاسخ گزینه دو دقیقاً قسمت رنگی را نمایش می‌دهد.



$$A \Delta A = \emptyset, \quad A \Delta A = M$$

۱۵- گزینه «۱» می‌دانیم:

بنابراین سه مورد صحیح می‌باشد.



آزمون پایانی

۱- اگر مجموعه C به صورت  $\{x \in P, 4 \leq x-1 < 30\}$  تعریف شده باشد که در آن منظور از P مجموعه اعداد اول باشد، کدام عبارت درست است؟

- (۱)  $31 \in C$  (۲)  $5 \in C$  (۳)  $13 \notin C$  (۴)  $29 \in C$

۲- چند زیرمجموعه از مجموعه  $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$  عضو  $\{a, b\}$  را ندارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۱۲

۳- در مجموعه  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$  تعداد زیرمجموعه های ۶ عضوی و شامل هر دو عضو ۱ و ۲ برابر است با:

- (۱) ۷۰ (۲) ۷۲ (۳) ۶۸ (۴) ۶۰

۴- مجموعه  $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$  همواره برابر کدام است؟

- (۱)  $B - A$  (۲) B (۳)  $A'$  (۴)  $\emptyset$

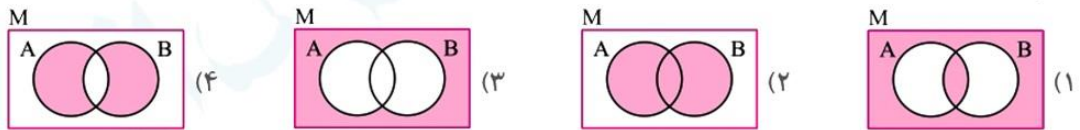
۵- اگر  $A \cup (B - A) = B$  همواره:

- (۱)  $A \subseteq B$  (۲)  $B \subseteq A$  (۳)  $A = \emptyset$  (۴)  $B = \emptyset$

۶- اگر A و B دو مجموعه غیرتهی باشند،  $(A \cap B)' - (B - A)$  برابر کدام مجموعه است؟

- (۱)  $B'$  (۲)  $\emptyset$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A - B$

۷- کدام نمودار ون درستی رابطه  $(A \cup B)' = A' \cap B'$  را نشان می دهد؟



۸- در یک کلاس حداکثر ۱۰ درصد در درس علوم و حداکثر ۲۰ درصد در درس ریاضی و حداکثر ۳۰ درصد در درس زبان

تجدید شده اند. حداکثر چند درصد در هر سه درس تجدید شده اند؟

- (۱) ۲۰٪ (۲) ۳۰٪ (۳) ۴۰٪ (۴) ۱۰٪

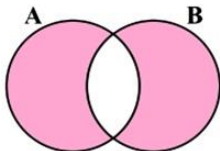
۹- اگر  $A = \{1, 2, 3\}$  و  $B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$  باشد، مجموعه  $A \Delta B$  کدام گزینه است؟

- (۱)  $\{2, 3, 4, 5, 6\}$  (۲)  $\{1, 2, 3, 5, 6\}$  (۳)  $\{1, 4, 5, 6\}$  (۴)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

۱۰- ۲۳ نفر دانش آموز یک کلاس در امتحان ریاضی و ۲۹ نفر در امتحان هندسه قبول شده اند. اگر ۴۰ نفر در ریاضی یا هندسه

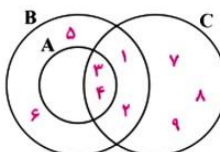
قبول شده باشند، چند نفر در هر دو امتحان قبول شده اند؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۷



۱۱- در شکل مقابل مجموعه سایه زده شده از دو مجموعه A و B با کدام مجموعه برابر نیست؟

- (۱)  $(A \cup B)' \cap (B \cup A')$  (۲)  $(A \cap B)' \cup (B \cap A')$  (۳)  $(A - B) \cup (B - A)$  (۴)  $(A \cup B) - (A \cap B)$



۱۲- با توجه به شکل روبه رو، مجموعه  $(A - B) \cup (C - A)$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۱۳- «مجموعه مرجع» روزهای هفته، «مجموعه A» چهار روز کاری اول هفته و «مجموعه B» روزهای شنبه، دوشنبه و چهارشنبه می باشد، عضوهای کدام مجموعه بیشتر است؟

(۱)  $A - B$  (۲)  $B - A$  (۳)  $A'$  (۴)  $B'$

۱۴- کدام یک از مجموعه های زیر دارای ۱۶ زیرمجموعه، مجموع عضوهای آن ۱۷ و اشتراک آن با مجموعه اعداد فرد به صورت  $\{3, 5, 7\}$  است؟

(۱) اعداد فرد بین ۱ و ۱۹ (۲)  $\{x | x \in \mathbb{Z}, x = 2k, 0 < k < 5\}$

(۳)  $\{x | x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1, k < 5\}$  (۴) اعداد اول کوچکتر از ۱۰

۱۵- مجموعه  $A - B$  دارای یک عضو، مجموعه  $B - A$  دارای دو عضو و  $A \cap B$  دارای سه عضو است، مجموعه B چند عضو دارد؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۶- اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، کدام حکم نادرست است؟

(۱)  $A \subseteq (A \cup B)$  (۲)  $A \subseteq (A \cap B)$  (۳)  $(A \cap B) \subseteq B$  (۴)  $(A - B) \subseteq A$

۱۷- اگر دو مجموعه  $\{7, x, -y\}$  و  $\{7, -2, 5\}$  با هم مساوی باشند، مقدار xy کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۷ (۴) -۷

۱۸- کدام یک از احکام زیر نادرست است؟

(۱)  $\mathbb{Z} \cup \mathbb{N} = \mathbb{N}$  (۲)  $\mathbb{R} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$  (۳)  $\mathbb{W} - \{0\} = \mathbb{N}$  (۴)  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}^c = \mathbb{Q}$

۱۹- اگر A مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ و B مجموعه اعداد صحیح با قدرمطلق کم تر از ۱۰۰ باشد، کدام مجموعه در  $\mathbb{Z}$  با پایان است؟

(۱)  $A - B$  (۲)  $\mathbb{Z} - A$  (۳)  $A \cap B$  (۴)  $A \cup B$

۲۰- اگر  $A_k = \{k, k+1, k+2, k+3\}$  آن گاه  $A_3 \cap A_4 \cap A_5$  چند عضو دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



پاسخنامه

$$4 \leq x - 1 < 30 \Rightarrow 5 \leq x < 31 \xrightarrow{x \in P} x \in \{5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$$

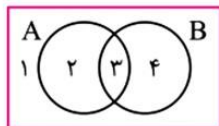
۱- گزینه «۱»

$$x + 2 \in \{7, 9, 13, 15, 19, 21, 25, 31\} \Rightarrow 31 \in C$$

۲- گزینه «۳» ترتیب قرار گرفتن اعضا در یک مجموعه مهم نیست، پس:  $\{b, a\} = \{a, b\}$  و می دانیم عضو تکراری نیز تأثیر در مجموعه ندارد، پس می توان مجموعه داده شده را به شکل  $\{a, b, \{a, b\}\}$  بازنویسی کرد. تعداد زیرمجموعه هایی از این مجموعه که شامل  $\{a, b\}$  نباشد همان زیرمجموعه های مجموعه  $\{a, b, \{a, b\}\} - \{\{a, b\}\} = \{a, b\}$  است پس:  $2^2 = 4$

۳- گزینه «۱» اگر هر یک از زیرمجموعه های مطلوب را  $X$  بنامیم، آن گاه  $X = \{1, 2\} \cup Y$  که در آن  $Y$  هر زیرمجموعه ۴ عضوی از مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  می تواند باشد. چون تعداد جواب های مطلوب برای  $Y$  برابر ۷۰ می باشد ( $\frac{8!}{4! \times 4!} = 70$ ) پس تعداد جواب های مطلوب برای  $X$  نیز برابر ۷۰ خواهد بود.

۴- گزینه «۱» روش اول: (حل به کمک نمودار ون) ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره گذاری می کنیم:



$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$$

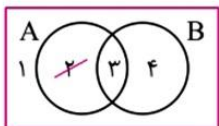
$$\{2\}' \cap \{2, 3, 4\} \cap \{2, 3\}' = \{1, 3, 4\} \cap \{2, 3, 4\} \cap \{1, 4\} = \{3, 4\} \cap \{1, 4\} = \{4\} = B - A$$

روش دوم: (به کمک جبر مجموعه ها)

$$(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = (A \cap B)' \cap (A \cup B) \cap A'$$

$$= ((A' \cup B) \cap (A \cup B)) \cap A' = (B \cup (A' \cap A)) \cap A' = (B \cup \emptyset) \cap A' = B \cap A' = B - A$$

۵- گزینه «۱» روش اول: (حل به کمک نمودار ون) ابتدا هر ناحیه را با یک عدد شماره گذاری می کنیم:



$$A \cup (B - A) = B \xrightarrow[\text{نمودار}]{\text{با توجه}} \{2, 3\} \cup \{4\} = \{3, 4\} \Rightarrow \{2, 3, 4\} = \{3, 4\}$$





برای برقراری تساوی باید ناحیه ۲ حذف شود در نمودار ون ناحیه ۲ را حذف می کنیم حال با توجه به گزینه ها:

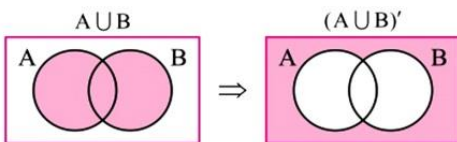
گزینه «۱»:  $\begin{cases} A = \{3\} \\ B = \{3, 4\} \end{cases} \Rightarrow A \subseteq B$  صحیح است

روش دوم: (به کمک جبر مجموعه ها)  $A \cup (B - A) = B \Rightarrow A \cup (B \cap A') = B \Rightarrow (A \cup B) \cap \underbrace{(A \cup A')}_M = B \Rightarrow A \cup B = B$  (به کمک جبر مجموعه ها) برای آن که تساوی اخیر برقرار باشد باید  $A \subseteq B$  باشد.

