

ریاضی دهم

رشته تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

برای هماهنگی کلاس های ریاضی و فیزیک از راه های زیر اقدام نمایید

واتساپ: 09104204667 

تماس : 09104204667 

فصل اول

مجموعه ، الگو و دنباله

مجموعه الگو دنباله



یادآوری:

مجموعه هایی که تا کنون با آنها آشنا شده ایم عبارتند از:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\} \quad \text{مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \quad \text{مجموعه اعداد حسابی}$$

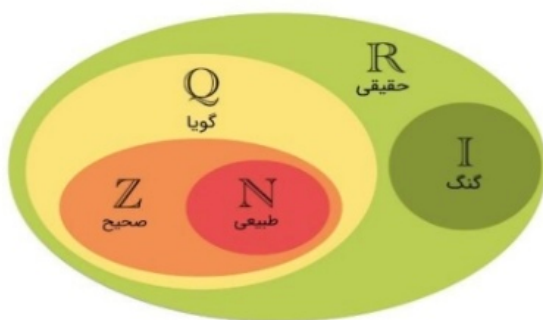
$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\} \quad \text{مجموعه اعداد صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\} \quad \text{مجموعه اعداد گویا}$$

مجموعه اعداد گنگ Q' که نتوان به صورت کسر با صورت و مخرج صحیح نوشت

$$R = Q \cup Q' \quad \text{مجموعه اعداد حقیقی}$$

همان طور که مشخص است : $N \subset W \subset Z \subset Q \subset R$



مجموعه متناهی: مجموعه ای که تعداد اعضای آن یک عدد حسابی باشد را مجموعه متناهی



میگوییم.

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

نام مجموعه	نماد مجموعه	اعضای مجموعه
اعداد طبیعی	N	{1, 2, 3, 4, ...}
اعداد حسابی	W	{0, 1, 2, 3, 4, ...}
اعداد صحیح	Z	{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}
اعداد طبیعی فرد	O	{1, 3, 5, 7, ...}
اعداد طبیعی زوج	E	{2, 4, 6, 8, ...}
اعداد گویا	Q	$\{\frac{m}{n} m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$
اعداد گنگ	Q'	اعدادی که امکان ندارد به صورت نسبت دو عدد صحیح نوشته شوند.
اعداد حقیقی	R	اجتماع دو مجموعه گویا و گنگ

نکته اگر $\frac{a}{b} < \frac{m}{n}$ آن گاه $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+n} < \frac{m}{n}$

نمونه اگر a, b, m, n اعداد طبیعی باشند، آن گاه $\frac{a+m}{b+n}$ یک عدد گویا بین دو عدد گویای $\frac{a}{b}$ و $\frac{m}{n}$ می باشد. به طور مثال اگر بخواهیم

بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{4}{5}$ یک عدد گویا مثال بزنیم، کافی است $\frac{4+2}{5+3} = \frac{6}{8}$ را مثال بزنیم.

مثال بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ سه عدد گویا مثال بزنید.

پاسخ ابتدا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ یک عدد مثال می زنیم.

حال بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{3}{6}$ یک عدد مثال می زنیم.

و بالاخره بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{4}{9}$ یک عدد مثال می زنیم.

پس سه عدد $\frac{3}{6}$ و $\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{12}$ را بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ پیدا کردیم.

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1+2}{3+3} < \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1+3}{3+6} < \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{4}{9} < \frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1+4}{3+9} < \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{4}{9}$$

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

محور اعداد حقیقی

تمام مجموعه اعدادی که در دبیرستان می خوانیم، زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی‌اند. هر عدد دلخواه حقیقی را می توان روی محور اعداد حقیقی نمایش داد و برعکس، هر نقطه روی این محور نشان دهنده یک عدد حقیقی است. به طور مثال اعداد π ، $\sqrt{2}$ ، $-\frac{\pi}{2}$ و $-\frac{2}{5}$ روی محور به صورت روبه رو می باشند:



جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

بازه ها: بازه یعنی تمام اعداد حقیقی بین دو عدد



اگر بازه بسته باشد خود آن دو عدد هم محاسبه میشوند و جزو بازه هستند اما اگر بازه باز باشد آن دو

عدد جزو بازه مورد نظر نیستند. در زیر روش نشان دادن بازه ها و انواع آنها نمایش داده شده است.

