

مجموعه :

به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) مجموعه می گویند...

مثال : کدام یک از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟

الف) ۳ عدد زوج متوالی (مجموعه نیست) چون عضو هایش کاملاً مشخص نیست و نمی دانیم از کرام عدد زوج باید شروع کنیم

ب) ۴ گل زیبا (مجموعه نیست) چون عضو هایش کاملاً مشخص نیست و نمی دانیم کرام گل ها مدنظرش هست.

ج) اعداد اول کمتر از ۱۰۰ (مجموعه است) چون عضو هایش مشخص هست.

نکته : ویژگی یا خاصیت مشترک یا هم جنس بودن اعضای یک مجموعه جزء شرایط تشکیل یک مجموعه نیست.

مجموعه ۴ عضوی $A = \{۱, ۲, ۳, \text{خورشید}\}$

نکته : مجموعه را به صورت آکوالد $\{ \}$ نشان می دهند و مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی نام گذاری می کنند.

نکته : به هر یک از اعداد و عبارات داخل مجموعه عضو می گویند و علامت عضو بودن به صورت E و علامت عضو نبودن به صورت \notin می باشد.

نکته : تعداد عضو های هر مجموعه مانند A را به صورت $n(A)$ نشان می دهند.



مجموعه تهی : مجموعه ای که دارای هیچ عضوی نباشد. علامت مجموعه تهی به صورت $\{ \}$ یا \emptyset می باشد.

توجه : دقت شود $\{ \emptyset \}$ این علامت مجموعه تهی نیست. بلکه یک مجموعه با عضو تهی می باشد.



تمرین ۱ :

کدام یک از مجموعه های زیر مجموعه تهی است؟

الف) اعداد طبیعی کمتر از ۴ $A = \{۱, ۲, ۳\}$

ب) اعداد صحیح کمتر از صفر $B = \{-۱, -۲, -۳, \dots\}$

ج) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵ $D = \{ \}$ هیچ عضوی ندارد. مجموعه تهی است

د) اعداد اول بزرگتر از ۳۰ و کوچکتر از ۴۰ $E = \{۳۱, ۳۷\}$



دو مجموعه برابر :

دو مجموعه A و B را برابر می گویند که هر عضو مجموعه A در مجموعه B و هر عضو مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشد. مانند دو مجموعه ی مقابل:

$$A = \{3, 4, 1\} \quad B = \{\sqrt{9}, 7, \frac{20}{5}\}$$

نکته : ترتیب اعضا در مجموعه های برابر مهم نیست. یعنی مجموعه جدیدی بدست نمی آید:

$$A = \{3, 4, 1\} \quad B = \{4, 1, 3\} \quad A = B$$

نکته : تکرار عضو در مجموعه به معنای تعداد بیشتر عضو نیست:

$$B = \{\underline{4}, \underline{1}, \underline{4}, 3, 2, \underline{4}\} = \{4, 1, 3, 2\} \quad \text{مقادیر تکراری را حذف و فقط یکی را می نویسیم}$$

نکته : در مجموعه های برابر مقدار و تعداد هر عضو باید برابر باشد.

$$7 = 1 \quad \sqrt{9} = 3 \quad \frac{20}{5} = 4 \quad \text{برای مثال :}$$



تمرین ۲ :

مثال : دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار X و Y را به دست آورید؟

$$\{x-7, 3\} = \{4, y\} \quad x-7 = 4 \rightarrow x = 4+7 = +11$$

$$y = 3$$

در مجموعه های برابر مقادیر و تعداد هر عضو با مجموعه دیگر باید برابر باشد



زیر مجموعه :



مجموعه A زیر مجموعه B است هر گاه هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نشان می دهند.

اگر A زیر مجموعه B نباشد آن را به صورت $A \not\subseteq B$ نشان می دهند

نکته : هر مجموعه زیر مجموعه خودش است .