۶- گزینه «۴» به کمک قوانین جبر مجموعه ها داریم:

$$(A \cap B') - (B - A) = (A \cap B') - (B \cap A') = (A \cap B') \cap (B \cap A')' = (A \cap B') \cap (B' \cup A)$$

$$= (A \cap B' \cap B') \cup (A \cap B' \cap A) = (A \cap B') \cup (A \cap B') = A \cap B' = A - B$$



۷- گزینه «۳»

۸- گزینه «۴» حداقل تجدیدی در درس علوم است که ۱۰٪ می باشد پس حداکثر ۱۰٪ در هر سه درس تجدید شده اند.

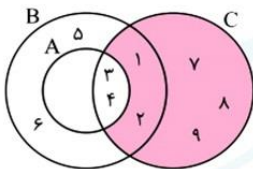
۹- گزینه «۳»  $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$  و  $A - B = \{1\}$  و  $B - A = \{4, 5, 6\}$

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 4, 5, 6\}$

۱۰- گزینه «۲»  $A =$  قبولی های ریاضی  $B =$  قبولی های هندسه

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 40 = 23 + 29 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 23 + 29 - 40 = 12$

۱۱- گزینه «۱» گزینه «۱» نادرست است زیرا  $(A \cup B') \cap (B \cup A')$  قسمت سفید رنگ بدون هاشور را نیز در بر می گیرد اما سه گزینه دیگر فقط قسمت هاشور خورده را در بر می گیرد.



۱۲- گزینه «۳» ابتدا در نمودار ون داده شده ناحیه خواسته شده را هاشور می زنیم. توجه کنید چون  $A \subseteq B$  پس  $A - B = \emptyset$  می باشد و با توجه به شکل مقابل واضح است که ۵ عضو در ناحیه سایه زده قرار دارد.

۱۳- گزینه «۴»  $M = \{ \text{جمعه, پنجشنبه, چهارشنبه, سهشنبه, دوشنبه, یکشنبه, شنبه} \}$

$A = \{ \text{جمعه, پنجشنبه, چهارشنبه} \} \Rightarrow A' = \{ \text{سهشنبه, دوشنبه, یکشنبه, شنبه} \}$

$B = \{ \text{جمعه, پنجشنبه, سهشنبه, یکشنبه} \} \Rightarrow B' = \{ \text{چهارشنبه, دوشنبه, شنبه} \}$

گزینه «۱»:  $A - B = \{ \text{سهشنبه, یکشنبه} \}$  گزینه «۲»:  $B - A = \{ \text{چهارشنبه} \}$

گزینه «۳»:  $A' = \{ \text{چهارشنبه, پنجشنبه, جمعه} \}$  گزینه «۴»:  $B' = \{ \text{پنجشنبه, سهشنبه, یکشنبه} \}$

پس گزینه «۴» صحیح است زیرا دارای ۴ عضو است که از سایر گزینه ها بیشتر است.

۱۴- گزینه «۴» تعداد زیرمجموعه ها از رابطه  $2^n$  به دست می آید و با توجه به  $2^n = 16 \Rightarrow n = 4$ ، مجموعه ۱۶ زیرمجموعه دارد بنابراین:

گزینه «۱» دارای ۸ عضو می باشد زیرا:  $\{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17\}$

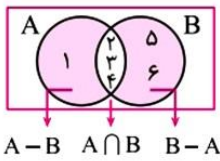
گزینه «۲» دارای ۴ عضو می باشد زیرا:  $\{2, 4, 6, 8\}$

گزینه «۳» دارای ۵ عضو می باشد زیرا:  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

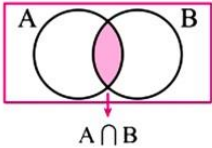
گزینه «۴» دارای ۴ عضوی می باشد زیرا:  $\{2, 3, 5, 7\}$

پس گزینه «۴» صحیح است و مجموع اعضاها ۱۷ ( $2+3+5+7=17$ ) و اشتراک آن با اعداد فرد به صورت  $\{3, 5, 7\}$  است.





۱۵- گزینه «۲» با توجه به نمودار مقابل اگر  $A - B$  دارای یک عضو و  $B - A$  دارای دو عضو و  $A \cap B$  دارای ۳ عضو باشد، مشاهده می شود که مجموعه  $B$  دارای ۵ عضو می باشد.



۱۶- گزینه «۲» با توجه به نمودار مشخص است که  $A \subseteq (A \cap B)$  نمی باشد، پس گزینه «۲» نادرست است.

۱۷- گزینه «۱» می دانیم که دو مجموعه در صورتی مساوی هستند که هر عضوی که در یکی هست در دیگری هم باشد و بالعکس. یعنی

$$\begin{cases} x = -2 \\ -y = 5 \Rightarrow y = -5 \end{cases} \Rightarrow xy = 10 \quad \text{یا} \quad \begin{cases} x = 5 \\ -y = -2 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow xy = 10.$$

هر یک زیر مجموعه دیگری است. پس باید:

۱۸- گزینه «۱» نکته: اگر  $A \subseteq B$ ، آن گاه  $A \cap B = A$  و  $A \cup B = B$ .

می دانیم که  $Q^c \cup Q = R$  و  $Q \cap Q^c = \emptyset$  و  $N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$  پس در گزینه «۱» داریم:  $Z \cup N \xrightarrow{N \subseteq Z} Z$

۱۹- گزینه «۳» نکته: ۱) اگر  $A$  مجموعه ای متناهی و  $B \subseteq A$  باشد، آن گاه مجموعه  $B$  نیز متناهی است.

۲) اگر  $A$  مجموعه ای نامتناهی و  $A \subseteq B$  باشد، آن گاه مجموعه  $B$  نیز نامتناهی است.

ابتدا مجموعه های  $A$  و  $B$  را با اعضایشان مشخص می کنیم.

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \quad B = \{-99, -98, -97, \dots, -1, 0, 1, \dots, 99\}$$

مجموعه  $A$  نامتناهی و مجموعه  $B$  متناهی است و چون همواره  $A \cap B \subseteq B$  و  $B$  نیز متناهی است، مجموعه  $A \cap B$  نیز متناهی می شود.

$$A_3 = \{3, 4, 5, 6\}, A_4 = \{4, 5, 6, 7\}, A_5 = \{5, 6, 7, 8\} \Rightarrow A_3 \cap A_4 \cap A_5 = \{5, 6\}$$

۲۰- گزینه «۲»



### آزمون غنی سازی

**دو مجموعه هم ارز:** دو مجموعه  $A$  و  $B$  را هم ارز گویند، در صورتی که بین اعضای دو مجموعه حداقل یک تناظر یک به یک وجود داشته باشد. هم ارزی دو مجموعه  $A$  و  $B$  را به صورت  $A \approx B$  نشان می دهند.

به عنوان مثال مجموعه مردم ایران و مجموعه شناسنامه های آنها دو مجموعه هم ارزند.

**نکته:** مجموعه اعداد طبیعی ( $\mathbb{N}$ ) با هر یک از مجموعه اعداد طبیعی زوج ( $E$ )، مجموعه اعداد طبیعی فرد ( $O$ )، مجموعه اعداد حسابی ( $\mathbb{W}$ )، مجموعه اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ ) و مجموعه اعداد گویا ( $\mathbb{Q}$ ) هم ارز است.

**نکته:** مجموعه اعداد طبیعی با مجموعه اعداد حقیقی هم ارز نیست.  $\mathbb{N} \not\approx \mathbb{R}$

۱- کدام یک از مجموعه های زیر هم ارز مجموعه  $A = \{a, b, c\}$  است؟

- (۱)  $\{a^2, b^2\}$  (۲)  $\{a, a^2, b^2\}$  (۳)  $\{a^2, b^2, d^2, c^2\}$  (۴)  $\{a+b, b-c\}$

۲- مجموعه  $A = \{10^6 + 1, 10^{-6}, 10^{-7}\}$  با کدام یک از مجموعه های زیر در تناظر یک به یک است؟

- (۱)  $\{-6, -7\}$  (۲)  $\{6, 7\}$  (۳)  $\{6, 7, 8\}$  (۴)  $\{1, 6, 7, 8\}$

۳- مجموعه  $A = \{2n - 1 \mid n \in \mathbb{N}, 5 < n < 21\}$  با کدام قطعه از اعداد طبیعی هم ارز است؟

- (۱)  $\mathbb{N}_{15}$  (۲)  $\mathbb{N}_{16}$  (۳)  $\mathbb{N}_{19}$  (۴)  $\mathbb{N}_{21}$

۴- اگر  $\{a\} = \{(2x - 5), (25 - 3x)\}$  باشد، آن گاه  $a$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{25}{3}$  (۲)  $7$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $6$

۵- اگر  $C = \{2^n - 1 \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 15\}$  و  $A = \{1, 3, 7, 15, 31, 63\}$  چند زیرمجموعه مانند  $B$  می توان نوشت به طوری که

$A \subseteq B \subseteq C$  باشد؟

- (۱)  $2^9$  (۲)  $9$  (۳)  $15$  (۴)  $2^6$

۶- تعداد زیرمجموعه های سه عضوی یک مجموعه  $n$  عضوی  $5$  برابر تعداد زیرمجموعه های یک عضوی آن مجموعه است. مقدار

$n$  برابر است با:

- (۱)  $5$  (۲)  $6$  (۳)  $7$  (۴)  $8$

۷- حداکثر چند زیرمجموعه از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  می توان انتخاب کرد به طوری که اجتماع هیچ دو زیرمجموعه ای مساوی

مجموعه  $A$  نشود؟

- (۱)  $15$  (۲)  $10$  (۳)  $9$  (۴)  $8$

۸- اگر  $M = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 200\}$  مجموعه مرجع و  $A = \{x \mid x \in M, x > 40\}$  باشد، تعداد مجموعه هایی مانند  $X$  که در

تساوی  $A \cup X = M$  صدق می کنند، برابر است با:

- (۱)  $2^40$  (۲)  $2^160$  (۳)  $2^200$  (۴)  $2^240$



### پاسخنامه

۱- گزینه «۲»

۲- گزینه «۳»

۳- گزینه «۱»

$$A = \{1, 13, 15, \dots, 39\} \approx \{1, 2, 3, \dots, 15\}$$

منظور از  $N_{15}$  در مجموعه‌ها:  $N_{15} = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$  می‌باشد. منظور از  $N_{16}$  در مجموعه‌ها:  $N_{16} = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$  می‌باشد.