نوع بازه	بازه	نمایش به صورت مجموعه	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
نیم باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$	
نیم باز	$(-\infty, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$	
نیم باز	$(-\infty, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	

مثال : درستی یا نادرستی هر یک از احکام زیر را مشخص کنید.

الف) اشتراک مجموعه مضارب ۲ و مضارب ۵ متناهی است.

ب) مجموعه $Z - N$ متناهی است.

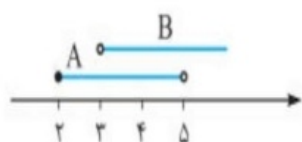
ت) مجموعه اعداد طبیعی سه رقمی متناهی نیست

ث) مجموعه اعداد حقیقی بازه $A = [-3, 5]$ متناهی است.

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

مثال اگر $A = [2, 5]$ و $B = (3, +\infty)$ دو بازه باشند، حاصل $A \cup B$ ، $A \cap B$ ، $A - B$ و $B - A$ را بیابید.



پاسخ نمایش هندسی هر دو بازه مطابق شکل مقابل است:

با توجه به شکل داریم:

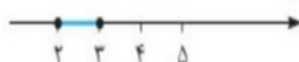
$$A \cup B = [2, 5] \cup (3, +\infty) = [2, +\infty)$$



$$A \cap B = [2, 5] \cap (3, +\infty) = (3, 5)$$



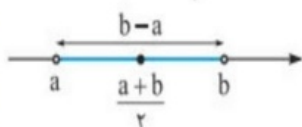
$$A - B = [2, 5] - (3, +\infty) = [2, 3]$$



$$B - A = (3, +\infty) - [2, 5] = (5, +\infty)$$



تذکر طول بازه‌های (a, b) ، $[a, b]$ ، $(a, b]$ و $[a, b)$ همگی برابر $b - a$ است و در ضمن نقطه وسط تمام این بازه‌ها $\frac{a+b}{2}$ است.



تست در بازه $(2-a, 2+a)$ دقیقاً پنج عدد صحیح وجود دارد. حداکثر مقدار a کدام است؟

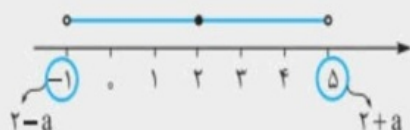
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ گزینه «۳» نمایش محوری بازه به صورت زیر است:



به ازای $a = 3$ بازه به صورت $(-1, 5)$ خواهد بود که شامل ۵ عدد صحیح است؛ اگر $a > 3$ انتخاب شود، آن گاه بازه، شامل ۷ عدد صحیح $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ خواهد بود.

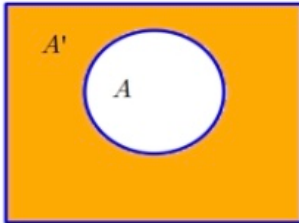
جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

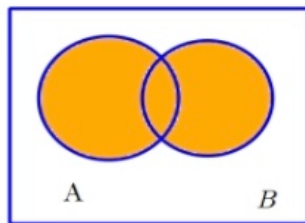


نکته: متمم یک مجموعه

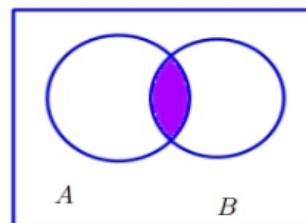
هرگاه U مرجع و $A \subset U$ ، آنگاه مجموعه $U - A$ را متمم A می نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم.