نکته : اگر $A \subseteq B$ باشد آنگاه رابطه های مقابل همواره برقرار است:

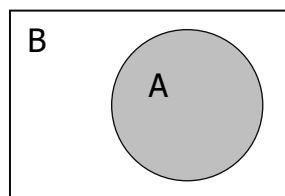
$$A \cap B = A \quad \text{و} \quad A \cup B = B$$



علامت اشتراک



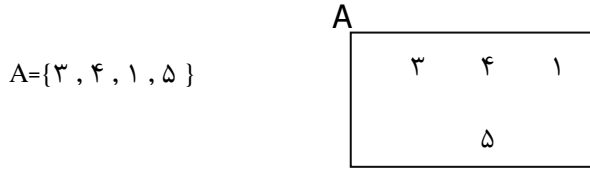
علامت اجتماع





نمایش مجموعه با استفاده از نمودار ون :

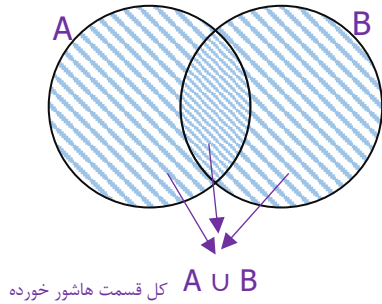
مجموعه را می توان با استفاده از منحنی ها یا خط های شکسته بسته نمایش داد.



توجه: برای استفاده از نمودار ون می توانیم از منحنی های بسته استفاده کنیم و هم از خط شکسته بسته از قبیل اشکال هندسی شناخته شده مانند دایره، مستطیل، مربع و...

اجتماع دو مجموعه :

اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند.

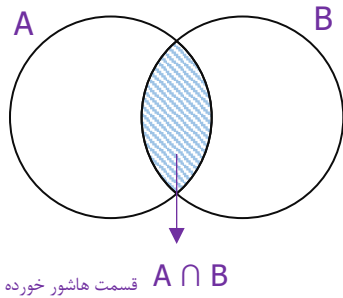


اجتماع دو مجموعه A و B را به صورت $A \cup B$ نمایش می دهند



اشتراک دو مجموعه :

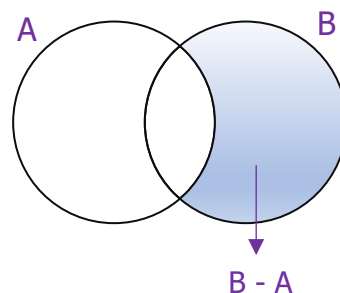
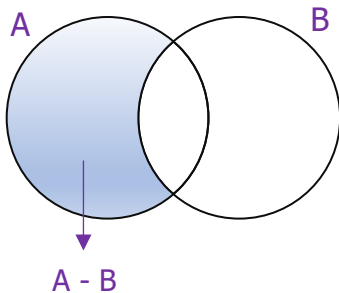
اشتراک دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی که هم عضو A و هم عضو B باشند.



اشتراک دو مجموعه A و B را به صورت $A \cap B$ نمایش می دهند.

تفاضل دو مجموعه :

مجموعه $A - B$ (A منهای B) شامل همه عضوهایی است که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند.





تمرین ۳:

جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوری پر کنید که مجموعه ها برابر باشد:

$$\{\sqrt{9}, 7, \frac{20}{5}, \dots, \dots\} = \left\{-\frac{\sqrt{144}}{(-2)^2}, \sqrt{25}, \dots, \dots, \dots\right\}$$

$$\{0/7, \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}, \frac{4}{10}, \dots, 0/625\} = \left\{\frac{5}{8}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \dots, -2\right\}$$



تمرین ۴:

مجموعه های A، B و C را در نظر بگیرید؛ سپس حاصل عبارت های زیر را مشخص کنید:

$$A = \{3, 4, 1, 6\} \quad B = \{3, 1, 5\} \quad C = \{3, 5, 1, 6, 2\}$$

n(B)=	n(A)=	n(C)=	
A-B={	}	C-A={	}
B∩A={	}	B∪C={	}
C-B={	}	B∩A∩C = {	}

تمرین ۵:

با توجه به مجموعه ی B درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

B = {3, {4, 5}, 6}	صحیح ✓ n(B) = 3	صحیح ✓ 3 ∈ B	× نادرست 4 ∈ B	× نادرست {6} ∈ B
--------------------	--------------------	-----------------	-------------------	---------------------

توجه: در مجموعه بالا اعداد 4 و 5 عضو مجموعه نمی باشد بلکه {4 و 5} عضو مجموعه B می باشد.