منظور از  $N_{19}$  در مجموعه‌ها:  $N_{19} = \{1, 2, 3, \dots, 19\}$  می‌باشد. منظور از  $N_{20}$  در مجموعه‌ها:  $N_{20} = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  می‌باشد.

۴- گزینه «۲» در طرف دوم یک مجموعه یک عضوی داریم پس طرف اول نیز یک مجموعه یک عضوی است. یعنی هر دو عضو.

$$\begin{cases} 2x - 5 = a \\ 25 - 3x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x - 15 = 3a & \text{جمع طرفین} \\ 50 - 6x = 2a & \text{دو معادله} \end{cases} \rightarrow 35 = 5a \Rightarrow a = 7$$

مساوی  $a$  هستند. پس:

۵- گزینه «۱» روش اول:  $\{1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots, 2^{15} - 1\} \subseteq B \subseteq \{1, 3, 7, 15, 31, 63, \dots, 2^{15} - 1\}$  پس:

$$B = \{1, 3, 7, 15, 31, 63, \square\} \quad C - A = \{127, \dots, 2^{15} - 1\}$$

پس جای خالی در مجموعه  $B$  را می‌توان به  $2^9$  روش پر کرد. تعداد زیرمجموعه‌های  $C - A$   $2^{15-6} = 2^9$

$$n(A) = 6, n(C) = 15 \Rightarrow 2^{n(C) - n(A)} = 2^{15-6} = 2^9 \quad \text{روش دوم: (حل به کمک نکته)}$$

$$\frac{n!}{3!(n-3)!} = 5 \times \frac{n!}{1!(n-1)!} \Rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{1 \times 2 \times 3} = 5 \times \frac{n}{1} \Rightarrow (n-1)(n-2) = 3$$

حدس و آزمایش  $n = 7$  گزینه «۳»

توجه: در فصل‌های آتی حل معادلات به کمک تجزیه را خواهید آموخت.

۷- گزینه «۴» برای این که اجتماع هیچ دو زیرمجموعه‌ای برابر  $A$  نشود لازم است که حداقل یکی از اعضای  $A$  در هیچ زیرمجموعه‌ای

نباشد در این صورت مجموعه  $A$  سه عضوی خواهد شد و ۸ زیرمجموعه دارد که اجتماع هیچ دوتایی از آن‌ها برابر  $A$  نیست چون

حداقل آن یک عضو حذف شده را ندارد.

۸- گزینه «۲» مجموعه  $X$  باید همه عضوهای مجموعه  $A'$  را دارا بوده و علاوه بر آن می‌تواند هر عضو یا عضوهایی از مجموعه  $A$  را

داشته باشد. پس  $A' \cup Y = X$  که در آن  $Y$  هر زیرمجموعه‌ای از  $A$  می‌تواند باشد چون  $A$  دارای ۱۶ عضو است. پس دارای

$2^{16}$  زیرمجموعه بوده و در نتیجه مجموعه  $X$  دارای  $2^{16}$  جواب خواهد بود.



# پرسش‌های تشریحی

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $1 - 5^2 \times 4 \div (\frac{1}{4})$

ب)  $2 + [-8 - (1 - 3)] \div (-\frac{3}{5})$

پ)  $3 - 3(1 - (-1 - 2)^2 \div 3)$

ت)  $(5 \div 25 \div 5 \div 2) \div (-8 \div 4 \div 2)$

ث)  $5 - 5(5^3 - 4^2 \div 8 \times 2 - (-3 - 2) \times 3 - 6)$

ج)  $\frac{1}{0.125} - \frac{1/7}{0.185} \div 2$

چ)  $-\frac{2}{5} \div 0.5 \times \frac{3}{4} - 0.3^2 - (-2)^3$

ح)  $-7 - (1 - 10) \times (-2)^2 - 30 \div 5 \times 2 - 3^2 \div (-3)$

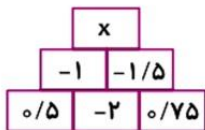
خ)  $-(-(-(-(-1 - 8) - 2) - 2)) - 2$

د)  $-2 - 3(1 - 2 - (3 - 5 \div 5 - 2 \times 1))$

ذ)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \div \frac{1}{4} - 1 \div (-2 - \frac{1}{3}) \times (-\frac{1}{2})$

۲- عددهایی گویا پیدا کنید که ربع اختلاف آن‌ها با  $\frac{5}{3}$  برابر  $\frac{1}{2}$  باشد.

۳- با توجه به نمودار زیر، به جای X چه عددی قرار می‌گیرد؟



۴- اختلاف قرینه  $0.7$  و معکوس  $-\frac{2}{3}$  چند برابر  $0.2$  است؟

۵- با توجه به رابطه مقابل درون  عدد مناسب قرار دهید.

$69 - 10(-1 - \text{○} \times (-20 \div 4 \times 2 + 9)) = -1$

۶- مجموع دو عدد گویا  $0.75$  است. اگر نصف یکی از این دو عدد  $-\frac{1}{5}$  باشد، عدد دیگر چند است؟

۷- به ازای کدام عدد گویا حاصل  $\frac{8}{2 - \frac{1}{x}}$  برابر  $10$  است؟

۸- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $1 + 3 + 5 + \dots + 39$

ب)  $3 + 6 + 9 + \dots + 81$

پ)  $45 + 49 + 55 + 59 + 65 + 69 + \dots + 155 + 159$

ت)  $\underbrace{1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots + 1 - 1 + 1}_{100 \text{ تا}}$

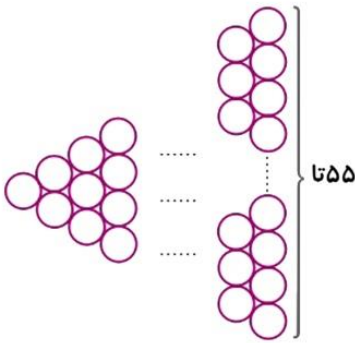
ث)  $10 - 20 + 30 - 40 + \dots + 210$

۹- مجموع اعداد طبیعی فرد کوچک‌تر از  $80$  چه قدر است؟

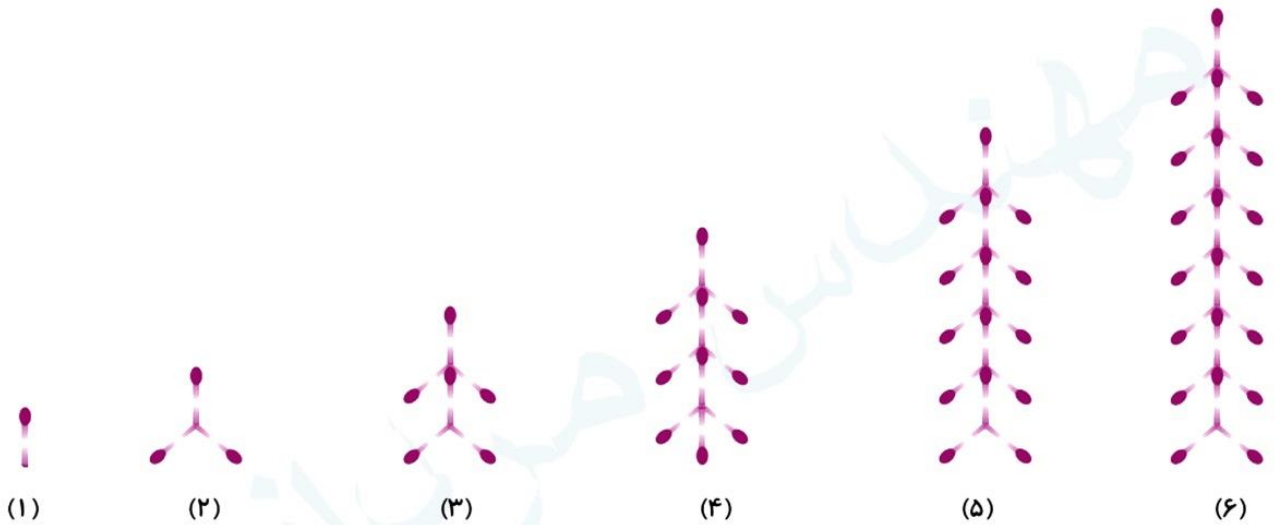
۱۰- اگر  $A = 0/1 + 0/2 + 0/3 + \dots + 0/9$  و  $B = (\frac{11}{10} + \frac{22}{10} + \frac{33}{10} + \dots + \frac{99}{10})$ ، آن‌گاه حاصل  $B - A$  را به دست آورید.