نکته: اجتماع و اشتراک دو مجموعه

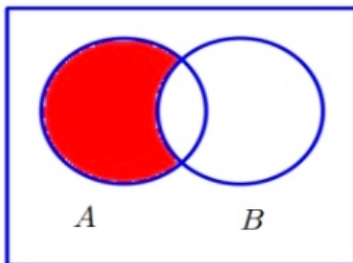


$A \cup B$



$A \cap B$

نکته : تفاضل دو مجموعه



$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

تست اگر $(A \cap B') \cup (B \cap A')$ نامتناهی باشد، آن گاه کدام مجموعه زیر حتماً نامتناهی است؟

A (۴)

A' (۳)

$A \cup B$ (۲)

$A - B$ (۱)

پاسخ گزینه «۲» اگر A متناهی باشد، آن گاه $A \cap B'$ هم متناهی است. به طور مشابه اگر B نیز متناهی باشد، آن گاه $B \cap A'$

هم متناهی است. در این صورت اجتماع دو مجموعه $A \cap B'$ و $B \cap A'$ نیز متناهی است که این با فرض سؤال تناقض دارد. پس حتماً حداقل یکی از مجموعه‌های A و B نامتناهی است که در نتیجه $A \cup B$ نیز نامتناهی است.

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

تست کدام گزینه برای مجموعه‌های دلخواه A و B صحیح نیست؟

(۱) اگر $A \subset B$ و A نامتناهی باشد، آن‌گاه B نیز نامتناهی است.

(۲) اگر $A \subset B$ و A متناهی باشد، آن‌گاه B نیز نامتناهی است.

(۳) اگر $A \subset B$ و $A \cap B$ متناهی باشد، آن‌گاه B نیز نامتناهی است.

(۴) صحیح است زیرا اگر A که یک مجموعه نامتناهی است، زیرمجموعه B باشد، پس B نمی‌تواند متناهی باشد.

پس: زیرا تمام اعضای A در B خواهند بود و در نتیجه B نیز نامتناهی است.

۱ صحیح است، زیرا اگر $A' \subset B'$ باشد $B \subset A$ است و اگر A متناهی باشد، قطعاً B نیز متناهی است.

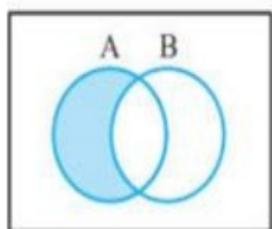
۲ صحیح است. اگر $A \subset B$ باشد، آن‌گاه $A \cap B = A$ است؛ در نتیجه A مجموعه‌ای نامتناهی است.

۳ صحیح نیست، زیرا اگر $A' \subset B'$ باشد، $B \subset A$ است و $A \cup B = A$. اگر A نامتناهی باشد، B می‌تواند متناهی باشد، مثلاً

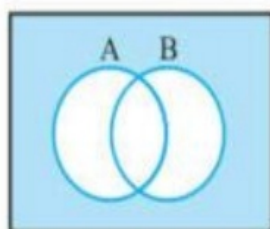
اگر $A = \mathbb{N}$ و $B = \{1, 2\}$ باشد.

نکته روابط زیر در مورد متمم یک مجموعه برقرار است:

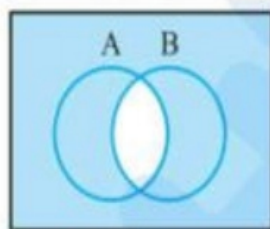
(۱) $(A')' = A$ (۲) $A - B = A \cap B'$ (۳) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ (۴) $(A \cap B)' = A' \cup B'$



$A - B$



$(A \cup B)'$



$(A \cap B)'$

۱ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ۲ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$$

تست با فرض $B - A = B$ حاصل $((B - A) \cup A) - ((A \cup B) - B)$ کدام است؟

(۴) B

(۳) A

(۲) A'

(۱) $A \cup B'$

پس: گزینه «۳» از $B - A = B$ نتیجه می‌گیریم $A \cap B = \emptyset$ است، یعنی دو مجموعه A و B از هم جدا هستند:



$$A - B = A \Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow B - A = B$$

$$((B - A) \cup A) - ((A \cup B) - B) = (B \cup A) - (A \cup B) = (B \cap A) - ((A \cup B) \cap B)'$$

$$(A \cap B') \cap ((A \cup B) \cap B') = (A - B) \cap B' = A \cap B' = A - B = A$$

پس:

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

مثال: با فرض $A = \{x \in \mathbb{W} \mid -1 < x \leq 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$ ، جواب عبارت‌های زیر را روی محور اعداد

نمایش دهید.