نمایش مجموعه های اعداد

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ الف) مجموعه اعداد طبیعی:

$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ ب) مجموعه اعداد حسابی:

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ ج) مجموعه اعداد صحیح:

$\mathbb{E} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ د) مجموعه اعداد طبیعی زوج:

$\mathbb{O} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ ه) مجموعه اعداد طبیعی فرد:

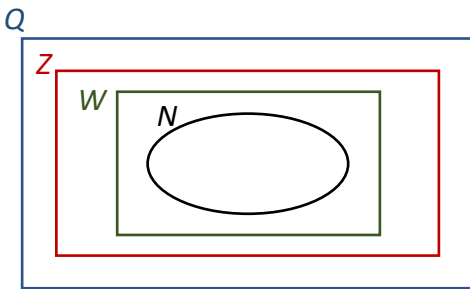
$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ و) مجموعه اعداد گویا:

$\frac{a}{b}$ (ضابطه) به طوری که a, b عضو مجموعه اعداد صحیح بوده و مقدار b برابر صفر ($b \neq 0$) نباشد.



نکته:

نمودار ون مجموعه اعداد ریاضی به صورت زیر است:



$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$



تمرین ۶ :

$$A = \{ x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 4 \}$$

الف) عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟

ابتدا محدوده X را بدست میاریم. $-3 \leq x < 4$ یعنی عدد های $(-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$. دقت به عضویت مجموعه (اعداد صحیح \mathbb{Z}) و علامت های بزرگتر یا کوچکتر مساوی شود.

سپس این اعداد را داخل رابطه داده شده $A=X$ قرار اده و مجموعه A را می سازیم.

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{ 3x - 2 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3 \}$$

ابتدا محدوده X را بدست میاریم. $x \leq 3$ یعنی عدد های $(3 و ۲ و ۱)$ دقت به علامت های بزرگتر یا کوچکتر مساوی شود.

سپس این اعداد را داخل رابطه داده شده $(B=3X-2)$ قرار اده و مجموعه B را می سازیم.

$$B = \{7, 4, 1\}$$

$$C = \{ x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x \geq 3 \}$$

ابتدا محدوده X را بدست میاریم. $3 \leq x$ یعنی عدد های $(3 و ۴ و ۵ و \dots)$ تا بینهایت.

سپس این اعداد را داخل رابطه داده شده $(C=X^2)$ قرار اده و مجموعه C را می سازیم.

$$C = \{9, 16, 25, 36, \dots\}$$



تمرین ۷:

ب) صورت ریاضی هر مجموعه را بنویسید؟

$$M = \{-6, -5, \dots, 2, 3\}$$

$$M = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -6 \leq x \leq 3\} \quad \text{یا} \quad M = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -7 < x < 4\}$$

$$F = \{4, 8, 12, \dots\}$$

در رابطه روبرو اعداد مضرب های ۴ بوده و می توان رابطه عمومی را بصورت $4x$ بنویسیم

$$F = \{4x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

و چون اعداد طبیعی می باشند جزو مجموعه اعداد طبیعی می نویسیم.

اگر مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$ و $C = \{x^2 + 1 \mid x \in A\}$ باشد. عضو های هر مجموعه را بنویسید؟

ب) حاصل عبارات زیر را با توجه به اعضای مجموعه های فوق بدست آورید؟

$$A - C =$$

$$B \cap (A \cup C)$$



برای به دست آوردن احتمال هر پیشامد از رابطه ی زیر استفاده می کنیم

$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه حالت های ممکن}}$$

$$\longrightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$



تمرین ۸ :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

اگر تاسی را بیندازیم، احتمال هر یک از پیشامدهای زیر را به دست آورید:

الف) عدد رو شده مضرب ۳ باشد.

$$A = \{۳, ۶\} \quad S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \rightarrow n(A) = ۲ \quad n(S) = ۶$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$



ب) عدد رو شده اول باشد.

$$B = \{۲, ۳, ۵\} \rightarrow n(B) = ۳$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

ج) عدد رو شده از ۶ بزرگتر باشد.

$$C = \{\} \text{ یا } \emptyset \rightarrow n(C) = ۰$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{۰}{۶} = ۰$$

د) عدد رو شده از ۷ کمتر باشد.

$$D = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \rightarrow n(D) = ۶$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{۶}{۶} = ۱$$

تمرین ۹ :

در پرتاب دو تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

$$S = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \times \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} \rightarrow n(S) = ۳۶$$

الف) احتمال آمدن این که تاس اول عدد فرد و تاس دوم عدد کوچکتر از ۳ بیاید:

$$A = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۳, ۱), (۳, ۲), (۵, ۱), (۵, ۲)\} \rightarrow n(A) = ۶ \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

ب) احتمال آمدن این که مجموع هر دو عدد تاس ۶ شود :

$$B = \{(۱, ۵), (۲, ۴), (۳, ۳), (۴, ۲), (۵, ۱)\} \rightarrow n(B) = ۵ \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۵}{۳۶}$$



نوشتن زیر مجموعه های هر مجموعه :

برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه های هر مجموعه از رابطه 2^n استفاده می کنیم.

n تعداد عضو های غیر تکراری مجموعه می باشد.

برای مثال زیر مجموعه های ، مجموعه $A = \{1, 3, 9\}$ به شکل زیر می باشد.

دقت شود برای نوشتن زیر مجموعه هر مجموعه ،

ابتدا مجموعه های تک عضوی می نویسیم.

سپس دو عضوی و همینطور تا آخر (به تعداد عضو های مجموعه)

نکته ۱: تهی (\emptyset) زیر مجموعه همه مجموعه ها هست.

نکته ۲: هر مجموعه زیر مجموعه خودش هست.

نکته ۳: زیر مجموعه همانند مجموعه داخل آکولاد قرار می گیرد.

با توجه به مثال فوق مجموعه A شامل ۸ زیر مجموعه (که آنها را نوشتیم) هست.

همینطور می توان از رابطه 2^n تعداد زیر مجموعه ها را به سرعت (بدون نوشتن زیر مجموعه ها) بدست آورد.

$$n(A) = 3$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه ها} = 2^3 = 8$$



تمرین ۱۰:

با توجه به مجموعه های زیر، تعداد اعضا و سپس زیر مجموعه های هر مجموعه را بدست آورید؟

در مجموعه A تعداد ۳ عضو (بدون تکرار) داریم. $n(A) = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

در مجموعه B یک عضو تکراری داریم که باید یکی را حذف کنیم. $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0/2$. دقت شود عضو ۴ و {۴} تکراری نیستند. چون ۴ دوم داخل آکولاد هست.

در مجموعه B تعداد ۵ عضو (بدون تکرار) داریم. $n(B) = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

در مجموعه C دو عضو تکراری داریم که باید یکی را حذف کنیم. $\sqrt{81} = 9$ و $5^2 = 25$

در مجموعه C تعداد ۴ عضو (بدون تکرار) داریم. $n(C) = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

$$C = \{25, 9, \{9\}, \{\sqrt{81}\}, \{\{5\}\}, 5^2\}$$

$$D = \{x, x^2, \{x, x\}, \{x, x, x^2\}, \{x\}, \{x^2, x\}\}$$



دقت شود ابتدا باید هر مجموعه را بازنویسی و اعضای تکراری را حذف کنیم.

(گاهی اعضای تکراری در نگاه اول مشخص نیست. مثل $\sqrt{81} = 9$)

بمب ریاضی

جذاب و آسان یاد بگیر

مدرس: استاد عباس صالحی



[bombriazi.com](http://www.bombriazi.com)



[bombriazi.ir](https://www.instagram.com/bombriazi.ir)