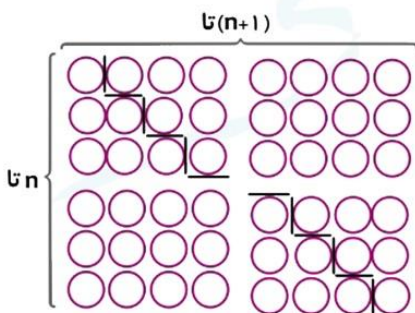
۱۱- شکل مقابل، یک الگوی عددی را از مرحله‌ای تا مرحله‌ی ۵۵ نشان می‌دهد، تعداد گلوله‌ها را در مرحله‌ی ۵۵ به دست آورید.



۱۲- با توجه به شکل زیر، تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل صدم چندتا است؟

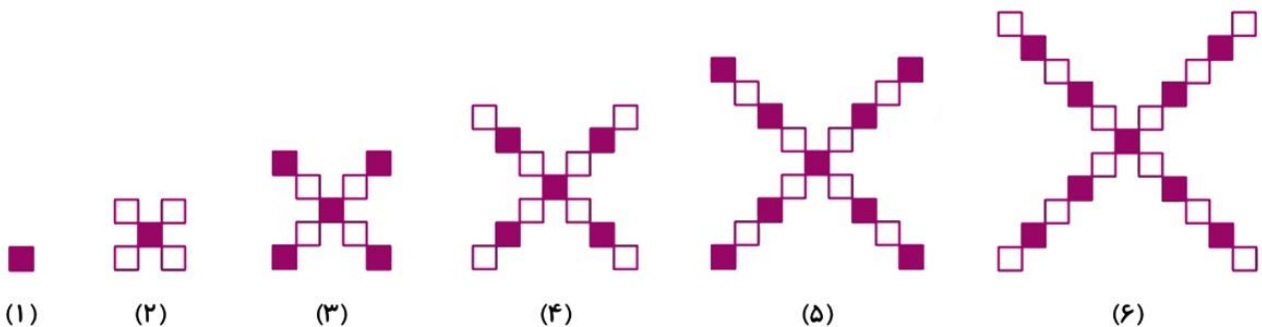


۱۳- به کمک شکل زیر ثابت کنید:

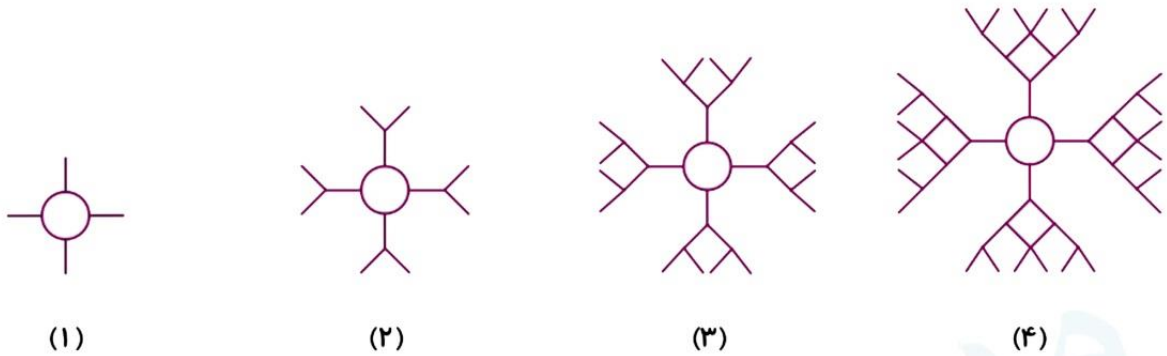


$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

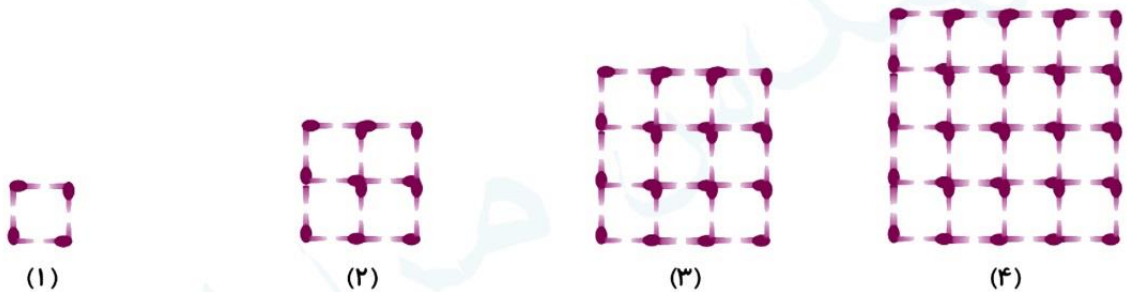
۱۴- با توجه به شکل زیر، تعداد مربع‌های سیاه در شکل پنجاهم چندتا است؟



۱۵- تعداد شاخک‌های ویروس زیر ابتدا ۴ تا است. این ویروس در هر مرحله به صورت زیر شاخک‌های جدید تولید می‌کند. در مرحله دهم تعداد شاخک‌های این ویروس چندتا خواهد شد؟



۱۶- با توجه به شکل زیر، تعداد چوب‌کبریت‌های شکل دوازدهم چندتا است؟



۱۷- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \dots + \frac{1}{19 \times 20}$

ب)  $\frac{7}{3 \times 5} + \frac{7}{5 \times 7} + \frac{7}{7 \times 9} + \dots + \frac{7}{49 \times 51}$

پ)  $\frac{3}{1 \times 4} + \frac{5}{4 \times 9} + \frac{7}{9 \times 16} + \dots + \frac{19}{81 \times 100}$

ت)  $\frac{1}{70} + \frac{1}{130} + \frac{1}{208} + \frac{1}{304}$

ث)  $\frac{3}{3} + \frac{3}{15} + \frac{3}{35} + \dots + \frac{3}{143}$

ج)  $\frac{1+3+5+\dots+19}{\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{380}}$

ح)  $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+100}$

۱۸- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}$

ب)  $0.01 + \frac{1}{0.01 + \frac{1}{1 + \frac{0.01}{0.01}}}$

پ)  $4 + \frac{5}{4 + \frac{5}{4 + \frac{5}{4 + \frac{5}{4}}}}$

ت)  $6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{6 - \frac{9}{6}}}}$



۱۹- کسره‌های زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$A = 201 + \frac{1}{201}, \quad B = 201 + \frac{1}{201 + \frac{1}{201}}, \quad C = 201 + \frac{1}{201 + \frac{1}{201 + \frac{1}{201}}}$$

۲۰- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(\frac{5}{2} + \frac{1}{3} + \frac{17}{4} + \frac{26}{5} + \dots + \frac{10001}{100}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100})$

ب)  $\frac{(1 - \frac{1}{10})(1 - \frac{1}{11})(1 - \frac{1}{12}) \dots (1 - \frac{1}{20})}{(1 + \frac{1}{10})(1 + \frac{1}{11})(1 + \frac{1}{12}) \dots (1 + \frac{1}{20})}$

پ)  $\frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 6 + \dots + 100 \times 200}{3 \times 4 + 6 \times 8 + 9 \times 12 + \dots + 300 \times 400}$

ت)  $(1 \times 2) + (2 \times 3) + (3 \times 4) + (4 \times 5) + \dots + (19 \times 20)$

۲۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$

ب)  $7 + \frac{7}{2} + \frac{7}{4} + \frac{7}{8} + \frac{7}{16} + \dots$

پ)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{25} + \frac{3}{125} + \frac{4}{625} + \dots$

ت)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \dots$

۲۲- به ازای چند عدد صحیح حاصل  $\frac{m^2 - 60}{m}$  عددی صحیح است؟

۲۳- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)  $(1 \times 2 \times 3) + (2 \times 3 \times 4) + (3 \times 4 \times 5) + \dots + (100 \times 101 \times 102)$

ب)  $\frac{2}{3} + \frac{2}{8} + \frac{2}{15} + \frac{2}{24} + \frac{2}{48}$

پ)  $20^2 - 19^2 + 18^2 - 17^2 + \dots + 2^2 - 1$

ت)  $\frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000} + \frac{4}{10000} + \dots$

ث)  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$

ج)  $1 + (2 \times \frac{1}{2}) + (3 \times \frac{1}{4}) + (4 \times \frac{1}{8}) + (5 \times \frac{1}{16}) + \dots$

(المپیاد ریاضی ایران)

۲۴- ثابت کنید اگر  $S = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{20^2}$ ، آنگاه  $\frac{19}{42} < S < \frac{19}{20}$ .

۲۵- عبارت‌های زیر را با نماد فاکتوریل بنویسید.

الف)  $2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 20$

ب)  $1 \times 3 \times 5 \times \dots \times 19$

$5! + 5 \times 5! + 6 \times 6! + 7 \times 7! + \dots + 99 \times 99! = 100!$

۲۶- ثابت کنید:

$\frac{9}{10!} + \frac{10}{11!} + \frac{11}{12!} + \dots + \frac{999}{1000!} = \frac{1}{9!} - \frac{1}{1000!}$

۲۷- ثابت کنید:





# پاسخ نامه پرسش های تشریحی



- ۱- الف) ۱۹۹-      ب) ۱۲      پ) ۹      ت)  $-\frac{1}{5}$   
 ث) ۱۵-      ج) ۷      چ)  $\frac{7}{31}$       ح) ۲۰  
 خ) ۹      د) ۱      ذ)  $\frac{34}{21}$

۲- مسئله دو جواب دارد:  $x = 0/5$  ,  $x = 10/1$

۳-  $x = 1/5$

۴- ۴۰

۵- ۸

۶-  $-\frac{29}{40}$

۷-  $x = \frac{5}{6}$

- ۸- الف) ۴۰۰      ب) ۱۱۳۴      پ) ۲۴۴۸      ت) ۲

ث) ۱۱۰

۹- ۱۶۰۰

۱۰- ۴۵

۱۱- ۱۵۴۰

۱۲- ۵۰۵۰

تعداد چوب کبریت های شکل (۱) برابر ۱ است.