الف) $A \cup B$ ب) A' پ) B'

مثال: دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد.

مثال: بازه‌های زیر را به صورت مجموعه نمایش دهید.

الف) $(-\infty, 5]$ ۲) $(-2, 7)$ ۳) $(3, 6]$ ۴) $(1, +\infty)$

مثال: اگر $A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 3\}$ ، متمم A را به صورت بازه مشخص کنید.

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

📖 مثال : دو مجموعه نامتناهی مثال بنزید که اشتراک آنها متناهی باشد.

📖 مثال : بازه‌های زیر را به صورت مجموعه نمایش دهید.

الف) $(-\infty, 5]$ (۲) $(-2, 7)$ (۳) $(3, 6]$ (۴) $(1, +\infty)$

📖 مثال : اگر $A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 3\}$ ، متمم A را به صورت بازه مشخص کنید.

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

📖 مثال : دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد.

📖 مثال : بازه‌های زیر را به صورت مجموعه نمایش دهید.

الف) $(-\infty, 5]$ ۲) $(-2, 7)$ ۳) $(3, 6]$ ۴) $(1, +\infty)$

📖 مثال : اگر $A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 3\}$ ، متمم A را به صورت بازه مشخص کنید.

📖 مثال : دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد.

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

مثال: مجموعه R را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید، سپس متمم هر یک از مجموعه‌های زیر را روی محور

نشان دهید.

$$A = (3, 7] \quad (\text{ب})$$

$$B = \{-2, 3\} \quad (\text{الف})$$

مثال: اگر $A = [-2, 5]$ و $B = [1, +\infty)$ در این صورت حاصل عبارت‌های زیر را به صورت بازه بنویسید.

$$A \cap B \quad (\text{ب})$$

$$A \cup B \quad (\text{الف})$$

مثال: اگر مجموعه $A = \{n^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}, n \geq 2\}$ و $B = \{1 - 2x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x < 3\}$ و

مجموعه مرجع $U = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x \leq 17\}$ باشد، در این صورت درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با نوشتن اعضا

مشخص کنید.

$$A - B = \{2, 4, 6, 8, 12, 13, 14, 15, 16\} \quad (\text{ب})$$

$$A' \cap B = \{-1, 1, 3, 7, 9, 11\} \quad (\text{الف})$$

$$B' - A = \{\cdot\} \quad (\text{ت})$$

$$A' \cup B = U \quad (\text{پ})$$

جزوه ریاضی دهم تجربی

مدرس : استاد حسن عباسی

📖 مثال : درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد اعشاری بین $1/5, 0/$ متناهی است.

ب) مجموعه اعداد اول دو رقمی نامتناهی است.

$$\text{پ) } 3 \in (3, 4)$$

ت) تعداد مولکول های موجود در یک قطره آب نامتناهی است.

📖 مثال : کدام یک از مجموعه های زیر نامتناهی است؟

الف) مجموعه تمام حیوانات کره زمین ب) مجموعه تمام درختان جنگل های آمازون

پ) مجموعه مربعات اعداد طبیعی ت) مجموعه تمام اعداد اول زوج

📖 مثال : کدام مجموعه غیر تهی و متناهی است ؟

الف) مضارب ۶ ب) مقسوم علیه های مشترک ۶ و ۷

پ) مقسوم علیه های اول عدد ۱ ت) مضارب مشترک ۶ و ۷