تعداد چوب کبریت های شکل (۲) برابر ۱+۲ است.

تعداد چوب کبریت های شکل (۳) برابر ۱+۲+۳ است و به همین ترتیب تعداد چوب کبریت های شکل (۱۰۰) برابر

$$1+2+3+\dots+100 = \frac{100 \times 101}{2} = 5050 \text{ می باشد.}$$

۱۳- تعداد کل گلوله ها  $n(n+1)$  تا است. مجموع گلوله های سمت چپ یا راست هر کدام برابر  $1+2+3+\dots+n$  است، پس:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

۱۴-  $4 \times (25) - 3 = 97$

۱۵-  $4 + (1 \times 8) + (2 \times 8) + (3 \times 8) + \dots + (9 \times 8) = 4 + 8(1+2+3+\dots+9) = 364$

۱۶-  $n(2n+2) = 12(26) = 312$

- ۱۷- الف)  $\frac{3}{20}$       ب)  $\frac{56}{51}$       پ)  $\frac{99}{100}$       ت)  $\frac{4}{133}$

- ج)  $\frac{18}{13}$       ج)  $\frac{2000}{19}$       چ)  $\frac{99}{101}$



۱۸- الف)  $\frac{55}{21}$  ب)  $50/01$  پ) 5

ت) 3 (به عبارت  $A = 6 - \frac{9}{A}$  می رسید که با امتحان کردن چند عدد می توانید به پاسخ صحیح برسید.)

۱۹-  $A > C > B$

۲۰- الف) 5049 (عبارت را به صورت  $(\frac{10001}{100} - \frac{1}{100}) + \dots + (\frac{10}{3} - \frac{1}{3}) + (\frac{5}{2} - \frac{1}{2})$  بنویسید.)

ب)  $\frac{3}{14}$

پ)  $\frac{1}{6}$  روش اول ◀ از رابطه  $n(2n) = 2n^2$  ،  $n(3n) = 3n^2$  استفاده کرده تا به کسر  $\frac{2(1^2 + 2^2 + \dots + 100^2)}{12(1^2 + 2^2 + \dots + 100^2)}$  برسید.

روش دوم ◀ از راهبرد حل مسئله ساده تر و الگویابی استفاده کنید.

ت) از رابطه  $n(n+1) = n^2 + n$  استفاده کنید:

$$\begin{array}{r} 1^2 + 1 \\ 2^2 + 1 \\ + 3^2 + 1 \\ \vdots \\ 19^2 + 19 \end{array}$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 19^2) + (1 + 2 + 3 + \dots + 19) = \frac{19 \times 20 \times 39}{6} + \frac{19 \times 20}{2} = 2660$$

توجه داشته باشید  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

۲۱- الف)  $\frac{1}{3}$  ب) 14

پ)  $\frac{5}{16}$  (فرض کنید  $A = \frac{1}{5} + \frac{2}{25} + \dots$  سپس  $5A$  را تشکیل دهید. ملاحظه می شود که  $4A = 1 + \frac{1}{4}$  خواهد بود.)

ت)  $\frac{5}{6}$

۲۲- عبارت را به صورت  $m - \frac{60}{m}$  بنویسید، سپس تعداد شمارنده های صحیح عدد 60 را پیدا کنید که تعداد آن ها 24 تا است.

۲۳- الف) می دانیم:  $n(n+1)(n+2) = n^3 + 3n^2 + 2n$

اگر هر کدام از اعداد را به صورت بالا بنویسید و با هم جمع کنید، به عبارت زیر می رسید:

$$(1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 100^3) + 3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2) + 2(1 + 2 + 3 + \dots + 100) = 26527650$$

توجه داشته باشید  $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (\frac{n(n+1)}{2})^2$

ب)  $\frac{141}{120}$



(پ)  $(20-19)(20+19) + (18-17)(18+17) + \dots + (2-1)(2+1) = 20+19+18+\dots+1 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$

(ت)  $\frac{1}{81}$  (ابتدا  $A-A$  را پیدا کنید تا به عبارت  $9A = 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \dots$  برسید؛ دوباره مجموع فوق را از همین روش به دست آورید.)

(ث)  $\frac{2}{3}$

(ج)  $4(A-2A)$  را پیدا کنید.

۲۴- داریم:  $S = \frac{1}{2 \times 2} + \frac{1}{3 \times 3} + \dots + \frac{1}{20 \times 20}$ ، پس:

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{20 \times 21} < S < \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} \Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{21} < S < \frac{1}{1} - \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{19}{42} < S < \frac{19}{20}$$

۲۵- الف)  $210 \times 10!$

(ب)  $\frac{20!}{210 \times 10!}$

۲۶- در دو جمله‌ی اول از  $5!$  فاکتور می‌گیریم:

$5!(1+5) = 6!$

$6!+6 \times 6! = 6!(1+6) = 7!$

$7!+7 \times 7! = 7!(1+7) = 8!$

⋮

$99!+99 \times 99! = 99!(1+99) = 100!$

۲۷- از رابطه‌ی  $\frac{n-1}{n!} = \frac{n}{n!} - \frac{1}{n!}$  استفاده کنید.



# پرسش‌های ۴ گزینه‌ای

## شناخت اعداد صحیح و گویا

۱- اگر  $x$  عددی صحیح و منفی باشد، کدام گزینه کوچک‌تر است؟

(۱)  $\frac{x}{3}$       (۲)  $x \div 3$       (۳)  $\frac{3x}{2}$       (۴)  $x$

۲- کدام یک از عددهای زیر بین  $0/7$  و  $\frac{2}{3}$  قرار دارد؟

(۱)  $\frac{19}{30}$       (۲)  $\frac{43}{60}$       (۳)  $\frac{106}{150}$       (۴)  $\frac{17}{25}$

۳- بین  $9/99$ ،  $-10$  و  $-1$  چند عدد گویا وجود دارد؟

(۱) هیچ      (۲) یک      (۳) دو      (۴) بی‌شمار

۴- کدام یک از کسرهای زیر کوچک‌تر است؟

(۱)  $\frac{15}{16}$       (۲)  $\frac{155}{166}$       (۳)  $\frac{1555}{1666}$       (۴)  $\frac{15555}{16666}$

۵- ساده‌ترین صورت عدد گویای  $\frac{144443}{188887}$  برابر است با:

(۱)  $\frac{3}{8}$       (۲)  $\frac{11}{19}$       (۳)  $\frac{13}{17}$       (۴)  $\frac{7}{9}$

۶- اگر از صورت و مخرج  $\frac{17}{15}$ ، مقدار  $x$  را کم کنیم حاصل برابر  $\frac{4}{3}$  می‌شود.  $x$  بر کدام یک از اعداد زیر بخش‌پذیر است؟

(۱) ۳      (۲) ۲      (۳) ۵      (۴) ۷

۷- چند مستطیل می‌توان ساخت که طول و عرض آن‌ها عددی طبیعی و محیط آن‌ها ۶۰ باشد؟

(۱) ۱۴      (۲) ۱۵      (۳) ۱۶      (۴) ۱۲

۸- معکوس قرینه  $\frac{2 \times 0/8}{2 \div 0/8}$  برابر است با:

(۱)  $\frac{16}{25}$       (۲)  $-\frac{25}{16}$       (۳) ۱      (۴) -۱

۹- حاصل ضرب دو عدد صحیح  $120$  - و اختلاف آن‌ها بیشترین مقدار ممکن است. اگر مجموع دو عدد کوچک‌تر از صفر باشد،

آن‌گاه مجموع آن‌ها برابر است با:

(۱) ۱۱۹      (۲) -۵۸      (۳) -۱۲۱      (۴) -۱۱۹



محاسبات و ترتیب عملیات

۱۰- حاصل  $(3-13) \div 6 + 10$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $-1/6$  (۲)  $\frac{8}{5}$  (۳) ۵ (۴)  $-5$

۱۱- حاصل عبارت  $(5-5(5-5(5-2)))$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $-45$  (۲) ۵۵ (۳)  $-55$  (۴) صفر

۱۲- حاصل عبارت  $5 - (-(-(-4-1)-2))$  برابر است با:

- (۱)  $+3$  (۲)  $-2$  (۳)  $+2$  (۴)  $-8$

۱۳- حاصل  $(-2-1) - (-2-1) - 4 \times 3 \div 4 + 12$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)  $-3$

۱۴- حاصل عبارت  $(8 \div 4^2 - 1) - 2^2 - 3^2$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۳ (۳)  $-5$  (۴)  $-11$

۱۵- مقدار عددی کدام گزینه بزرگ تر است؟

- (۱)  $(-3) \times (-8 \times 2)$  (۲)  $1 - 9(1 - 9)$   
 (۳)  $3 - (-5 - 3) - 12$  (۴)  $7 - (1 - 4)^2 \times (-2)$

۱۶- حاصل عبارت  $1 - (-(-(-(-10-1)-1)-1)-1)$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲)  $-11$  (۳)  $-10$  (۴) ۱۰

۱۷- حاصل عبارت  $(30-20) \dots (3-20) (2-20) (1-20)$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $-10$  (۲) ۱۰ (۳) صفر (۴)  $-20$

۱۸- اگر  $A = 1 - \frac{1}{\frac{3}{\frac{1}{2}}}$ ، آن گاه نصف معکوس A برابر است با:

- (۱)  $\frac{3}{14}$  (۲)  $-\frac{7}{6}$  (۳)  $-\frac{3}{14}$  (۴)  $\frac{7}{6}$

۱۹- حاصل  $\frac{-2}{3} - 2 - 0 \times 2 - \frac{1}{2} + \frac{2}{6} - \frac{1}{3}$  برابر است با:

- (۱)  $-\frac{23}{6}$  (۲)  $-\frac{25}{6}$  (۳)  $\frac{13}{6}$  (۴)  $-2$

۲۰- حاصل  $\frac{(1 \times 4) + (2 \times 4) + (3 \times 4) + \dots + (100 \times 4)}{(1 \times 2) + (2 \times 2) + (3 \times 2) + \dots + (100 \times 2)}$  برابر است با:

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۲۵۰ (۴) ۲۱۰۰



۲۱- حاصل  $\frac{(1 \times 4) \times (2 \times 4) \times (3 \times 4) \times \dots \times (100 \times 4)}{(1 \times 2) \times (2 \times 2) \times (3 \times 2) \times \dots \times (100 \times 2)}$  برابر است با:

- ۲ (۱)      ۲۵۰ (۲)      ۲۱۰۰ (۳)      ۴۱۰۰ (۴)

۲۲- اگر  $\frac{a}{b} = \frac{7}{13}$  و  $a + b = 220$  باشد،  $b - a$  برابر است با:

- ۵۸ (۱)      ۷۲ (۲)      ۴۸ (۳)      ۶۶ (۴)

۲۳- ثلث مجموع دو عدد گویا  $\frac{2}{3}$  است. اگر یکی از آن دو عدد ۱۲ باشد، عدد دیگر برابر با کدام گزینه است؟

- ۱۸ (۱)       $-\frac{12}{2}$  (۲)       $-\frac{16}{2}$  (۳)       $-\frac{18}{8}$  (۴)

۲۴- اگر  $a * b = a + ab$ ، آن گاه حاصل  $(4 * 3) * (2 * 3)$  برابر است با:

- ۱۴۴ (۱)      ۲۰۰ (۲)      ۲۴۰ (۳)      ۴۸ (۴)

مجموع های منظم

۲۵- حاصل  $15 + 16 + 17 + \dots + 185$  کدام است؟

- ۱۷۱۰۰ (۱)      ۱۶۹۵۰ (۲)      ۲۱۳۰۰ (۳)      ۱۳۹۰۰ (۴)

۲۶- مجموع همه اعداد طبیعی کوچک تر از ۲۰۰ و بزرگ تر از ۷ که باقی مانده تقسیم آن ها بر ۷ برابر ۲ است، برابر است با:

- ۲۱۵۴ (۱)      ۲۸۹۸ (۲)      ۳۰۱۲ (۳)      ۳۲۲۸ (۴)

۲۷- اگر  $M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{31}$ ، آن گاه  $M$  برابر است با:

- ۹۷۵ (۱)      ۸۲۵ (۲)      ۱۰۴۵ (۳)      ۹۲۵ (۴)

۲۸- حاصل عبارت  $\frac{1+2+3+\dots+60}{-1-2-3-\dots-59}$  برابر است با:

- $-\frac{60}{59}$  (۱)       $-\frac{61}{59}$  (۲)       $\frac{60}{59}$  (۳)       $-\frac{60}{59}$  (۴)

۲۹- حاصل  $A = 1/0.1 + 2/0.2 + 3/0.3 + \dots + 10/1$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۴۵/۵۵ (۱)      ۵۵/۵ (۲)

- ۵۵/۴۵ (۳)      ۵۵/۵۵ (۴)

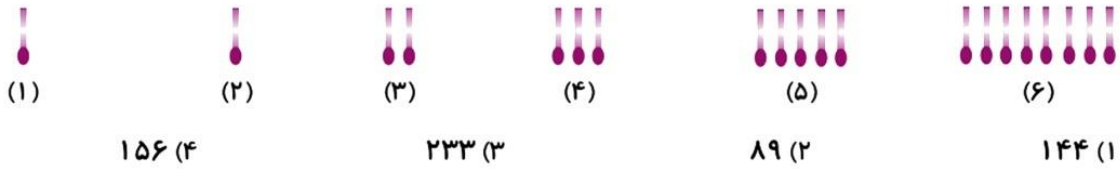
۳۰- حاصل  $(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50}) + (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{49}{50})$  کدام است؟

- ۴۹ (۱)      ۵۰ (۲)      ۵۱ (۳)      ۴۵ (۴)

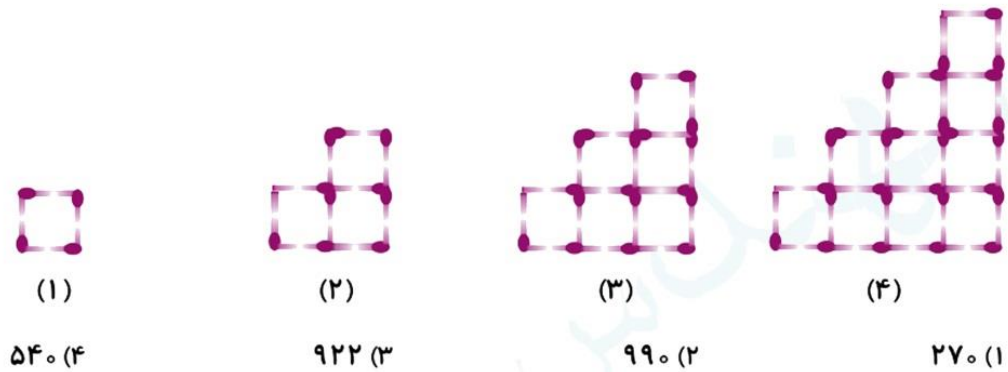


الگوهای عددی

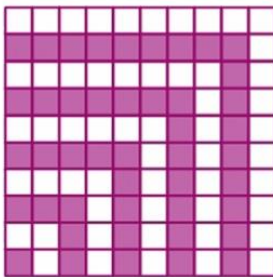
۳۱- با توجه به شکل زیر، تعداد چوب کبریت‌ها در شکل دوازدهم چندتا است؟



۳۲- با توجه به شکل زیر، تعداد چوب کبریت‌های شکل سیام برابر است با:

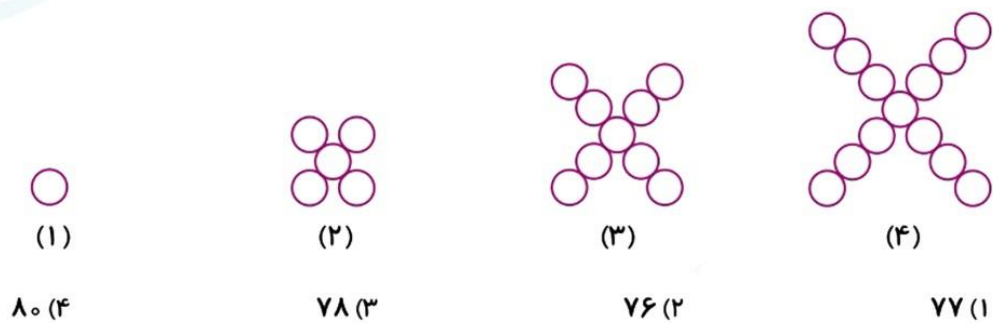


۳۳- با توجه به شکل مقابل، حاصل  $1+3+5+7+\dots+19$  کدام است؟

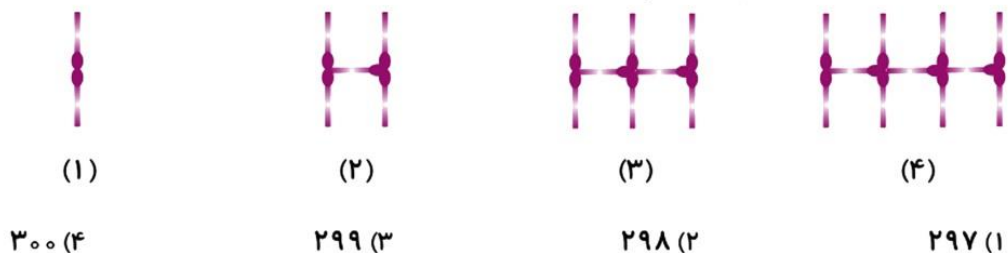


- (۱)  $10 \times 9$   
 (۲)  $\frac{10 \times 11}{2}$   
 (۳)  $\frac{19 \times 20}{2}$   
 (۴)  $10^2$

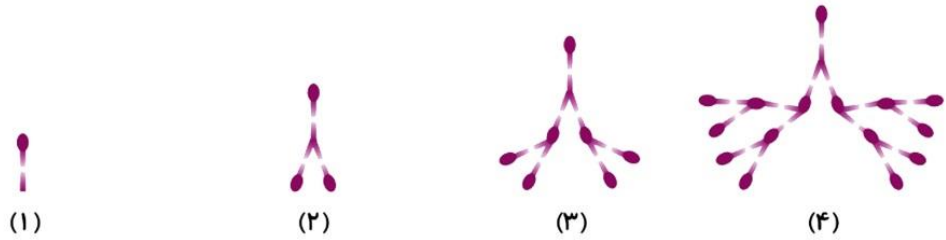
۳۴- تعداد دایره‌های شکل بیستم چندتا است؟



۳۵- تعداد چوب کبریت‌های شکل صدم برابر است با:



۳۶- تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم برابر است با:



۱۰۲۳ (۴)

۲۵۵ (۳)

۲۰۴۷ (۲)

۵۱۱ (۱)

۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۴, ...

۳۷- در دنباله اعداد مقابل، بیستیم عدد ۲۰، چندمین عدد دنباله است؟

۶۵ (۴)

۵۵ (۳)

۵۰ (۲)

۴۵ (۱)

**کسرهای تلسکوپی**

۳۸- حاصل  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10}$  کدام است؟

$\frac{100}{9}$  (۴)

$\frac{9}{100}$  (۳)

$\frac{10}{9}$  (۲)

$\frac{9}{10}$  (۱)

۳۹- حاصل  $\frac{2}{2 \times 4} + \frac{3}{4 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \dots + \frac{9}{37 \times 46}$  برابر است با:

$\frac{11}{23}$  (۴)

$\frac{13}{23}$  (۳)

$\frac{19}{46}$  (۲)

$\frac{21}{46}$  (۱)

۴۰- حاصل  $\frac{1}{90} + \frac{1}{110} + \frac{1}{132}$  برابر است با:

$\frac{17}{132}$  (۴)

$\frac{5}{12}$  (۳)

$\frac{1}{36}$  (۲)

$\frac{1}{18}$  (۱)

۴۱- حاصل  $\frac{7}{50} + \frac{7}{150} + \frac{7}{300} + \frac{7}{500} + \frac{7}{750} + \frac{7}{1050}$  برابر با کدام گزینه است؟

$\frac{7}{45}$  (۴)

$\frac{6}{25}$  (۳)

$\frac{7}{20}$  (۲)

$\frac{3}{35}$  (۱)

۴۲- اگر  $A = \frac{2}{1 \times 3} + \frac{2}{3 \times 5} + \dots + \frac{2}{19 \times 21}$  و  $B = \frac{4}{5 \times 10} + \frac{4}{10 \times 15} + \dots + \frac{4}{35 \times 40}$  باشد، آن‌گاه  $A \times B$  برابر با کدام

گزینه است؟

$\frac{2}{15}$  (۴)

$\frac{5}{18}$  (۳)

$\frac{20}{21}$  (۲)

$\frac{14}{50}$  (۱)

**کسرهای پله‌ای**

۴۳- حاصل عبارت  $3 + \frac{3 + \frac{1}{2}}{3 + \frac{2}{2}} - \frac{2}{3 + \frac{1}{2}}$  برابر با کدام گزینه است؟

$\frac{421}{34}$  (۴)

$\frac{173}{28}$  (۳)

$\frac{337}{68}$  (۲)

$\frac{259}{54}$  (۱)





۴۴- حاصل  $\frac{0/1}{0/1 + \frac{1}{0/1 + \frac{1}{2}}}$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱)  $\frac{7}{12}$  (۲)  $\frac{47}{453}$  (۳)  $\frac{73}{430}$  (۴)  $\frac{83}{530}$

۴۵- کدام کسر کوچک تر است؟

- (۱)  $1 + \frac{0/02}{1 \div 0/02}$  (۲)  $1 \div \frac{0/02}{1 - 0/02}$   
 (۳)  $1 - \frac{0/02}{1 + 0/02}$  (۴)  $1 \times \frac{0/02}{1 \div 0/02}$

**فاکتوریل**

۴۶- حاصل  $\frac{7! - 5!}{5!}$  برابر است با:

- (۱)  $7!$  (۲)  $2$  (۳)  $42$  (۴)  $41$

۴۷- حاصل  $10! - 1 \times 7! \times 6!$  برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) صفر (۲)  $32!$  (۳)  $3!$  (۴)  $1$

۴۸- کدام گزینه ۱۵ برابر حاصل ضرب اعداد فرد ۱ تا ۱۰ را نشان می دهد؟

- (۱)  $\frac{10!}{235}$  (۲)  $\frac{9!}{2!}$  (۳)  $\frac{10!}{7 \times 9}$  (۴)  $\frac{10!}{2^8}$

۴۹- کدام گزینه برابر  $21(20! + 21!)$  است؟

- (۱)  $20!$  (۲)  $21!$  (۳)  $22!$  (۴)  $23!$

۵۰- اگر بخواهیم عبارت  $10 \times 8 \times 6 \times 4 \times 2$  را با استفاده از فاکتوریل بنویسیم، معادل با کدام گزینه خواهد شد؟

- (۱)  $\frac{10!}{945}$  (۲)  $\frac{10!}{3!5!7!}$  (۳)  $5!$  (۴)  $\frac{10!}{455}$

**پاسخ نامه پرسش های ۴ گزینه ای**

۱- گزینه ۳ زیرا  $\frac{3}{3}$  از  $\frac{1}{3}$  و  $1$  بزرگ تر است،

۴- گزینه ۴

پس حاصل ضرب آن در عددی منفی کوچک تر خواهد بود.

۵- گزینه ۳ توجه داشته باشید که حاصل تقسیم

عدد  $1aaaab$  به طوری که  $b = a - 1$  باشد برابر است با  $1b$ .

۲- گزینه ۴ کافی است دو کسر را هم مخرج کنیم!

۳- گزینه ۴ بین هر دو عدد گویا بی شمار عدد گویا

وجود دارد.

$$\frac{144443}{188887} = \frac{13 \times \cancel{11111}}{17 \times \cancel{11111}} = \frac{13}{17}$$



۱۵- گزینه ۲ مقدار عددی گزینه‌ها به صورت زیر است:

گزینه ۱:  $-48$       گزینه ۲:  $73$

گزینه ۳:  $-4$       گزینه ۴:  $25$

۱۶- گزینه ۴

$$-(-(-(-11)-1)-1)-1 = -(-(-10)-1)-1 = -(-11)-1 = 10$$

۱۷- گزینه ۳ از این ۲۰ پراتنز یکی (۲۰-۲۰) یعنی

صفر است و حاصل ضرب صفر در هر عددی برابر صفر خواهد شد.

۱۸- گزینه ۳ ابتدا مقدار A را محاسبه می‌کنیم:

$$A = 1 - \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{10}} = 1 - \frac{10}{3} = \frac{-7}{3}$$

معکوس A برابر است با  $\frac{-3}{7}$  و نصف آن می‌شود  $\frac{-3}{14}$ .

۱۹- گزینه ۱

$$\frac{1}{3} - 2 + \frac{1}{2} - 0 - \frac{8}{3} = \frac{-23}{6}$$

۲۰- گزینه ۱

$$\frac{4(1+2+3+\dots+100)}{2(1+2+3+\dots+100)} = 2$$

۲۱- گزینه ۳

$$\frac{4^{100} \times (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100)}{2^{100} \times (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100)} = 2^{100}$$

۲۲- گزینه ۴ a و b را به کمک تناسب پیدا می‌کنیم:

a	7	77
b	13	143
a+b	20	220

$\times 11$

$$\Rightarrow b - a = 143 - 77 = 66$$

۲۳- گزینه ۳ فرض کنید a و b دو عدد گویا باشند، داریم:

$$\frac{1}{3}(a+b) = 0/6, \frac{2}{3}a = 12 \Rightarrow a = 18$$

$$\frac{1}{3}(18+b) = 0/6 \Rightarrow 18+b = 1/8 \Rightarrow b = -16/2$$

۲۴- گزینه ۲  $2 * 3 = 2 + (2 * 3) = 8$

$4 * 5 = 4 + (4 * 5) = 24$

$8 * 24 = 8 + (8 * 24) = 200$

۶- گزینه ۱

$$\frac{17-x}{15-x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 51-3x = 60-4x \Rightarrow 4x-3x = 60-51 \Rightarrow x = 9$$

۷- گزینه ۲ از آن‌جا که محیط مستطیل‌ها ۶۰ است،

پس مجموع طول و عرض آن‌ها برابر ۳۰ می‌باشد. تمام اعداد طبیعی که شرایط بالا را دارند در جدول زیر آمده‌اند که تعداد آن‌ها ۱۵ تا می‌باشد.

۲۹	۱
۲۸	۲
۲۷	۳
⋮	⋮
۱۶	۱۴
۱۵	۱۵

۸- گزینه ۲ ابتدا حاصل عبارت را پیدا کرده، سپس

قرینه و معکوس می‌کنیم:

$$\frac{2 \times \frac{8}{10}}{2 \div \frac{8}{10}} = \frac{\frac{16}{10}}{\frac{20}{8}} = \frac{8 \times 16}{10 \times 20} = \frac{16}{25} \rightarrow \frac{-25}{16}$$

۹- گزینه ۴ چون حاصل ضرب دو عدد صحیح

۱۲- است، پس آن دو عدد می‌توانند ۱ و ۱۲ یا ۱ و ۱۲- باشند. از آن‌جا که مجموع دو عدد منفی است، پس ۱ و ۱۲- قابل قبول است که مجموع آن‌ها ۱۱۹- می‌باشد.

۱۰- گزینه ۳

$$6 + 10 \div (-10) = 6 - 1 = 5$$

۱۱- گزینه ۲

$$5 - 5(5 - 5 \times 3) = 5 - 5(-10) = 5 + 50 = 55$$

۱۲- گزینه ۴

$$-(-(-5)-2)-5 = -(5-2)-5 = -3-5 = -8$$

۱۳- گزینه ۳

$$12 \div 4 \times 3 - (-3) = 3 \times 3 + 3 = 9 + 3 = 12$$

۱۴- گزینه ۲

$$9 - 4(1 - 16 \div 8) = 9 - 4(1 - 2) = 9 + 4 = 13$$



۲۹- گزینه ۴ M را به صورت زیر می نویسیم:

$$M = 1 \frac{1}{100} + 2 \frac{2}{100} + 3 \frac{3}{100} + \dots + 10 \frac{10}{100}$$

$$= (1+2+3+\dots+10) + \left( \frac{1}{100} + \frac{2}{100} + \frac{3}{100} + \dots + \frac{10}{100} \right)$$

$$= 55 + 0.55 = 55.55$$

۳۰- گزینه ۱ کافی است اعداد را دوبره دو به صورت زیر جمع کنیم:

$$\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{50} \right) + \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{49}{50} \right)$$

$$= \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{\text{تا } 49} = 49$$

۳۱- گزینه ۱ ابتدا تعداد چوب کبریت ها در هر شکل را می نویسیم:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$$

دو عدد اول دنباله، یک و از عدد سوم، مجموع دو عدد قبلی عدد بعد از آن را ساخته است.

$$1+1=2$$

$$1+2=3$$

$$2+3=5$$

$$3+5=8$$

$$5+8=13$$

$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

$$34+55=89$$

$$55+89=144$$

۲۵- گزینه ۱ روش اول

$$(1+2+3+\dots+185) - (1+2+3+\dots+14)$$

$$= \frac{185 \times 186}{2} - \frac{14 \times 15}{2} = 1720.5 - 105 = 17100$$

روش دوم با استفاده از فرمولی که در درس نامه ارائه شده

داریم:  $S = \underbrace{\left[ \left( \frac{185-15}{1} \right) + 1 \right]}_{\text{تعداد}} \underbrace{\left[ \frac{185+15}{2} \right]}_{\text{میانگین}}$

$$= 171 \times 100 = 17100$$

۲۶- گزینه ۲ اعداد مورد نظر به فرم  $7k+2$  هستند

که در آن  $7k+2 < 200$  می باشد، یعنی  $7k < 198$ ، لذا

$$k < 29 \quad \text{عدد اول } k=1 \Rightarrow 7(1)+2=9$$

$$k=2 \Rightarrow 7(2)+2=16 \quad \text{عدد دوم}$$

$$k=3 \Rightarrow 7(3)+2=23 \quad \text{عدد سوم}$$

:

$$k=28 \Rightarrow 7(28)+2=198 \quad \text{عدد بیست و هشتم}$$

$$\Rightarrow S = 9+16+23+\dots+198$$

$$= \left[ \left( \frac{198-9}{7} \right) + 1 \right] \left[ \frac{198+9}{2} \right] = 28 \times 103.5 = 2898$$

۲۷- گزینه ۱

$$M = 1 \frac{1}{2} + 1 \frac{2}{2} + 1 \frac{3}{2} + \dots + 1 \frac{60}{2}$$

$$= \underbrace{(1+1+1+\dots+1)}_{\text{تا } 60} + \left( \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{60}{2} \right)$$

$$= 60 + \frac{1+2+3+\dots+60}{2} = 60 + \frac{60 \times 61}{2} = 60 + 1830 = 1890$$

۲۸- گزینه ۲

$$\frac{60 \times 61}{2} - \frac{59 \times 60}{2} = \frac{61}{2}$$



۳۵- گزینه ۳

شماره شکل	تعداد چوب کبریت‌های عمودی بالا	تعداد چوب کبریت‌های عمودی پایین	تعداد چوب کبریت‌های افقی وسط	مجموع
(۱)	۱	۱	۰	۲
(۲)	۲	۲	۱	۵
(۳)	۳	۳	۲	۸
(۴)	۴	۴	۳	۱۱
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
(۱۰۰)	۱۰۰	۱۰۰	۹۹	۲۹۹

۳۶- گزینه ۴ روش اول ◀ ابتدا دنباله تعداد چوب کبریت‌ها را می‌نویسیم:

$$1, 3, 7, 15, \dots$$

$$\begin{array}{cccc} \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} \\ +2 & +4 & +8 & +16 \end{array}$$

پس:

۱: شکل (۱)

۱+۲: شکل (۲)

۱+۲+۲<sup>۲</sup>: شکل (۳)

۱+۲+۲<sup>۲</sup>+۲<sup>۳</sup>: شکل (۴)

⋮

۱+۲+۲<sup>۲</sup>+⋯+۲<sup>۹</sup>=۱۰۲۳: شکل (۱۰)

روش دوم ◀ جمله nام دنباله به صورت ۲<sup>n</sup>-۱ است، پس در

شکل دهم به تعداد ۱۰۲۳-۱=۲<sup>۱۰</sup> چوب کبریت خواهیم داشت.

۳۷- گزینه ۲ تعداد یک‌ها یکی، تعداد ۲ها دوتا، تعداد

۳ها سه‌تا و به همین ترتیب تعداد ۲ها بیست‌تا است. برای

پیدا کردن بیستین عدد ۲۰ کافی است مجموع زیر را پیدا کنیم:

$$1+2+3+\dots+20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

۳۲- گزینه ۲ روش اول ◀ در هر شکل تعداد

چوب کبریت‌ها را می‌نویسیم:

۴: شکل (۱)

۴+۶=۱۰: شکل (۲)

۴+۶+۸=۱۸: شکل (۳)

۴+۶+۸+۱۰=۲۸: شکل (۴)

⋮

۴+۶+۸+⋯+۶۰+۶۲: شکل (۳۰)

$$= 2(2+3+4+\dots+30+31) = 2 \left[ \frac{31 \times 32}{2} - 1 \right] = 990$$

روش دوم ◀ اعداد دنباله را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{array}{cccccc} 4, & 10, & 18, & 28, & \dots, & n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ 1 \times 4 & 2 \times 5 & 3 \times 6 & 4 \times 7 & & n \times (n+3) \end{array}$$

پس تعداد چوب کبریت‌ها در شکل ۳۰ام برابر است با:

$$30 \times (30+3) = 990$$

۳۳- گزینه ۴ مربع ۱۰×۱۰ طوری تقسیم‌بندی شده

است که اگر از سمت چپ پایین به ترتیب تعداد مربع‌های سیاه و سفید را بنویسیم، همان ۱+۳+۵+⋯+۱۹ خواهد

شد که همان تعداد مربع‌های شکل است یعنی ۱۰<sup>۲</sup> تا.

۳۴- گزینه ۱ تعداد دایره‌های هر شکل را می‌نویسیم:

۱: شکل (۱)

۱+۴=۵: شکل (۲)

۱+(۴×۲)=۹: شکل (۳)

۱+(۴×۳)=۱۳: شکل (۴)

⋮

۱+(۴×۱۹)=۷۷: شکل (۲۰)



۴۴- گزینه ۴

۴۵- گزینه ۴  
گزینه (۱) برابر  $\frac{5002}{5000}$ ، گزینه (۲)

برابر ۴۹، گزینه (۳) برابر  $\frac{50}{51}$  و گزینه (۴) برابر  $\frac{2}{5000}$  است.

۴۶- گزینه ۴

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 - 5!}{5!} = \frac{5! (6 \times 7 - 1)}{5!} = 41$$

۴۷- گزینه ۱ ابتدا نشان می‌دهیم:

$$6! \times 7! = 10!$$

$$6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = \frac{2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 2 \times 3}{8 \times 10}$$

$$\Rightarrow 8 \times 9 \times 10$$

$$6! \times 7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 9 \times 10 = 10! \quad \text{پس:}$$

لذا حاصل کل عبارت برابر صفر خواهد شد.

۴۸- گزینه ۴

$$15 \times (1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9) = 15 \times \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10}{2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10}$$

$$= 15 \times \frac{10!}{2 \times 2^2 \times 2 \times 3 \times 2^3 \times 2 \times 5} = \frac{10!}{2^8}$$

۴۹- گزینه ۳

$$21 \times 20! + 21 \times 21! = 21! + 21 \times 21!$$

$$21! (1 + 21) = 22!$$

۵۰- گزینه ۱ عبارت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9 \times 10}{1 \times 3 \times 5 \times 7 \times 9} = \frac{10!}{945}$$

۳۸- گزینه ۱ عبارت مسئله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right)$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

۳۹- گزینه ۴ کسرها را به صورت زیر تفکیک می‌کنیم:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{16}\right) + \dots + \left(\frac{1}{32} - \frac{1}{64}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{64} = \frac{32}{64} = \frac{11}{23}$$

۴۰- گزینه ۲ کسرها را به صورت زیر نوشته و

محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{9 \times 10} + \frac{1}{10 \times 11} + \frac{1}{11 \times 12} = \frac{1}{9} - \frac{1}{12} = \frac{1}{36}$$

۴۱- گزینه ۳

$$\frac{7}{5 \times 10} + \frac{7}{10 \times 15} + \frac{7}{15 \times 20} + \frac{7}{20 \times 25}$$

$$+ \frac{7}{25 \times 30} + \frac{7}{30 \times 35}$$

$$= \frac{7}{5} \left( \frac{5}{5 \times 10} + \frac{5}{10 \times 15} + \frac{5}{15 \times 20} + \frac{5}{20 \times 25} + \frac{5}{25 \times 30} \right)$$

$$+ \frac{5}{30 \times 35} = \frac{7}{5} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{35} \right) = \frac{7}{5} \times \frac{6}{35} = \frac{6}{25}$$

۴۲- گزینه ۴ مقدار A برابر  $\frac{20}{21} - \frac{1}{21} = \frac{19}{21}$  و مقدار

B برابر  $\frac{4}{5} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{40} \right) = \frac{4}{5} \times \frac{3}{40} = \frac{3}{50}$  است، پس حاصل

عبارت برابر  $\frac{20}{21} \times \frac{3}{50} = \frac{2}{15}$  می‌باشد.

۴۳- گزینه ۲

$$3 + \frac{3 + \frac{7}{4}}{3 - \frac{4}{7}} = 3 + \frac{\frac{19}{4}}{\frac{17}{7}} = 3 + \frac{133}{68} = \frac{337}{68}$$

